

Читаем Платона вместе с Петром Сергиенко

Так и мы, оглянувшись на прошлое, увидели, как мало уцелело до недавнего времени из того, что некогда процветало в изобилии, – в народе остались лишь песни, саги да вот эти сказки.

Но там, где сказки уцелели, никто не думает о том, хороши они или дурны, точно ли они поэтичны и пригодны для людей разумных – их все знают, и все любят, какими они есть, и все рады их слушать, хоть и не отдают себе отчета – почему?.. И мы, со своей стороны, вовсе не собираемся ни хвалить эти сказки, ни защищать их от чьих бы то и было нападков – лучшей защитой им должно служить уже то, что они уцелели и сохранились до нашего времени. А то, что постоянно радовало, трогало и поучало предшествовавшие нам поколения, конечно, должно носить в себе несомненное «жизненное начало»...

Братья Гримм. Сказки. Предисловие. Пер. Г. Петникова

Уточнение доказательства теоремы Платона о треугольниках, символизирующих четыре элемента мира

В статье <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161879.htm> [1] Петр Сергиенко изложил доказательство теоремы Платона о треугольниках элементов мира, приведенной в работе «Тимей» древнегреческого философа [2].

Статья автора оригинальна, совместно с его ранними и поздними работами пионерская (пионерная), побуждающая её прочтение с карандашом и калькулятором в руках. Именно такое прочтение позволило внести некоторые уточнения в изложение материала. В частности, построить прямоугольный треугольник, символизирующий четвертую стихию «земля», чего не хватало в [1] (рис. 1 из [1]).

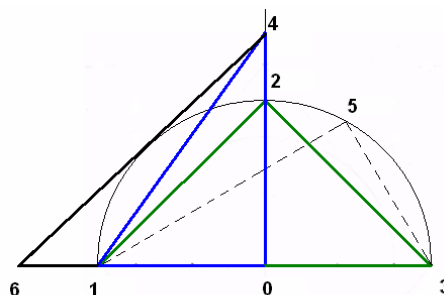


Рис.1. Построение двух видов треугольников, согласно космологии Платона.

Вычисление площадей треугольников в [1] привело к результату: $S_{\Delta 0,6,4} = 1$; $S_{\Delta 0,1,4} = 0,7071067\dots$; $S_{\Delta 0,1,2} = 0,5$; $S_{\Delta 1,6,4} = 0,2928933\dots$; $S_{\Delta 1,4,2} = 0,2071067\dots$

Здесь первые три треугольника символизируют огонь, воздух и воду.

«Треугольник земля» в этом ряду не представлен, поскольку ему – треугольнику (ей – земле) не соответствует ни один из двух последних треугольников, исходя из необходимости верного соотношения

$$\frac{\text{вода}}{\text{земля}} = \sqrt{2} = 1,414\dots \quad (1)$$

Однако такого соотношения не наблюдается, поскольку в имеющемся построении

$$\frac{\text{вода}}{\text{земля}} = \frac{0,5}{0,2928933} = 1,7071063 \text{ или } \frac{\text{вода}}{\text{земля}} = \frac{0,5}{0,2071067} = 2,4142145.$$

Вместо (1) в [1] приведены соотношения

$$\frac{1}{0,7071067} = \frac{0,7071067}{0,5} = \frac{0,29289335}{0,2071067} \approx 1,4142135,$$

эквивалентные

$$\frac{\text{огонь}}{\text{воздух}} = \frac{\text{воздух}}{\text{вода}} = \frac{?}{?} \approx 1,4142135.$$

К тому же два последних треугольника не прямоугольные.

Достроим «треугольник земля». Начнем с того, что его площадь должна быть величиной

$$S_{\Delta\text{земля}} = \frac{0,5}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = 0,353553... \quad (2)$$

Отсюда искомое соотношение будет иметь вид

$$\frac{\text{огонь}}{\text{воздух}} = \frac{\text{воздух}}{\text{вода}} = \frac{\text{вода}}{\text{земля}} = \frac{1}{0,7071067} = \frac{0,7071067}{0,5} = \frac{0,5}{0,353553..} = 1,414... = \sqrt{2}. \quad (3)$$

Искомый «треугольник земля» в системе треугольников, полученных П.Я. Сергиенко на его рис. 1 (наш рис. 2), есть ΔGBC .

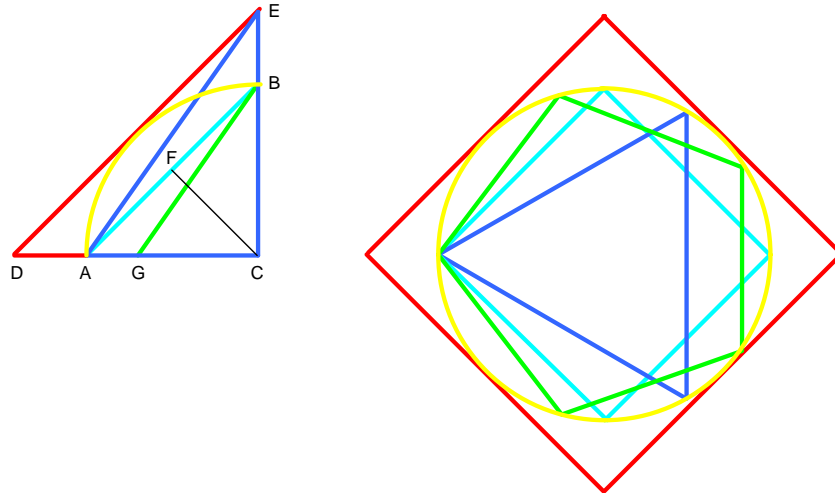


Рис. 2. Построение треугольников, символизируют огонь, воздух, воду и землю согласно космологии Платона, в дополнение к исследованиям П.Я. Сергиенко (вариант 1)

Здесь треугольники DEC , AEC и ABC соответствуют треугольникам в обозначениях П.Я. Сергиенко, а именно 0,6,4; 0,1,4 и 0,1,2. Они символизируют огонь, воздух и воду.

Напомним технологию их построения.

1. Треугольник ABC прямоугольный равнобедренный. Длина его катетов равна радиусу окружности и в нормированном виде равна 1. Гипотенуза по теореме Пифагора равна $\sqrt{2} = 1,414...$. Площадь треугольника $S_{\Delta ABC} = 0,5$.

2. Треугольник AEC прямоугольный, является ключевой фигурой, удачно расшифрованной П.Я. Сергиенко в тексте Платона. Его катеты $AC = 1$, $CE = AB = \sqrt{2} \approx 1,414$, гипотенуза $AE = \sqrt{3} \approx 1,732$. Т. е. длина катета CE принимается равной длине гипотенузы AB треугольника ABC . У него по Платону-Тимею (допустим, что возможно такое написание) «квадрат большей стороны в три раза больше квадрата меньшей». Площадь треугольника

$$S_{\Delta AEC} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

3. Треугольник DEC прямоугольный равнобедренный. Его катеты $DC = CE = \sqrt{2} \approx 1,414$, гипотенуза $DE = 2$. Площадь треугольника $S_{\Delta DEC} = 1$. Равнобедренный ΔDEC фактически составлен из двух равнобедренных ΔABC .

4. Построим искомый прямоугольный треугольник GBC , символизирующий землю. Определим длину катета GC , исходя из знания величины площади (2) и размера катета $BC = 1$:

$$GC = \frac{2S_{\Delta GBC}}{CB} = \frac{2}{2\sqrt{2}} : 1 = \frac{1}{\sqrt{2}};$$

$$GC = \frac{2S_{\Delta GBC}}{CB} = \frac{2 \cdot 0,3535...}{1} = 0,707... = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Для построения треугольника с применением циркуля и линейки достаточно разделить $AB = \sqrt{2}$ точкой F на две равные части и отложить $GC = AF = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707\dots$. Гипотенуза $GB = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866\dots$. Полученный треугольник GBC по конфигурации подобен треугольнику AEC , т. е. квадрат большей стороны втрое больше квадрата меньшей.

Проверим отношения площадей треугольников, символизирующих четыре стихии:

$$\begin{aligned}\frac{\text{огонь}}{\text{воздух}} &= \frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle AEC}} = 1 : \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}; \\ \frac{\text{воздух}}{\text{вода}} &= \frac{S_{\triangle AEC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{1}{2} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}; \\ \frac{\text{вода}}{\text{земля}} &= \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle GBC}} = \frac{1}{2} : \frac{1}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}.\end{aligned}$$

Соотношения равны, что и требовалось показать.

Проверим текст работы «Тимей» Платона в части касающейся.

«При этом, если бы телу Вселенной надлежало стать простой плоскостью без глубины, было бы достаточно одного среднего члена для сопряжения его самого с крайними. Однако оно должно было стать трехмерным, а трехмерные предметы никогда не сопрягаются через один средний член, но всегда через два. Поэтому бог поместил между огнем и землей воду и воздух, после чего установил между ними возможно более точные соотношения, дабы воздух относился к воде, как огонь к воздуху, и вода относилась к земле, как воздух к воде. Так он сопряг их, построив из них небо, видимое и осязаемое» [2, стих 32b]:

$$\frac{\text{воздух}}{\text{вода}} = \frac{\text{огонь}}{\text{воздух}}; \quad \frac{\text{вода}}{\text{земля}} = \frac{\text{воздух}}{\text{вода}}.$$

Таким образом,

$\frac{\text{огонь}}{\text{воздух}} = \frac{\text{воздух}}{\text{вода}} = \frac{\text{вода}}{\text{земля}} \Rightarrow \frac{1}{0,707\dots} = \frac{0,707\dots}{0,5} = \frac{0,5}{0,353553\dots} = 1,414\dots = \sqrt{2}$	(3)
---	-----

что и отразил Петр Сергиенко, где к его результату дополнены наши уточнения конфигурации и величин параметров тела «земля».

Цитируем Платона далее: «Итак, нам приходится отдать предпочтение двум треугольникам как таким, из которых составлено тело огня и [трех] прочих тел: один из них равнобедренный, а другой таков, что в нем квадрат большей стороны в три раза больше квадрата меньшей» [2, стих 54b].

Наше уточнение исследований П.Я. Сергиенко в представлении четырех стихий как площадей треугольников как раз и выводит на два этих примечательных вида треугольников в четверке треугольников, чего не доставало в работе [1] (рис. 1) из-за отсутствия $\triangle GBC$.

К концепции Платона об элементах мира, основываясь на двух видах прямоугольных треугольников, с учетом видения П. Сергиенко

На базе двух видов прямоугольных треугольников рис. 2 и рис. 3, как следует ниже, построим плоскостные фигуры-многогранники, вписанные в круг и описанные вокруг него.

При этом возможны варианты создания таких многоугольников, вписанных в круг и описанных вокруг него, из четырех прямоугольников, стороны которых сформированы из гипотенуз треугольников.

Вариант 1. Многоугольники сконструированы (рис. 2) из гипотенуз DE , AE , AB , GB треугольников DEC , AEC , ABC , GBC . В результате получены описанный квадрат, вписанный треугольник, квадрат и пятиугольник.





На их базе создаются объемные платоновы тела: описанный гексаэдр (куб), вписанные тетраэдр (пирамида, а возможно и октаэдр), гексаэдр (куб), додекаэдр.

Здесь стихия «огонь» эквивалентна квадрату, описанному вокруг круга, или кубу, описанному вокруг сферы с единичным радиусом. Многоугольники, символизирующие остальные три стихии, являются вписанными, представляя собой треугольник, квадрат и пятиугольник на плоскости. Или, что по Платону точнее, в трехмерной системе координат ими будут: гексаэдр (куб), тетраэдр (пирамидка) или октаэдр и додекаэдр.

Платоновы тела при этом варианте соответствуют следующим видам: огонь, воздух, вода, земля (табл. 1).

Таблица 1

Треугольники, символизирующие четыре мировые стихии согласно космологии Платона (рис. 2)

Стихия	Треуголь- ники (Δ)	Много- угольник	Платоновское тело	Платоново тело	Катет a	Катет b	Гипоте- нуза c	Пло- щадь
огонь	DEC	квадрат (красный)	гексаэдр (куб)		$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	2	1
воздух	AEC	треугольник (синий)	тетраэдр или октаэдр		1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
вода	ABC	квадрат (бирюзовый)	гексаэдр (куб)		1	1	$\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$
земля	GBC	пятиугольник (зеленый)	додекаэдр		$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$

Наши дополнения привели к соотношениям именно двух групп треугольников Платона-Тимея: равнобедренный $a=b$ (ΔDEC и ΔABC) и тот, в котором квадрат большей стороны в три раза больше квадрата меньшей $c^2 = 3a^2$ (ΔAEC и ΔGBC).

Однако последовательность расположения стихий не соответствует результату по Платону. Впрочем, в «Тимее» он и не проделывал такие умозаключения.

По Платону, говоря устами Тимея, виды соответствуют следующим телам: огонь – пирамида, воздух – ... Это следует из [2, 54a]. Впрочем, Платон здесь уже оперировал иными треугольниками: равнобедренным и половиной равностороннего, т. е. у которого гипотенуза вдвое больше меньшего катета. Но это уже иные рассуждения и, возможно, результат, несвязанный с вышеизложенным.

Вариант 2. Многоугольники сконструированы (рис. 3) из гипотенуз AE , AB , GB , GH треугольников AEC , ABC , GBC , GHC .

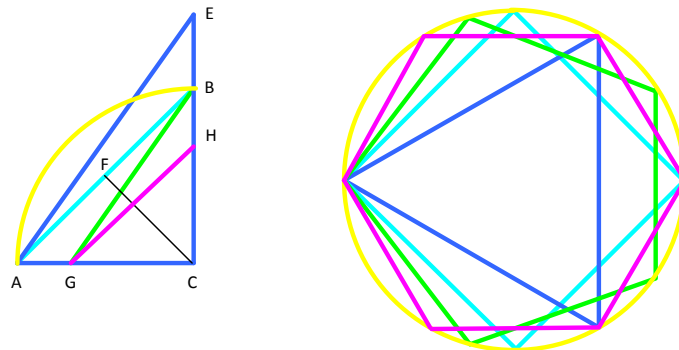





Рис. 3. Построение треугольников (вариант 2)

Получены вписанные треугольник, квадрат, пятиугольник и шестиугольник соответственно.

На их основе можно создать объемные платоновы тела, приведенные в таблице 2.

Таблица 2

Треугольники, символизирующие четыре мировые стихии согласно космологии Платона (рис. 3)

Стихия	Треуголь- ники (Δ)	Много- угольник	Платоново тело	Платоновское тело	Катет a	Катет b	Гипоте- нуза c	Пло- щадь
огонь	AEC	треугольник (синий)	тетраэдр или октаэдр		1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
воздух	ABC	квадрат (бирюзовый)	гексаэдр (куб)		1	1	$\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$
вода	GBC	пятиугольник (зеленый)	додекаэдр		$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$
земля	GHC	шестиугольник (малиновый)	нет	нет	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\frac{1}{4}$

При втором варианте теряется четкость и однозначность в восприятии гармонических соотношений между видами из-за отсутствия платонова тела на базе шестиугольника.

Вместо заключения

Исследования П.Я. Сергиенко вдвойне интересны, поскольку в их основе лежит гармоничное соотношение между параметром видов.

В качестве такого параметра им выбрана площадь треугольника, что допустимо, коль речь идет о треугольниках, как о первопричине. Соотношение, найденное П.Я. Сергиенко, есть величина $\sqrt{2}$, по красоте и проявлению, особенно в сочетании с единицей, соразмерная с золотой пропорцией.

Таким образом, по варианту 1 четыре мировые стихии согласно космологии Платона близки к тексту Платона [2], но с соотношениями (3).

В завершение для наглядности приведем численную шкалу осей (рис. 4).

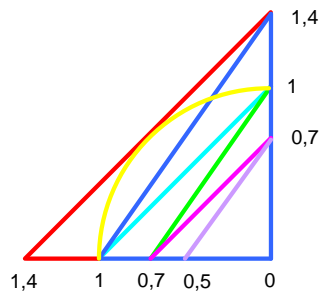


Рис. 4. Численная шкала осей

Мы уточнили доказательство теоремы Платона о треугольниках элементов мира, выполненное Петром Сергиенко. Настоящий материал был подготовлен вскоре после публикации его статьи [1], но пролежавший у нас в столе (ноутбуке) до сего времени. Его отправку в редакцию Академии инициировала другая работа П. Сергиенко, недавняя статья [3]. Изучая гармонический треугольник, Петр Якубович (названный им сакральным), на его основе уточнил (открыл), судя по всему, теоретически точный алгоритм построения (сборки) тетраэдра, исчислив его параметры, внося достойный вклад в понимание и развитие Математики гармонии, инициатором которой является А.П. Стахов. В частности, вклад в сфере математического моделирования структурной гармонии объектов трехмерного пространства; при чем, как и подобает, на основе тетраэдра, пирамиды, икосаэдра и додекаэдра, – платоновых тел, на основе эллинских знаний, дошедших до нас в скудном количестве и в таинственном изложении, близком к мифологизированному. О чем сам автор

[3] заключает, что добытые им «фундаментальные знания в конечном итоге будут востребованы естествоиспытателями, а также математиками и принесут практическую пользу человечеству».

Успешному результату П. Сергиенко способствовало своевременное, глубокое, творческое и осознанное прочтение им трудов Платона, в том числе и о треугольниках, символизирующих четыре элемента мира.

Тайны существуют для того, чтобы их открывали. В тематике работы [1] и нашей статьи речь идет не столько об открытии фундаментальных тайн гармонии (об этом, скорее, работа [3]), сколько о частичном переводе (раскрытии) философско-игрового стиля изложения мыслителей древности на современное открытое изложение.

Я благодарен Петру Сергиенко за предоставленную возможность совместного заочного увлекательного прочтения Платона.

P.S. Попутные заметки, коль скоро речь идет о прямоугольных треугольниках, но не имеющие отношения к изложенному

Максимальное значение суммы синуса и косинуса одного и того же аргумента достигается при 45° или $\frac{\pi}{4} = 0,785\dots$ радиан:

$$\max(\sin x + \cos x) = \sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}; \quad \sin 45^{\circ} + \cos 45^{\circ} = 0,707\dots + 0,707\dots = 1,414\dots$$

При этом сумма единицы 1 (радиус окружности, своеобразное целое) и величин синуса и косинуса (отрезки на оси абсцисс и ординат, своеобразные части) численно равны серебряной пропорции:

$$1 + \sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} = 1 + \sqrt{2} = 2,414\dots = s_2.$$

Здесь радиус так относится к синусу и косинусу, как их сумма к радиусу:

$$\frac{1}{\sin \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}} = \frac{\sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4}}{1} = \sqrt{2}; \quad \frac{1}{0,707\dots} = \frac{0,707\dots + 0,707\dots}{1} = 1,414\dots$$

Источники

1. *Сергиенко П.Я.* Теорема Платона о треугольниках элементов мира и ее доказательство // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 16840, 26.09.2011. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161879.htm>.

2. *Платон.* Тимей. Библиотека Гумер – философия – http://www.gumer.info/bogoslov_Buks/Philos/Platon/timei.php.

3. *Сергиенко П.Я.* Симметрия-асимметрия трехмерного пространства и алгоритмы ее математического моделирования // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 17995, 17.04.2013. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162108.htm>.