В.Ф. Коротких

Анализ логических парадоксов

Аннотация

В данной статье осуществляется попытка раскрытия смысла логических парадоксов самореференции методами формальной логики с учетом существенного содержания парадоксальных суждений и понятий. В рамках расширенной логики парадокс рассматривается как нормальная логическая форма.

Оглавление

Общие замечания и понятия

Определение 1°

Логический парадокс — это противоречие, имеющее статус логически корректного вывода и, вместе с тем, представляющее собой рассуждение, приводящее к взаимно исключающим заключениям. Логическая ошибка парадокса в отличие от паралогизма и софизма не обнаружена пока из-за несовершенства существующих методов логики.[1]

Парадоксы различают истинные, в основе которых посылки, разрешенные правилами и псевдопарадоксы, которые сформулированы фактически с ошибкой, но и в них есть парадоксальная ситуация.

Логическая ошибка парадокса объясняется неверным выбором логических посылок, например, когда речь идет о предметах, не имеющих четкого определения. [2]

Типовой ошибкой является использование сокращенных понятий. В любом учебнике формальной логики указывается, что понятие определяется своими признаками, временем и отношениями с другими понятиями. Обычно время и отношения (обстоятельство, что высказывание находится во множестве других с ним связанных) не учитываются. Понятие или высказывание назовем полным, если имеется его достаточное обоснование (4-й закон логики). Хотя как "само собой разумеется" или в контексте всегда считается, что используемые суждения истинные.

---

[1] Википедия. Статья «Логический парадокс» 14.03.19г
[2] Википедия. Статья «Логический парадокс» 14.03.19г

Псевдопарадоксы получаются из нечетких исходных посылок или когда одна уже заранее явно или скрытно противоречит другой, что не соответствует положению дел в реальности, типа "масло немасляное" или "сделать то, не знаю что"

Надо полагать, что парадоксы - абстрактные построения аналогичные реально существующим противоречиям в природе. Законы диалектики слабо формализованы, но закон отрицания отрицания применяется однозначно, на его основе и возникают логические парадоксы. Из самой формулы закона **A = ¬(¬A)** видно, что положительная форма приравнена к отрицательной, при создании условий и выполнении определенных операций происходит парадоксальное превращение отрицательного понятия **¬A** в положительное и наоборот.

Из разрешенных правилами посылок по верным законам должны получаться правильные выводы. Т.е. в принципе парадоксальные выводы просто не вписываются в современную теорию. Логических парадоксов как противоречий в природе нет, естественные противоречия возникают и успешно разрешаются в виде движения материи. Логическое противоречие в природе - катастрофа, нарушение законов, разрушение объектов, это не логика, а хаос. Например в парадоксе "Осужденного" можно и повесить и отрубить субъекту голову, парадокса не будет, но и правил никаких тоже не будет. Конкретные примеры указывают на то, что логические парадоксы возникают в абстрактной сфере или виртуальной, псевдопарадоксы связаны с ошибочным описанием действий реальных объектов.

Здесь рассматриваются только стандартные парадоксы самореференции, кроме абстрактных конструкций типа парадокса Карри, нарушающих логические правила и очевидно не имеющих смысла. [Л-4][3]

Парадоксы самореференции

Это хорошо известный (и хорошо изученный) класс противоречий, возникающих в высказываниях, которые содержат определение чего-либо, неявно ссылающееся на само себя.

Самореферéнция (самоотносимость) — явление, которое возникает в системах высказываний в тех случаях, когда некое понятие ссылается само на себя. Иначе говоря, если какое-либо выражение является одновременно самой функцией и аргументом этой функции.

Самореференция в математике и логике всегда означает нарушение предикативности и обычно вызывает логические парадоксы. Причина в том, что объект (субъект), указывающий сам на себя во множестве (системе, теории) и несущий оценку (действие) самому себе, благодаря самому себе, ведёт к логическому парадоксу.[4]

Самореференция - самооценка системы. Более общее понятие - самообратимость или самоприменимость логической формы, воздействие системы на себя, аналог обратной связи. Закон отрицания отрицания в значительной степени есть закон самоприменения, т.к. в нем фигурирует только одна логическая форма. Формально самоприменимость означает идентичность содержания самой логической форме, на основе идентичности и возможно взаимодействие. Или самообратимое понятие входит в свой объем определения. Все понятия можно разделить на самоприменимые и несамоприменимые.

Самообратимость существует объективно и ничего с этим не поделаешь. Невозможно отсортировать и не применять массу самоприменимых понятий, даже такой термин как само "понятие" очевидно самообратим. В качестве фактора развития логических форм в процессе рассуждений самообратимость безусловно необходима и явно или не явно постоянно используется. Любое стандартное доказательство в обобщенном виде работает по принципу обратной связи: выдвигаются тезисы, затем доказательство и утверждение исходных положений с традиционным "что и требовалось доказать".

Другой типовой пример. Если расшифровать общее понятие "последователь" в индуктивных множествах, (аксиома бесконечности:

$$\exists\omega(\emptyset\in\omega\land\forall x(x\in\omega\rightarrow x\cup\{x\}\in\omega)),$$

то это собственно и есть применение принципа самообратимости. Например, аксиомы Пеано в известной формулировке:

[3] Парадокс Карри. Циклопедия

[4] Википедия. Статья «Самореференция» 03.09.20г

"Введем функцию $S(x)$, которая сопоставляет числу x следующее за ним число.

1. $1 \in N$. 2. $x \in N \Rightarrow S(x) \in N$" и т.д. [5]

Если иметь в виду, что речь идет о формуле ***(x+1)***, то данная функция есть простой цепной алгоритм последовательного самоприменения данной формулы для построения множества натуральных чисел:

п1. при $x = 1 \Rightarrow (1+1) = 2$ - подстановка ***1*** *в* ***(x+1)***

п2. при $x = 2 \Rightarrow ((1+1) +1) =3$, подстановка ***2*** *из п1. в* ***(x+1)***

п3. при $x = 3 \Rightarrow (((1+1)+1) +1) =4$, подстановка ***3*** *из п2. в* ***(x+1)***

п4. и т.д. до бесконечности

Самооценка - необходимое и нормальное явление. Если после самоприменения логической формы по разрешенным правилам имеем новую форму, то это развитие исходных логических посылок. Если происходит возврат и получение исходной формы, то это циклическая ссылка, порочный круг.

Но самообратимость в известном смысле противоречит основному принципу формальной логики: за исключением значения истинности - ложности не рассматривать содержание логических форм, имеется в виду реальные свойства объектов. Самообратимость понимается именно как обратное воздействие содержания логической формы на саму форму, и в этом требует содержательного подхода. Но, если содержание также логическая форма, то это нормальная практика. Просто необходимы достаточно четкие определения реальных свойств для их идентификации с логическими формами. Все это несколько выходит за рамки формальной логики, но не противоречит ей, а расширяет.

В литературе указано много факторов порождающих парадоксы. Но ни один из них сам по себе не приводит к парадоксам и может свободно использоваться в теории. К парадоксам приводит сочетание минимум трех условий:

Условия возникновения парадокса:

1. **Суждение отрицательное -** его отрицание по закону отрицания отрицания дает парадоксальный эффект превращения в суждение положительное.
2. **Суждение категорическое, абсолютное или всеобщее** (субъект и предикат распределены), если суждение не категорическое, то возможны другие варианты. Т.е. суждение общеотрицательное. Множества имеют характер изолированных или универсальных.
3. **Суждение (понятие) самообратимое** (иначе з-н отрицания отрицания также не приложим к отрицательному высказыванию)

Практически исходное суждение или два суждения имеют два связанных противоположных предиката или один отрицательный самообратимый предикат, а положительный имеется в виду в качестве виртуального в контексте согласно общим логическим правилам. Это простейший вариант, прочие имеют промежуточные связывающие или поясняющие нейтральные суждения.

1. Парадокс лжеца

Различные варианты с единичным высказыванием. (Википедия)

"Данное высказывание — ложно".

Истинно ли это высказывание или нет? Легко показать, что это высказывание не может быть ни истинным, ни ложным. (ВП)

Действительно, само по себе высказывание как таковое ни о чем, ни истинное, ни ложное. Но поскольку здесь в качестве содержания произвольно или субъективно выбрана ложь, получилось категорическое референтное отрицательное высказывание.

В выбранном предложении имеется два предиката:

---

[5] Аксиомы Пеано | Математика | Fandom

1. "Высказывание - данное", указывает на самого себя, (само понятие "высказывание" также самообратимо), своего рода указание действия.

2. "Высказывание - ложно", если верить субъекту высказывания, т.е. содержанию высказывания. Оценка истинности самим субъектом высказывания.

Если ложное высказывание ложно, то согласно закона отрицания отрицания оно истинно. На этом цепь рассуждений надо закончить как в математике **(-) * (-) = (+)** и все, далее при формальном подходе можно только ходить по кругу. Причем здесь уже рассматривается сама логическая форма (как объект рассмотрения), сама операция соответствует объективному логическому закону, это оценка с объективной стороны, не важно кто выполняет. Фактически здесь "объект" или "объективный" есть тот же субъект, но после выполнения операций разрешенных правилами. Оценка имеет определенные основания.

Имеем две оценки: первичная, высказывание ложно с субъективной стороны и во вторых истинно с объективной. Т.к. формальная логика не различает субъективное и объективное, по правилу конъюнкции (закон непротиворечия): $0 \ \& \ 1 \Leftrightarrow 0$ все равно имеем в целом ложное суждение, что подтверждает данное суждение в том, что оно ложное.

Формально:

1. Имеем высказывание ***A****: "Данное высказывание - ложь" или* ***A – 0*** *т.е:* ***A = (A – 0)***

2. ***A – 0*** *есть значение или содержание высказывания, субъективная сторона.*

3. При подстановке ***(A – 0)*** *в* ***A*** *имеем:* ***(A – 0) – 0)*** $\Rightarrow$ *2 варианта, исходя из того к чему относится* ***0***

а) (A – 0) – 0) $\Rightarrow$ ***(A – 1)***

в) (A – 0) – 0) $\Rightarrow$ ***(¬A – 0)*** $\Rightarrow$ ***(A – 1)***

4. И в том и другом случае: ***(A – 0) = (A – 1) -*** *формальное противоречие.*

Но учитывая существенные факторы конкретной ситуации имеем парадоксальное утверждение: «данное высказывание – ложно, если оно истинно» (т.е. объективно соответствует факту ложности) и наоборот: если данное высказывание – истинно, то оно не соответствует содержанию, следовательно высказывание ложно (первоначальное утверждение).

Введем указанные различия, получаются два суждения:

$$A_1 = \frac{(A - 0)_{суб}}{(A - 1)_{об}} \quad и \quad A_2 = \frac{(A - 1)_{об}}{(A - 0)_{суб}}$$

где под чертой - условия суждения или его обоснование.

Тогда формально нет противоречия, т.к. одно и тоже суждение взято в различных отношениях: с субъективной стороны, по утверждению субъекта высказывания (содержания) – оно ложно, это подтверждается тем, что с объективной стороны (формы) суждение истинно. Или имеем разные утверждения об истинности - ложности, первое - о содержании, второе - о самой логической форме парадокса. Парадокс есть, но логического противоречия нет.

Чаще рассуждают с точки зрения некого "виртуального внешнего наблюдателя" В логике первого порядка это собственно есть таблицы истинности - ложности. Для проверки предложения допускают произвольно два возможных варианта: ***(A - 1)об*** или ***(A - 0)об,*** т.е. оценивают его с объективной стороны или рассматривают ситуацию «фактически» Этот типовой прием гипотетического рассуждения означает, что суждение находится в некотором «логическом универсальном множестве», "пространстве" или «общей предметной области» В принципе это правильно. Если дано отрицательное суждение ***A - 0***, то существует первичное положительное, отрицанием которого оно является. Универсальное множество образуется по схеме: $A \cup \bar{A} = U$ (*где* $\bar{A}$ трактуется как дополнение A: $A \cup \backslash A = U$ или как множество сформированное противоположными, отрицательными предикатами) "Виртуальный" означает "логически возможный". Вариант "внешнего наблюдателя" ***A - 1*** совпадает с логическим развитием исходных посылок парадокса.

Например, для данной ситуации: Если суждение ***A*** действительно ложно, то оно объективно истинно, и наоборот:

$$A_1 = (A - 0)_{суб} = ((A - 0) - 0) \Rightarrow (A - 1)_{об}$$

$$\text{и } A_2 = (A - 1)_{об} = ((A - 0) - 0) \Rightarrow (A - 0)_{суб}$$

из $(A - 0)_{суб} \Rightarrow (A - 1)_{об}$ *и* $(A - 1)_{об} \Rightarrow (A - 0)_{суб}$ *следует эквивалентность:*

$$(A - 0)_{суб} \Leftrightarrow (A - 1)_{об} \qquad (1°)$$

Здесь последовательно применяются подстановка *(A – 0) в A,* закон отрицания отрицания и затем наоборот.

Вторая возможная оценка $(A - 0)_{об}$ приводит к выводу, что исходная субъективная оценка ложная, следовательно суждение истинное. Но этот путь ведет в тупик:

$$(A - 1)_{суб} \Rightarrow ((A - 1) - 1) \Rightarrow (A - 1)_{об}$$

(Подстановка *(A – 1) в A* и правило поглощения)

Это противоречит оценке "объективного наблюдателя" *A - 0,* значит она не верна.

Имеем фактически два суждения, субъект второго "условный внешний наблюдатель", который оценивает объект рассмотрения - того же суждения, но с внешней стороны, на основании объективных законов. А поскольку предмет рассмотрения один, формально в итоге можно утверждать, что имея два противоречащих вывода об одном и том же, высказывание *A* - действительно ложно *A – (0 & 1)* - логическое противоречие. Значит исходное суждение формально не парадоксально, а просто ложно, но сама ситуация парадоксальна.

Причина данной ситуации - относительность значений "истинности - ложности", зависящих от того, кто оценивает предмет или субъективность - объективность суждений, что тоже не учитывает классическая логика.

В этом смысле представляется чрезмерной предлагаемая для объяснения и исключения парадоксов система иерархии языков, метаязыков или специальных типов суждений (например, теория типов Б.Рассела) Достаточно использования естественных понятий разной степени или уровня общности или абстракции. Например, истина - понятие общее, истина субъективная и истина объективная - частные, локальные понятия для противоположных областей определения универсального множества. Та же ситуация с разделением понятий на частные присутствует и в других парадоксах. В данном парадоксе несколько сложнее, т.к. одно понятие имеет разные функции: одновременно содержания суждения и его оценки. Но фактически оценка с объективной стороны присутствует и в других парадоксах, например, в аналогичном парадоксе Греллинга, только оценка осуществляется не в плане истинности - ложности, а согласно предварительно сформулированного определений автологичного - гетерологичного. А это еще один путь рассуждений, на основании оценки по имеющемуся определению отрицательное понятие (в обобщенном виде) объективно определяется как одновременно противоположное положительное.

2. Парадокс лжецов

(Или аналогичное высказывание Эпименида (*в других вариантах* Эвбулид); «Все критяне – лжецы» или «Все высказывания критян лживы» или просто: "Все высказывания - ложны" (ВП)

1. Критянин ***A*** говорит: "Все высказывания критян лживы» - (субъективное высказывание α)
2. ***A*** **-** критянин, $\Rightarrow$ α - тоже ложь.
3. Тогда, если α - ложь, и все другие высказывания критян - действительно ложны, то <u>объективно</u> α - истинно.
4. Т.е. имеем, как факт, одно истинное объективное высказывание α критянина ***A***
5. Следовательно не все высказывания критян ложные, как минимум одно - истинно
6. Формально из $0 \,\&\, 1 \Leftrightarrow 0 \Rightarrow \alpha$ - ложно.

Парадокс лжеца демонстрирует расхождение разговорной речи с формальной логикой, вводя высказывание, которое одновременно истинно и ложно.

Утверждение, составляющее парадокс лжеца, в формальной логике не доказуемо и не опровержимо. Поэтому считается, что данное высказывание вообще не является логическим утверждением.

Вопрос в том, каков антитезис к высказыванию «критяне всегда лгут». Если антитезис — «критяне никогда не лгут», то парадокс имеет место; если же антитезис «критяне не всегда лгут», то высказывание Эпименида просто ложно, и никакого парадокса нет. (ВП) [6]

Первый антитезис тоже не годится, судя по исходному заявлению одно ложное суждение есть сразу, для формальной логики неважно какое оно - субъективное или объективное.

Другой способ рассуждений еще проще, практический. С точки зрения той же житейской логики и без всяких формул известно, что не могут лгать исключительно всегда и все критяне. Если поставлена задача оценить правдивость критян, в замкнутом обществе кто то должен сказать правду, а ложь не несет информации. Т.е. для критян дилемма состоит - говорить или не говорить об истинности своих высказываний.

Если предложение высказано, то невзирая на его объявленную "ложность" "условный наблюдатель", имея исходные посылки и зная законы логики получил истинное суждение. Здесь также "условный" означает "возможный", например некие субъекты кроме критян или будущие критяне.

В итоге, если законы логики и определения понятий неизменны, то придется поступиться категоричностью:

Вывод-1: Не существует отдельное абсолютно отрицательное множество, минимум один элемент в нем должен быть положительным.

Истина заключается не в категоричности утверждения, а в доказательстве. Даже ложное высказывание для подтверждения своей ложности должно иметь истинное обоснование.

Одно из основных правил неклассической математики – Истинно то, что доказуемо. [Л-7] [7]

Примерная формализация парадокса:

α *- любое суждение критян*

$\boldsymbol{A}$ *– суждение о значении суждений критян*

– *связка "есть"*

Имеем: $\boldsymbol{A} = (\forall\alpha - 0)$ *и* $(\boldsymbol{A} - \alpha)$

из $\underline{(\forall\alpha - 0) \Rightarrow (\alpha - 0) \Rightarrow (\boldsymbol{A} - 0)}$

подстановка ***A*** *в* α

$\underline{\Rightarrow (\forall\alpha - 0) - 0} \quad \Rightarrow$ *либо* $\underline{(\neg\forall\alpha - 0)}$ *либо* $\underline{(\forall\alpha - 1)}$

подст. $(\forall\alpha - 0)$ *в* ***A***

1. $(\neg\forall\alpha - 0) \Leftrightarrow (\exists\alpha - 1) \Rightarrow ((\exists\alpha - 0) \,\&\, (\exists\alpha - 1))$

2. $(\forall\alpha - 1)$ *противоречие* $(\exists\alpha - 0)$

Вывод: $\boldsymbol{A} - 0$

Парадокс надо полагать истинным, т.к. главное в нем не критяне, а то о чем идет речь - абстрактные суждения.

При анализе парадокса в первую очередь необходимо решить какую логику принимать за основу: формальную или содержательную. Приведенный вывод формальнологический, но и содержание предложения является полноценным фактором логических рассуждений, что вынужденно делает логику в известной степени содержательной. Если имеются фактические доказательства, что высказывания критян ложны, в том числе это касается самого Эпименида, получается, что он сказал правду. А это второй фактор, расширяющий формальный подход, оценка истинности - ложности на фактической основе и с учетом обоснования суждения, собственно это основной критерий истины: соответствие логической формы объекту рассмотрения. Объективная истинность выражения "Данное высказывание - ложно" есть его логическое доказательство. Если высказывание ложно, то его значение ни-

---

[6] Википедия, статья «Парадокс Лжеца» 14.03.19г

[7] Философские принципы интуиционизма Брауэра studfile.net›preview/3166869/page:7/

чтожно. Множество определенное ложным предикатом - пустое, собственно не существующее. Парадокс "Лжеца" можно признать софизмом, (как выше отмечено, некоторые считают: *... вообще не является логическим утверждением или бессмысленным).*

Но объективное обоснование высказывания даже утверждающего о лжи полностью меняет дело, предложение приобретает определенный смысл. Подобное понятие совместно с положительным составляет сложный предикат, образующий универсальное множество. Формула: $A \cup \overline{A} = U$ только примерно обозначает его. Полученные суждения более жестко связаны между собой чем простая дизъюнкция, т.к. являются фактически одним и тем же предложением, только излагаемым в разных аспектах. Т.е. это конъюнкция, в терминах теории множеств - пересечение, но пересечение множеств поляризованных в разные направления, т.к. понятия в другом плане все-таки остаются противоположными. Сводя к логике первого порядка в формуле 1^o: $(A - 0)_{суб} \Leftrightarrow (A - 1)_{об}$, можно формально принять "объективное" за истинность, а "субъективное" есть ложь. В общепринятом понимании истины не только как соответствие правилам логики, но и адекватности понятия объекту рассмотрения - объективности. Субъективное может быть, как истинным, так и ложным, в целом формально - ложно или понимается как отрицание объективного $A_{суб} = \overline{A}_{об}$. Если правила логики соблюдены, после подстановки: $(A - 0)\text{-}0 \Leftrightarrow (A - 1)\text{-}1$ в итоге имеем упрощенную тавтологию: $(A - 1) \Leftrightarrow (A - 1)$.[8]

Более детальный анализ и выявленная взаимосвязь обобщенных понятий в соответствии с фактической ситуацией объясняют, почему противоположности в итоге эквивалентны друг другу. Для сравнения упрощенные формулировки высказываний:

> в любой антиномии доказывается, что **A** влечёт отрицание **A** и отрицание **A** влечёт **A** однако из $(A \Rightarrow \neg A) \,\&\, (\neg A \Rightarrow A)$ (т.е $A \Leftrightarrow \neg A$) даже в интуиционистской логике следует противоречие [9]

без указания условий использования и обоснований ни о чем не говорят и только искажают смысл парадокса.

Или аналогичный пример из арифметики, формула: $a = -a$ не верна - противоречие, но если есть основания для ввода еще одного локального параметра: $a * 1 = - a * -1 \Leftrightarrow a = a$, получим правильное равенство

Если критяне, в том числе и сам Эпименид, действительно все лжецы и приведенные рассуждения верны, то парадокс единственное высказывание, которое точно и полно выражает реальную ситуацию и ее оценку. Более слабым и неполным будет формально истинное суждение: "Некоторые суждения критян - ложны" или аналогичные ему.

Причем дело не только в формальной разнице составляющих суждений парадокса. Когда противоположные суждения (или даже просто различные) об одном и том же предмете взяты раздельно в одно и то же время, в одном и том же отношении и оба претендуют на истинность, это логическое противоречие. В реальной ситуации, когда речь идет об определенных действиях - они блокируют друг друга, абстрактно это ложь или пустое множество.

Если противоположные суждения взаимообуславливают друг друга, из одного следует второе и наоборот и характеризуют один и тот же предмет как левая и правая стороны одной вещи, в разных аспектах, дополняя друг друга, то оба могут быть истинными в указанных аспектах. Это диалектическое единство противоположностей и они должны использоваться совместно. Учитывая строгую взаимозависимость сами суждения носят виртуальный характер, раздельное существование невозможно или его тоже можно рассматривать только условно как ограниченное знание об одной из сторон вещи.

---

8 Логическая эквивалентность понятий, надо полагать, не абсолютная, т.к. все-таки имеется формальная разница между истиной и объективностью, ложью и субъективностью. В силу локальности их действия, например: $(\overline{A}_{суб} \vee A_{суб}) \Leftrightarrow (\overline{A} \vee A)_{суб}$, т.е. на общую формулу субъективность не распространяется, дизъюнкция (и конъюнкция) с любой стороны - одно и тоже

9 **wiki.bio**›wikipedia/Парадокс_Рассела

Т.о. правильно сформулированный парадокс не логическое противоречие, а обусловлено истинное высказывание, он соответствует действительности и не нарушает правил логики. С общей точки зрения субъект в силу его ограниченности не может владеть универсальной истиной. Парадоксальная форма изложения истинного положения дел в таком сложном случае оптимальна. Причем, поскольку из сложного предиката или единства частных противоположных образуется универсальное множество и противоположные суждения подтверждают друг друга, парадоксальная форма вывода логически самодостаточна.

Тем самым возможно в известной степени решить проблему определения категорий, которые в силу их всеобщности невозможно подвести под какое – либо общее понятие, но можно обоснованно связать с противоположной категорией, с указанием их взаимоотношений. И фактически во многих случаях именно так и поступают.

В общем виде практически подобная логическая схема используется весьма часто в жизни, искусстве, литературе. Как правило, высказывают некоторую мысль, но подразумевают намного больше, что и так все знают или должны сами просто догаться. И в науке тоже, простой пример аналогичный парадоксу Лжеца (имеется в виду не сам парадокс, а общая логическая ситуация): высказывание $(A\& \neg A)$ есть противоречие, т.е. для выражения мысли субъективно выбрана ложь, но все знают, что объективно это логический закон не противоречия, в обобщенном виде непреложная истина. И обоснованием к данному высказыванию прикладывается обязательный виртуальный контекст, при необходимости его надо прокомментировать. Закон может быть сформулирован и тавтологией $\neg(A\& \neg A)$, это говорит о том, что содержание может выражаться разными формами, даже противоположными, но и обоснование, контекст должны быть соответствующими. Простая эквивалентность $(A\& \neg A) \Leftrightarrow \neg(A\& \neg A)$ есть противоречие, но если ввести поясняющее содержательное обоснование (аналогично формуле **1º**), например: $(A\& \neg A)$ *- 0* $\Leftrightarrow$ $\neg(A\& \neg A)$ *- 1,* противоречия нет.

Проблема заключается не в том как избежать парадокса, а как совместить его с действующей теорией и соответственно ее расширить.

Кроме того парадокс может играть роль логической схемы или формы, при подстановке в нее другого отрицательного самообратимого предиката получаем новый аналогичный по структуре парадокс, выражающий взаимоотношения другой пары противоположных понятий. Например, возможны такие парадоксы:

Общий парадокс отрицательных понятий.

Предположим имеются утверждения: *"Данное суждение отрицательное" или "Все суждения отрицательны"* Следовательно это суждение тоже отрицательное, по закону отрицания отрицания суждение - положительное. Парадоксальная ситуация: суждение отрицательное с субъективной стороны и положительное с объективной. В данном парадоксе виднее скрытое противоречие: по негласному и гласному соглашению считается, что суждение положительное, если не обозначено знаком отрицания. Т.е. в исходном предложении заранее положительное суждение приравнено к отрицательному, но "суждение" - общее понятие, которое в частных случаях может иметь значения положительного или отрицательного. Здесь получается нейтральное суждение одновременно состоящее из положительного и отрицательного суждений, но взятых в различных отношениях.

Парадокс иностранных слов.

Чем конкретней понятия, тем очевидней их двойственность и относительность оценки. Если разделить все слова на русские и нерусские (иностранные), можно также поставить вопрос: к какому языку относиться слово "иностранные", обозначающее множество всех иностранных слов. Безо всяких рассуждений очевидно, как факт, что к русскому. Но для всех нерусских языков оно будет иностранным, это тоже факт. Т.е. понятие "иностранный" русское слово с объективной стороны и иностранное с субъективной. Или понятие русское как логическая форма и иностранное по содержанию для нерусских языков и это не семантическая многозначность слова, разные значения порождаются логической ситуацией.

Данный парадокс можно рассматривать как модификацию парадокса Греллинга: русское слово "иностранный" гетерологично, но для иностранных языков оно автологично.

Во-вторых, парадокс может играть роль афоризма и афоризмы излагаются в парадоксальной форме и являются наглядным примером отсутствия абсолютных истин. Парадокс "Лжеца" в формулировке: "*Все высказывания - ложны*" равнозначен известной мудрости: "*Мысль изреченная есть ложь*" Схожие признаки: лаконичность высказывания, подразумевание более глубокого смысла и широкого контекста, в том числе противоположного характера, полнота и законченность мысли, обуславливающие ее достаточное обоснование.

> Примерами преобразования А(нтиномии), в диалектические выводы являются афоризмы (высказывания) выдающихся мыслителей прошлого.[10]

> Нематематическим примером парадоксов теории множеств может служить высказывание «Из всех правил имеются исключения». Само это высказывание является правилом. Следовательно, для него можно найти по крайней мере одно исключение. Но это означает, что существует правило, не имеющее ни одного исключения. Такого рода высказывания содержат ссылку на самих себя и отрицают самих себя.[11]

Утверждение содержит мысль аналогичную "Парадоксу всемогущего": нет абсолютных утверждений, каждое имеет свою область определения. Но парадокс об абстрактных понятиях, должен быть истинным и аналогичен обычным парадоксам. Правило правил есть абстракция второго порядка, т.е. с объективной стороны положительная, его исключение - отсутствие исключений. Только такое правило может подтвердить исходное высказывание, его дополнение: "*Исключение из правила подтверждает правило*", что аналогично парадоксу Лжеца в том, что даже ложное суждение может подтвердить только истинное.

3. Парадокс абсолютной истинности.

"Парадокс" вообще не может быть отнесен к парадоксам из-за отсутствия парадоксальной ситуации, утверждение не отрицательное.

> Аналогично обстоит дело и с утверждением «Всякое высказывание истинно». Оно также должно быть отнесено к бессмысленным и также ведет к противоречию: если каждое высказывание истинно, то истинным является и отрицание самого этого высказывания, то есть высказывание, что не всякое высказывание истинно. [Л-2.стр.89], [Л-3]

Но высказывание примечательно как вторая половина "Парадокса лжеца", когда выбирается значение "истинное". Утверждение вполне может быть действительно тождественно истинным высказыванием для выбранной локальной области определения, в которой самоприменение положительного предиката логически не влечет его отрицания, а только утверждает по правилу поглощения. Для универсального множества, о котором идет речь, это просто очевидно формально ложное предложение. Пока нет формального логического закона утверждающего существование отрицания исходного положительного суждения. В обычном парадоксе положительное высказывание следует из данного по закону отрицания отрицания или по определению понятия.

Здесь формально из суждения *«Всякое высказывание истинно»* просто следует: *«Всякое отрицательное высказывание ложно»* Если уточнить, как подразумевается в исходном предложении: *«Всякое высказывание утвердительное **и** отрицательное истинно»*, то очевидна его абсурдность (Противоположное суждение, пример, парадокс "Лжеца" может быть, закон не противоречия) Если имеется в виду выражение: *«Всякое высказывание утвердительное **или** отрицательное истинно»*, то по закону исключенного третьего это действительно истина.

4. Парадокс брадобрея.

Если не принимать во внимание возможные аналогии, здесь имеют место не абстрактные конструкции, а реальные субъекты и их действия, но правила действий искусственно придуманы.

---

[10] АНТИНОМИЯ — Новейший философский словарь.

[11] Парадоксы математики и попытки их разрешить andrejzavet.livejournal.com›4474.html

Все мужчины в деревне должны бриться.
Половина мужчин в деревне бреются сами, другая не умеет.
Заданное условие: деревенский брадобрей должен брить только тех, кто не бреет себя сам.
Должен ли он брить сам себя?
Если он бреет себя, то нарушает условие, если он не бреет себя - то должен брить себя по условию, противоречие.

Вывод: в условиях для брадобрея заранее заложено логическое противоречие (т.е. формально ложь): должен брить себя и не должен, в реальности такой ситуации не может быть.

Или, чтобы не нарушить условие, брадобрей должен быть из другой деревни, посторонний человек или ходить с бородой или брадобрей - женщина, но здесь альтернатив не предусмотрено.

Или можно убрать условие, а поставить теоретическую задачу разделения на множества бреющихся и не бреющихся мужчин деревни с одновременным требованием всем бриться. В классической теории задача не решается: некому брить не бреющихся, брадобрей может и должен брить и других и себя, это означает, что во множество не умеющих бриться, которые должны бриться, вынужденно входит минимум один из множества умеющих брить.

Вывод тот же: Не существует абсолютно отрицательное множество.

Физически человек не может разорваться и быть одновременно в разных множествах. Понятие как абстрактный элемент может быть в одном множестве и одновременно выполнять функции в противоположном.

И если в условии заложен запрет на вхождение брадобрея во множество не умеющих бриться, то невозможно создать связанного универсального множества с заданным свойствами, т.е. его просто нет.

5. Парадокс всемогущего

Всемогущий может все: он может создать любой камень и поднять камень любого веса.
Но всемогущий не может создать камень, который сам не может поднять.
Т.е. всемогущий не всемогущ.

Также ситуация фактических действий. В данном псевдо парадоксе также в исходных суждениях уже заложено логически неразрешимое противоречие: "требуется камень поднять и одновременно его же не поднимать" Причем без каких-либо дополнительных условий: в одно и тоже время и в одном и том же отношении - задачи для всемогущего. Или задаются противоречивые свойства одного и того же камня - быть неподъемным и подъемным одновременно. Поднятие камня не обеспечивает его создание и создание камня не обуславливает его поднятие, а наоборот, из создания камня следует невозможность его поднятия и из поднятия камня следует, что необходимый камень не был создан. Ситуация логически прямо противоположна истинному парадоксу и есть формально логическое противоречие.

Парадокс может быть наглядным примером того, что не существует абсолютных понятий. Если создать неподъемный камень, то этот камень и будет всемогущим, т.е. абсолютным, универсальным понятием и места во множестве для противоположного понятия не останется, только для пустого множества.

Условие, которому должен удовлетворять «деревенский брадобрей», на самом деле внутренне противоречиво и, следовательно, невыполнимо. Подобного парикмахера не может быть в деревне по той же причине, по какой в ней нет человека, который был бы старше самого себя или который родился бы до своего рождения.

Рассуждение о парикмахере может быть названо псевдо парадоксом. По своему ходу оно строго аналогично парадоксу Рассела и этим интересно. Но оно все-таки не является подлинным парадоксом. . [Л-2. гл.Парадокс Рассела][12]

Отказ от абсолютности понятия (как фактора возникновения парадокса) не значит устранение парадокса, просто он становится логически объяснимым, сам по себе логически непротиворечив и соответственно законно занимает свое место в жизни и в логике. Нет от-

---

[12] Ивин А.А. По законам логики.1983г. гл. Парадокс Рассела

дельного абсолютного понятия, но есть сложное универсальное. Понятие дополняется противоположным и в таком виде совместное парадоксальное высказывание соответствует действительности и категорично. Отказ от абсолютности в псевдопарадоксе автоматически его решает. В жизни так и есть: брадобрей всех бреет и себя тоже безо всяких проблем, согласно обычных житейских условий, а не абстрактных.

6. Парадокс Рассела. (Википедия)

Неформальное описание парадокса. На неформальном языке парадокс можно описать следующим образом. Будем называть множество «обычным», если оно не содержит себя в качестве элемента. Например, множество всех людей является «обычным», так как само множество — не человек. Примером «необычного» множества является множество всех множеств, так как оно само является множеством, а следовательно, содержит себя в качестве элемента

Тогда множество всех «обычных» множеств называется ***расселовским множеством***. Парадокс возникает при попытке определить, является ли это множество «обычным» или нет, то есть содержит ли оно себя в качестве элемента. Есть две возможности.

С одной стороны, если оно «обычное», то оно должно включать себя в качестве элемента, так как оно по определению состоит из всех «обычных» множеств. Но тогда оно не может быть «обычным», так как «обычные» множества — это те, которые себя не включают.

Остаётся предположить, что это множество «необычное». Тогда оно не может включать себя в качестве элемента, так как оно состоит только из «обычных» множеств. Но если оно не включает себя в качестве элемента, то это «обычное» множество.

В любом случае получается противоречие

....

Формальное описание

Парадокс Рассела формализуется в наивной теории множеств, которая оказывается противоречива. Более того, противоречив фрагмент наивной теории множеств, который можно определить как теорию первого порядка с бинарным отношением принадлежности $\in$**,** в котором постулируется, что каждое свойство определяет некое множество, состоящее из элементов, удовлетворяющие этому свойству. Это значит, что для каждой логической формулы ***P(x)***} с одной свободной переменной в наивной теории множеств есть аксиома $\exists y \forall x (x \in y \Leftrightarrow P(x))$, которая говорит, что существует множество ***y*** состоящее из тех ***x***, которые удовлетворяют условию ***P(x)***

Тогда, используя парадокс Рассела, можно доказать, что эта теория противоречива. Действительно, в качестве ***P(x)*** можно взять формулу $x \notin x$ То есть свойство ***P(x)*** говорит, что множество ***{x}*** не содержит себя (то есть является «обычным» множеством в нашей терминологии). Тогда, по аксиоме, найдётся ***{y}*** такое, что $\forall x\ (x \in y \Leftrightarrow x \notin x)$ Так как это верно для любого ***{x}*** то верно и для $\{x = y\}$ То есть $(y \in y \Leftrightarrow y \notin y)$

Противоречие. Таким образом наивная теория множеств противоречива [13]

В парадоксе Рассела нет ошибки: он действительно доказывает противоречивость наивной теории множеств. Чтобы избавиться от противоречия, нужно исправить теорию множеств, так, чтобы она не допускала расселовское множество. Это можно сделать несколькими способами. Наиболее естественным путём является запрещение тем или иным способом множеств, которые могут содержать себя в качестве элемента. Таким образом будет запрещено и множество всех множеств (по крайней мере, совокупность всех множеств не будет сама являться множеством). Однако необходимо иметь в виду, что, с одной стороны, просто одного запрещения множеству иметь себя в качестве элемента недостаточно, чтобы избавиться от противоречия (как показала первая попытка Фреге исправить свою систему). С другой стороны, само по себе разрешение множествам включать себя в качестве элемента не приводит к противоречиям. Например, ничто не мешает создать каталог, который будет включать в себя все каталоги, в том числе описывать самого себя. Многие языки программирования позволяют контейнерам включать себя в качестве элемента. Существуют логические системы, свободные от парадоксов типа расселовских, которые позволяют множествам содержать себя (например, New Foundations У. В. О. Куайна) [14]

Структура парадокса Рассела аналогична парадоксу "Лжеца".

---

[13] Википедия. Статья «Парадокс Рассела» 24.09.19г
[14] Википедия. Статья «Парадокс Рассела» 24.09.19г

Предварительные общепринятые замечания:

Понятия элемента и множества относительны, множества могут быть элементами других множеств и наоборот. Отсюда практикуются обороты типа "множество множеств". Четкие разграничения не указаны. Даже один элемент тоже можно считать множеством состоящим из одного элемента. Исключение - пустое множество, оно не содержит элементов. Т.к. пустое множество образуется ложными предикатами, его можно предварительно игнорировать.

Абстрактное понятие "**Расселовское** множество" (РМ) всех обычных множеств состоит из следующих понятий:

1.Самообратимое понятие "множество множеств" (или просто "множество", которое тоже может быть элементом или содержать множество). Т.е. первая посылка парадокса есть понятие имеющее скрытый признак: "множество содержащее себя в качестве элемента" - "необычное" множество (пример по тексту ВП)

2.Во-вторых, данное множество задается определением как "обычное" множество с отрицательным свойством "не содержать себя в качестве элемента", что противоречит п.1. Но это обстоятельство напрямую не критично, т.к. "множество" - общее понятие, "обычные" и "необычные" множества - частные.

3.Множество всех обычных множеств (РМ) тоже обычное, его название отражает свойство своих элементов, закон тождества.

4.Следовательно РМ также имеет признак "не содержать себя в качестве элемента" и на этом основании входит в свой объем.

5.Получается фактически оно "содержит себя в качестве элемента", есть "необычное" множество и входит по этому признаку во множество всех "необычных"

6.Вывод: РМ обладает двумя противоположными признаками и одновременно входит в два противоположных множества

7.Формально получается противоречие - парадокс

Ошибка в парадоксе Рассела (и в аналогичных псевдо парадоксах) заключается в первую очередь в смешении несовместимых объектов или создание объекта с несовместимыми свойствами, что равнозначно логическому противоречию, отчего в итоге имеем подмену понятий. Называя вещи своими именами очевидно, что "обычные" это несамообратимые понятия, "необычные" - самообратимые. Самообратимыми могут быть только абстрактные множества, реальные множества или конкретные - только несамообратимыми. (Здесь не затрагиваются «высшие» сферы: интеллекта, сознания, «духа» и т.п, имеется в виду просто противоположности множеств реальных и абстрактных)

Если множество не состоит из одного элемента, то любое реальное или материальное множество не может быть своим элементом (реальное целое не равно и не влезает в свою часть). Да и один реальный элемент вывернуться и войти сам в себя не может, ни каким образом и ни в каком виде. В этом ключевой момент ситуации как факта, а не в том, есть ли для этого подходящая формула или нет и не в нюансах различий терминов "вхождения", "содержания", "включения" и т.д. В некоторых редакциях парадокса Рассела фигурирует (и вполне оправдано) выражение:

«*Множество, содержащее самого себя в качестве подмножества*» [Л-6][15]

Традиционно в теории множеств считается: $x \in x$ - запрещено, $x \subseteq x$ - разрешено. Но, чтобы быть самообратимым не принципиально в каком виде понятие входит в свой объем, а формально смысл получается различным.

Реальное множество состоит из конкретных индивидуальных элементов, каждый с большим количеством признаков и поэтому само индивидуально. Множество всех реальных множеств есть наш Мир - универсальное множество, он ни в каком качестве не может быть чьим - то элементом, входить в какие - либо множества. Объем определения реального объекта только он сам и не более. Для реальных локальных предметов можно вообразить некую

[15] Философия математики Б. Рассела. Парадокс Рассела. studfile.net›preview/3166869/page:7/

полную копию, но все равно между ними будут различия пространственные или временные. Если различий нет, то по определению копии совпадают и являются одним и тем же предметом.

Абстрактное (идеальное, виртуальное) множество состоит из условных единиц, собранных только по одному свойству или отдельным выделенным признакам, при искусственном исключении прочих. Одно из подобных множеств – само «множество всех множеств». Абстрактное или виртуальное позволяет любые мыслимые свойства и комбинации разрешенные соответствующими логичными формулами: раздваиваться на равные объекты и неограниченно размножаться, входить само в себя как элемент или как подмножество, пересекаться с самим собой и многое другое.

Приводимые примеры "необычных" реальных множеств не годятся. Например самообратимый каталог, сам по себе, абстрактно, существовать не может. При полностью равном содержании один общий реальный каталог (предположим - книга) не может быть равен множеству отдельных реальных каталогов - книг, все равно физически это будут разные вещи. Если только опять не иметь ввиду некоторую абстрактную характеристику. Например, реальный куб состоящий из многих разных реальных кубиков не может быть своим элементом, но если выделить только абстрактное свойство "быть кубом", можно этот виртуальный большой куб включить в собственное множество, в ряду других кубиков. Компьютер может это наглядно демонстрировать. Описанные операции тоже абстрактны, но «быть кубом» не является отрицательным свойством, парадокса нет. Если придумать что-то невероятное, типа: "Не быть кубом", то возможно. Можно создать самоприменимые каталоги или некие искусственные языки в чисто информационном смысле, но вопрос об информации - существует она без носителя или нет, пока открыт.

В общем, надо полагать, что дело заключается в необходимости учета всех существенных факторов данной ситуации, в корректной формулировке определений понятий и правил конструирования из них. Наш Мир как реальное множество на основании формулы $\boldsymbol{U} \in \boldsymbol{U}$ или по аналогии с привычной тавтологией "***A*** есть ***A***" только условно "входит" сам в себя - множество всех реальных множеств, а реально ни откуда не выходит и никуда не входит. Но если в парадоксе "Лжеца" абстрактная истина в любом случае остается истиной в своем понимании, здесь двусмысленность: от реального Мира (или реального предмета) выделяется один абстрактный признак "не входить в себя" (не самый главный) и он превращается в свое название или абстрактное понятие и в качестве такового входит в некое множество подобных объектов. В этом заключается подмена понятий: реальный объект подменяется параллельным виртуальным, который как бы исполняет его функции.

Аналогично парадоксу "Лжеца" можно выделить в понятии "обычного" множества две стороны или два отдельных понятия: "реальный объект" и "абстрактное название объекта", объективное и субъективное, фактически это разные вещи.

Парадокс следует изложить т.о:

1.Реально РМ не может и не входит в свое множество как элемент и является "обычным" (реальным, по определению - отрицательным) множеством

2.РМ - множество обычное и условно или абстрактно, только по признаку "обычного", входит в себя и на этом основании является в данном виде "необычным" (абстрактным и положительным) множеством.

3.В итоге очевиден псевдо парадокс. Потому что в действительности все остается на своих местах: реальные множества образуют свое общее реальное множество, абстрактные - свое абстрактное множество. Здесь один и тот же предмет имеет противоречивые или несовместимые свойства: выдается как реальный объект и одновременно как абстрактный, это простое логическое противоречие, т.е. ложь, а не парадокс.

Но, если условно рассматривать изложенную ситуацию в целом, получается опять одно положительное множество входит во множество всех отрицательных, и если понятие РМ только условно разделили на два: реальный и абстрактный, и соответствующие им множества, то в этом плане нарушения закона исключенного третьего нет.

Абстрактные множества также могут быть несамообратимыми ("обычными"), если исключить из рассмотрения реальные множества, парадокс Рассела может быть истинным. Подобный вариант только для абстрактных множеств описывается, например, парадоксом **Греллинга — Нельсона** и многими другими аналогичными.

> ....понятие гетерологичного прилагательного эквивалентно понятию правильного множества в парадоксе Рассела, а понятие автологичного прилагательного — понятию неправильного множества. (ВП) [16]

Из цитаты сразу можно заметить, что абстракция «гетерологичное прилагательное» никак не эквивалентна реальному предмету.

Все понятия являются абстракциями от реальных объектов, одни более конкретны, другие более абстрактны. Областью определения (объем понятия) конкретных или единичных понятий являются реальные множества и понятия в силу своей иной сущности - абстрактности не могут входить в них. Но от множества конкретных несамообратимых понятий могут быть образованы абстракции 2-го уровня - названия множеств, Отрицательные обобщенные понятия имеют парадоксальные свойства.

О формализации парадокса.

Предложенная формализация парадокса также явно неудовлетворительна, упрощение до полной потери смысла.

Определенное противоречие уже сразу заложено в неверной для данной ситуации формуле: $x \notin x$. Содержательно она в общем верно отражает предложение: "реальное множество не содержит себя в качестве элемента", но если нет комментарий или условий, формально это ложное выражение. Не учитывая даже **вывод-1** о невозможности абсолютного отрицательного множества, из определения пустого множества: $\forall \alpha: \alpha \notin \varnothing$, где α - любой элемент, следует: если $\alpha = \varnothing$, то $\varnothing \notin \varnothing$ Т.е. признак $\alpha \notin \alpha$ содержит в себе признак пустого множества.

С другой стороны употребляют и выражение: $x \in x$. "Множество всех множеств" есть универсальное множество и одно из его свойств: $\forall \alpha: \alpha \in U \Rightarrow (U \in U)$ (Википедия, статья «Универсальное множество»)

Можно признавать или нет существование универсального множества, но любой предмет формально содержит (или включает) сам себя, это та же тавтология как $x = x$. Если x - множество, то пишут: $x \subseteq x$.

> Это противоречие показывает, что высказывание о множествах X∉X не задает коллективизирующее свойство. (ВП)[17]

Точнее задает пустое множество.

В подобных сложных ситуациях простые формулы типа $x \notin x$ *и* $x \in x$ условны, могут трактоваться в разных смыслах, необходимы формулы, которые отражают ситуацию более конкретно и полно с условиями применения. Очевидно, что обычное множество не может быть своим элементом: $x \notin x$, это реальный факт. С другой стороны верно $x \in x$ *или* $x \subseteq x$, согласно принятым формулам и смыслу, что фигурально каждый предмет безусловно находится "сам в себе".

Исходя из вышеизложенного явно необходимо учитывать еще один параметр описания объектов в данной ситуации "реальный (конкретный) - идеальный (условный)" с признаками: несамообратимый - самообратимый. Поэтому в парадоксе должны фигурировать не одна формула с одной переменной, а минимум два противоположных, но связанных суждения аналогично парадоксу Лжеца.

---

[16] Википедия «Парадокс Греллинга — Нельсона» 26.09.19г.

[17] Википедия

Например, противоречивый формальный вывод парадокса Рассела ***(y ∈ y ⇔ y ∉ y)*** может иметь определенный смысл, если его соответственно правильно прокомментировать: ***(y ∈ y)условно ⇔ (y ∉ y)реально***, где, *"условно"* формально считать "∈" признаком положительного множества -"+", а *"реально"* есть "∉" по определению отрицательное множество - "-" .

Исходя из общего правила: **(+)*(+) = (+) ⇔ (-)*(-) = (+)** следует:

((y ∈ y)условно) - истина ⇔ ((y ∉ y)реально) - истина - тождественная формула

7. Парадокс осужденного. *(Ситуация реальности)*

Заданы условия:

А. Если осужденный скажет правду (+) - его повесят

В. Если осужденный скажет ложь (-) - ему отрубят голову

Осужденный сказал "Мне отрубят голову" (**В**)

Если в действительности выполнить сказанное - **В,** значит он сказал истину, его надо было повесить, но тогда **В** - ложь, следовательно ему надо отрубить голову и т.д.

Парадокс - иллюстрация логического положения о том, что из ложного суждения следует как истинное, так и ложное заключение.

Из выбранного **В** - лжи необходимо выполнить одновременно различные действия, что в реальности сделать нельзя, поэтому имеем псевдопарадокс. Но теоретически ситуация аналогична парадоксу "лжеца" в том, что субъективно выбирая отрицательное действие, одновременное получаем объективную оценку его как положительного.

8. Парадокс Греллинга — Нельсона (Википедия)

Для формулировки парадокса вводится два класса для имён прилагательных естественного языка:

1. Прилагательное называется автологичным (иногда — гомологичным, гомологическим) тогда и только тогда, когда оно описывает себя. Например, прилагательное «русское» само является русским, «многосложное» — многосложным, а «пятисложное» — пятисложным. *(Т.е. понятие входит в свой объем)*

2. Прилагательное называется гетерологичным, если оно не описывает себя. Например, «новое» не является новым, «горячее» — горячим, а «английское» — английским.

Согласно определению этих групп, они представляют собой непересекающиеся множества: каждое прилагательное либо описывает себя, либо нет.

Парадокс возникает в случае, если задать вопрос: к какой из двух групп относится само прилагательное «гетерологичный»? Если оно автологичное, оно обладает обозначаемым им свойством и должно быть гетерологичным. Если же оно гетерологичное, оно не имеет обозначаемого им свойства и должно быть автологичным.

Если же задать вопрос, является ли прилагательное «автологичное» автологичным, то имеет место цепочка рассуждений:

- если «автологичное» автологично, значит, оно описывает себя, значит, действительно автологично;
- если «автологичное» не автологично, то есть не описывает себя, значит, оно неавтологично.

Таким образом, ситуация с прилагательными противоположная: любое предположение об «автологичном» доказывается как истинное, в то время как с описанием «гетерологичного» любое предположение оказывается ложным.

Логическое описание для «автологичного»:

«Автологичное» автологично тогда и только тогда, когда «автологичное» автологично:

А тогда и только тогда, когда **А** — тавтологию

Логическое описание для «гетерологического»:

«Гетерологичное» гетерологично тогда и только тогда, когда «гетерологичное» автологично:

А тогда и только тогда, когда не выполнено **А** — противоречие. (ВП) [18]

Примеры того, что положительное прилагательное "автологичное" не порождает парадокс, отрицательное "гетерологичное" проводит к парадоксу. А также самоприменение со-

[18] Википедия «Парадокс Греллинга — Нельсона» 26.09.19г.

держания понятий к своим собственным логическим формам, т.е. смешение содержательной логики с формальной.

И как факт очевидно, что минимум одно понятие - само "прилагательное гетерологичное" в качестве положительного - "автологичного" входит в объем множества собственного отрицательного понятия.

Если термин "прилагательное" как часть речи считать тоже прилагательным, то оно явно будет автологичным (самоприменимым) понятием. Следовательно в объеме понятия "прилагательное гетерологичное" уже имеется признак автологичного. Т.е, пересечение множеств все-таки имеется, а это основание для объединения.

Речь идет о словах - абстрактных понятиях, отражающих объекты, во-вторых слова тоже могут быть объектами исследования. Автологическое означает, что понятие описывает себя как объект, это объективное. Отдельное понятие, обозначающее свой класс "гетерологичное", должно быть гетерологичным, закон тождества. С другой стороны, определение **1**, если гетерологичное гетерологично, то оно автологично, что соответствует и закону отрицания отрицания. Т.е. общее понятие "гетерологичное" формально тоже условно делится на два понятия. Получается понятие, по содержанию "гетерологичное гетерологичное", находится в классе отрицательных, с другой стороны в виде логической формы "гетерологичное автологичное" - в классе положительных или как элемент положительного множества входит в отрицательное.

Имеем условное разделение единого понятия на противоположные как в парадоксе "лжеца". Парадокс, очевидно, надо отнести к истинным.

И парадокс аналогичен парадоксу Рассела в том, что понятие "гетерологичное" обобщенная абстракция второго уровня от конкретных гетерологичных прилагательных своего класса и является одновременно одним из элементов класса автологичных - частным прилагательным. В этом уже разница типов понятий. Само общее понятие "гетерологичное" состоит из противоположных частных понятий по обобщенной формуле: $\boldsymbol{A} \cup \bar{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{U}$ Причем понятия еще более жестко связаны и одно следует из другого "гетерологичное" гетерологично следует "гетерологичное" автологичное (определение 1) и "гетерологичное" автологично следует "гетерологичное" гетерологично. Или в общем виде схема подобна парадоксу лжеца: одно и тоже понятия с *различных точек зрения или в различных отноше*ниях. "Гетерологичное" гетерологично - субъективная или внутренняя характеристика "Гетерологичного". Одновременно "гетерологичное" автологично - объективная или внешняя характеристика понятия "Гетерологичное" со стороны.

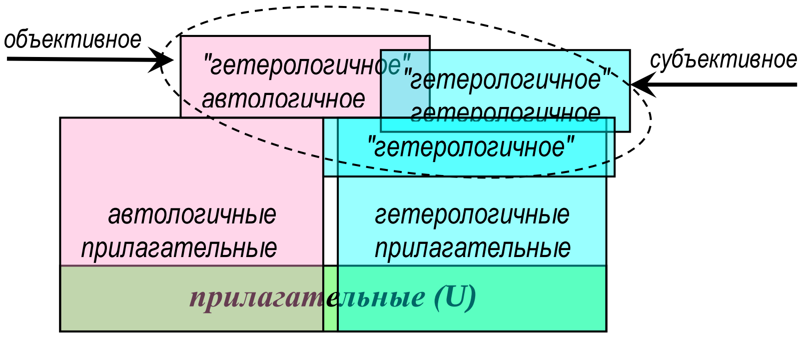

рис.1

9. Парадокс свойств

О каждом свойстве можно, по всей вероятности, спрашивать, приложимо оно к самому себе или нет. Свойство быть горячим, например, неприложимо к самому себе, поскольку само не является горячим; свойство быть конкретным тоже не относится к самому себе, ибо это абстрактное свойство. Но вот свойство быть абстрактным, являясь абстрактным, приложимо к самому себе. Назовем эти неприменимые к самим себе свойства неприложимыми. Применимо ли свойство быть неприложимым к самому себе? Оказывается, что неприложимость является неприложимой только в том случае, если она не является таковой. Это, конечно, парадоксально, Логическая, касающаяся свойств разновидность антиномии Рассела столь же парадоксальна, как и математическая, относящаяся к множествам, ее разновидность. (ВП) [19]

Синонимы понятия "свойство" - признак, определение объекта, парадокс есть аналог парадокса **Греллинга — Нельсона**

10. Парадокс самоприменения (Аналогичный № 9 и парадоксу Рассела в части абстрактных множеств, обобщенный парадокс)

Понятия или высказывания делятся на самоприменимые и несамоприменимые

Имеем высказывание: "Данное высказывание несамоприменимо" (общее для класса)

В предложении имеется два предиката;

1."Высказывание - данное", указывает на область определения - само высказывание, т.е. само суждение относится к самоприменимым.

2.Или "Высказывание - несамоприменимо", указывает на область несамоприменимых высказываний, следовательно имеет признак несамоприменимого.

3. Если несамоприменимое высказывание действительно несамоприменимо, то оно объективно самоприменимо.

4. В итоге парадокс: несамоприменимое высказывание несамоприменимо в том случае, если оно самоприменимо. Или высказывание несамоприменимо с субъективной стороны и самоприменимо с объективной

Заключение

Общая схема универсального множества

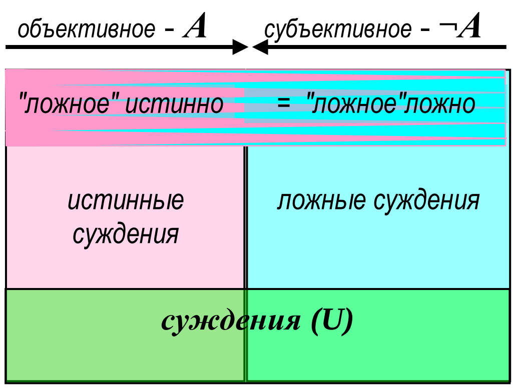

рис.2

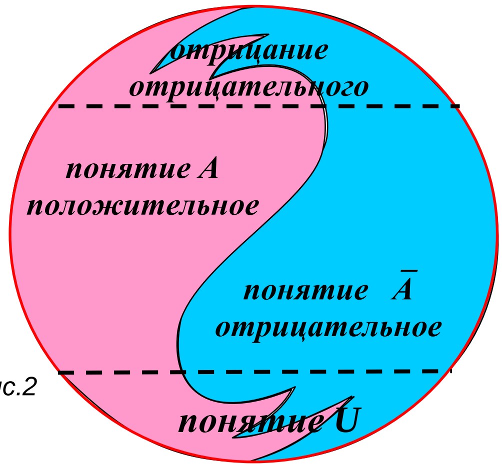

рис.3

Из логики известно: $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (\bar{A} \vee B) \,\&\, (A \vee \bar{B})$, обозначим: $A = (A-0)_{суб}$, $B = (A-1)_{об}$,

Подставим в формулу 1°: $(A-0)_{суб} \Leftrightarrow (A-1)_{об} \Rightarrow \neg((A-0)_{суб}) \vee (A-1)_{об} \,\&\, (A-0)_{суб} \vee \neg((A-1)_{об})$ $\Leftrightarrow (A-0)_{об} \vee (A-1)_{об} \,\&\, (\bar{A}-0)_{суб} \vee (A-1)_{суб}$, если: $(A-1) = A$, то $(A-0) = \bar{A}$, след. имеем:

$$(\bar{A}_{об} \vee A_{об}) \,\&\, (\bar{A}_{суб} \vee A_{суб}) \Leftrightarrow (\bar{A} \vee A)_{об} \,\&\, (\bar{A} \vee A)_{суб} \text{ или } (\bar{A} \vee A)\ (об \,\&\, суб) \qquad (2^o)$$

Тождественность суждений равнозначна пересечению универсальных множеств (общая часть $(\bar{A} \vee A)$, но левая - объективная, положительная, правая - субъективная, отрицательная

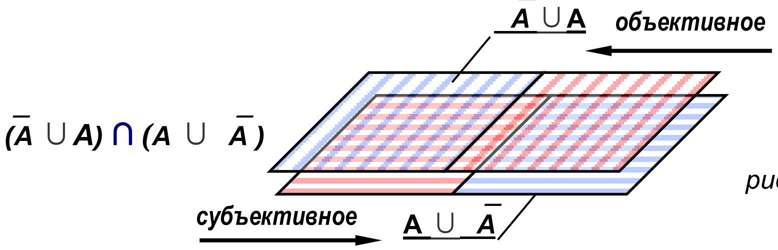

рис.4

---

[19] Википедия 26.09.19г.

Формула для соответствующего множества: $\varnothing = (\bar{A} \cup A)_{об} \cap (\bar{A} \cup A)_{суб}$, **(3º)**
где *об и суб,* обозначают противоположную ориентацию.

Приведенные примеры парадоксов имеют максимально общий характер. Парадокс "Лжеца" можно распространить вообще на множество всех суждений. Т.е. это обобщенное универсальное множество в плане признака "истинное - ложное". Множество всех ложных суждений есть пустое множество. Но пустое множество с объективной стороны положительное множество и на этом основании входит в универсальное множество, оставаясь субъективно отрицательным и дополнением универсального множества: $\bar{U} = \varnothing$ Т.е. понятие пустого множества имеет не одно значение и зависит от ситуации его употребления. Это видно также и из обычных формул теории множеств: пустое множество формально есть пересечение $\varnothing = A \cap \bar{A}$, след. $\varnothing \subset A$ и $\varnothing \subset \bar{A}$ играет роль грани множеств, которая и соединяет и разделяет их. Но формально справедливо и обратное: $\varnothing = A \cap \bar{A} \Rightarrow A \subset \varnothing$ и $\bar{A} \subset \varnothing$, что имеет не традиционный смысл отсутствия общих элементов, а аналогично определению нуля: $0 = A - A$: два противоположных элемента в пересечении $(A \cap \bar{A})$ взаимно уничтожаются, остается пустое множество, а множества A и $\bar{A}$ имеют виртуальный характер.(*)

В итоге, пустое множество одновременно входит в противоположные множества и обладает противоположными свойствами, формально является противоречием, стандартная формулировка определения пустого множества. Но формула **3º** раскрывает и объясняет структуру парадоксального элемента. Пустое (нейтральное) множество также является универсальным и образующие его виртуальные подмножества существуют только совместно во взаимосвязи.

Дополнение в универсальном множестве в обобщённом виде есть отрицательное множество, сами элементы множества сформированного данным свойством не пересекаются с положительным множеством. Но абстрактное название отрицательного множества будет самообратимым и объективно положительным элементом, т.е. является также нейтральным элементом и связью в универсальном множестве с положительной частью, формула **3º**. А прочие универсальные множества есть частные случаи объединения положительного и отрицательного.

Исходя из вышеизложенного, предлагаемые выводы достаточно обоснованы:

Вывод-1: Не существует отдельное абсолютно отрицательное множество, минимум один элемент в нем должен быть положительным.

(Или: изолированное множество есть универсальное $(A \cup \bar{A} = U)$ Как вторичное, отрицательное множество вынужденно делится на отрицательное и положительное)

Вывод-2: Отрицательное самоприменимое понятие входит в собственное множество (сформированное данным предикатом) в качестве положительного понятия. По формуле $\neg(\neg A) = A$.

Попытка найти какой-то специфический принцип логики, нарушение которого было бы отличительной особенностью всех логических парадоксов, ни к чему определенному не привела.[Л-2,стр.100] [20]

Возможно никакого дополнительного принципа нет и не надо. Структура универсального абстрактного множества предусматривает существование парадоксальных абстрактных понятий, так как природа такова, что любое отдельное законченное множество есть универсальное и содержит в себе различные и соответственно противоположные элементы. И должны быть соединительные элементы или локальные подмножества также состоящие из противоположных виртуальных элементов. Для абстрактных множеств это пустое множество (формула **3º**). Для числовых множеств - ноль: $0 = (+a) + (-a)$ В природе это вакуум («Море Дирака»).

Причем особенность структуры универсального множества и данного соединительного элемента такова, что при мысленном удалении любой крайней части множества, оставша-

[20] Ивин А.А. По законам логики. 1983г

яся часть приобретает функции противоположности автоматически, и так до последних двух элементов. Т.е. соединительные нейтральные элементы имеются между всеми элементами множества и составляют общую структуру множества.

Невозможность существования отдельных отрицательных множеств есть одно из общих свойств универсального множества. Но и любое положительное множество содержит пустое множество, которое можно считать противоположным отрицательным элементом по отношению к прочему множеству, т.к. множество "содержит" элементы, пустое множество "не содержит" Формально вопрос решается просто, во многих случаях пустое множество считается не существующим по формуле $A \cup \varnothing = A$. С отрицательным множеством такого делать нельзя, т.к. дополнительный положительный элемент существует, при его отсутствии не существует отрицательное множество.

Безусловно предлагаемые методы решения логических парадоксов затрагивают основы логики и теории множеств. Расширяются возможности формальной логики. Снимется ненормальная ситуация с «наивной теорией множеств» Но это темы для более обширной работы.

Единственно возможно отметить, что разделение значений логических форм на частные не означает введение четырехзначной логики. На каждом уровне абстракции формально остается четкая двузначная логика, при переходе на другой уровень, обобщения или конкретизации значение логической формы имеет те же самые значения или "истинности" или "ложности". Обобщенная форма по отношению к частным значениям может быть нейтральной. Также отношение «нейтральное» не означает третьего значения логики, просто в данной ситуации понятия не влияют друг на друга. Фактически тоже самое имеет место и в традиционной логике: разделение универсальных множеств на противоположные и существование нейтральных понятий, только это зачастую не учитывается и не принимается во внимание, не выявляется связь противоположностей между собой. Любое понятие можно сформулировать по стандартной схеме простого предикатного суждения: «*Это есть то-то и то-то…*» и оценить в отношении истинности – ложности, положительного – отрицательного, но основная масса понятий нейтральна, т.е. в своей основе логические формы едины.

Примечание (*)

Официальные "доказательства" вхождения пустого множества в любое множество довольно невразумительны, например:

"Для каждого x верна импликация $x \in \varnothing \Rightarrow x \in A$, так как импликация с ложной посылкой истинна. Следовательно $\varnothing \subset A$" [21]

Есть и другие доказательства, но и они не лучше.

Литература

1. Парадокс Рассела - Википедия (ВП) 04.2019г https://ru.wikipedia.org/wiki/
2. Ивин А.А. По законам логики. — М.: Мол, гвардия, 1983.- 208 с.
3. Логические парадоксы zinref.ru›000_uchebniki/02800_logika/011_lekcii…
4. Парадокс Карри. Циклопедия cyclowiki.org›wiki/Парадокс_Карри
5. Алгебра и теория чисел scask.ru›q_book_algebra.php?id=21
6. Философия математики Б.Рассела. Парадокс Рассела. studfile.net›preview/3166869/page:7/
7. Философские принципы интуиционизма Брауэра studfile.net›preview/3166869/page:7/
8. О пустом множестве cmex-x2007.narod.ru›PUSTOE.htm

[21] Алгебра и теория чисел scask.ru›q_book_algebra.php?id=21