В.П. Шенягин

# Фибоначчи-разность и люка-сумма степеней квадро матрицы разнополярных золотых констант

Цикл «Золотая теория чисел». Новое в числах Фибоначчи и Люка

Содержание



**Аннотация**. Отрицательный знак золотых констант двух уравнений конкретизирует алгебраическую сумму степеней арифметически. Целые числа Люка определяются люка-суммой, а иррациональные числа Фибоначчи фибоначчи-разностью степеней разнополярных золотых констант квадро матрицы двух уравнений.

**Корневые слова**: золотая теория чисел, квадро матрица золотых констант, золотая матрица, фибоначчи-разность, люка-сумма, числа Фибоначчи, числа Люка, иррациональные числа, целые числа, корень из пяти, мера.

## Предисловие: сумма и разность степеней разнополярных золотых констант как корней двух квадратных уравнений, составляющих матричную квадро систему

Противоположности, поставленные рядом, становятся более явными.
*Бонавентура*

В статье [1] числа Фибоначчи и Люка рассмотрены и восприняты, будучи произведенными суммой и разностью степеней золотых констант сугубо в зоне их влияния. Что не следует сопоставлять с числами Фибоначчи и Люка, получаемыми традиционно в модели рекуррентных последовательностей при задании первых двух чисел ряда.

В настоящей статье мы по-прежнему находимся в поле влияния степеней золотых констант. Но констант, получаемых в виде разнополярных корней двух квадратных уравнений, без их синтетического рафинированного использования в положительных значениях каждой. Поясним задачу.

В работе [1] мы рассмотрели механизм и инструментарий иррациональности и рациональности чисел Фибоначчи и Люка, полагая большую и малую золотые константы $\Phi$ и $\phi$ положительными, т.е. в их арифметических значениях. При этом опора лишь на арифметизированные по знаку константы утратила нечто важное. Потеря знака константы утратила некую значимость. Она выявляется при обращении к квадратным уравнениям, корнями которых есть золотые константы с учетом их противоположности не только по величине, но и по знаку:

$$\Phi^2 - \Phi - 1 = 0 \text{, где } \Phi_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}618\ldots;\ \Phi_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} = -0{,}618\ldots;$$

$$\phi^2 + \phi - 1 = 0 \text{, где } \phi_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = 0{,}618\ldots;\ \phi_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} = -1{,}618\ldots.$$

Два уравнения содержат по два корня с абсолютными величинами 1,618… и 0,618… и разными знаками. На этом нередко акцентирует внимание П.Я. Сергиенко, подчеркивая, что квадратного уравнения с обоими положительными корнями не существует.

Два уравнения вместе задают квадро-систему, квадро-матрицу золотых констант, золотую квадро матрицу:

$$\begin{cases} \Phi_1; \Phi_2 \\ \phi_1; \phi_2 \end{cases} \begin{cases} 1{,}618; -0{,}618 \\ 0{,}618; -1{,}618 \end{cases}$$

Выразим константы через свои противоположности, как по знаку, так и инверсно по величине. Как отмечал Бонавентура, «противоположности, поставленные рядом, становятся более явными». А Нильс Бор констатировал: «противоположности – не противоречия, они – дополнения».

Золотая матрица или квадро-матрица золотых констант в их взаимно-дополняющем виде выглядит так (табл. 1):

Таблица 1

Золотая квадро-матрица

| уравнение | корень 1 | корень 2 |
|---|---|---|
| $\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$ | $\Phi_1 = -\phi_2$ | $\Phi_2 = -\phi_1$ |
| $\phi^2 + \phi - 1 = 0$ | $\phi_1 = -\Phi_2$ | $\phi_2 = -\Phi_1$ |

$$\begin{cases} \Phi_1 = -\phi_2;\ \Phi_2 = -\phi_1 \\ \phi_1 = -\Phi_2;\ \phi_2 = -\Phi_1 \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} 1{,}618 = -(-1{,}618); -0{,}618 = -0{,}618 \\ 0{,}618 = -(-0{,}618); -1{,}618 = -1{,}618 \end{cases} \tag{2}$$

Пусть большую величину по абсолютному значению представляет константа $\Phi$, а малую по абсолюту – константа $\phi$. Получим матрицу констант с единичными индексами:

$$\begin{cases} \Phi_1; -\phi_1 = \Phi_2 \\ \phi_1; -\Phi_1 = \phi_2 \end{cases} \begin{cases} 1{,}618 = \Phi_1; -0{,}618 = -\phi_1 \\ 0{,}618 = \phi_1; -1{,}618 = -\Phi_1 \end{cases}$$

Упустив индекс констант, получим:

$$\begin{cases} \Phi; -\phi \\ \phi; -\Phi \end{cases} \begin{cases} 1{,}618; -0{,}618 \\ 0{,}618; -1{,}618 \end{cases} \tag{3}$$

Формула (2), возможно, математически поясняет модель философского закона отрицания отрицания, пройдя через два знака минус к модели (3) в положительных значениях.

«Удачное сочетание противоположностей – наиболее благоприятное условие для гармонии, и то, что поначалу вызывает изумление, потом нередко выглядит совершенно естественным» (Стефан Цвейг. Нетерпение сердца).

Два уравнения перемешали константы.

Используем это, проведя далее с числами Фибоначчи и Люка рассуждения, аналогичные изложенному в работе [1] в надежде, что вернувшийся отрицательный знак констант выявит не просто алгебраическую сумму степеней констант, но конкретизирует ее арифметически в виде суммы и разности.

## 1. Целые числа Люка как люка-сумма степеней разнополярных золотых констант квадро матрицы двух уравнений

Числа Люка

…, 47, –29, 18, –11, 7, –4, 3, –1, 2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, …, $L_{n\,(1)}$

определяются суммой степеней золотых констант из двух уравнений (таблица 2):

– правая ветвь 2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, … суммой $\Phi^n + (-\phi)^n$ констант $\Phi \approx 1{,}618$ и $-\phi \approx -0{,}618$ как корней уравнения $\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$ (столбец 6);

– левая ветвь …, 47, –29, 18, –11, 7, –4, 3, –1, 2 суммой $\phi^n + (-\Phi)^n$ констант $\phi \approx 0{,}618$ и $-\Phi \approx -1{,}618$ как корней уравнения $\phi^2 + \phi - 1 = 0$ (столбец 7).

Таблица 2

| $n$ | $\Phi^n$ | $(-\phi)^n$ | $\phi^n$ | $(-\Phi)^n$ | $\Phi^n + (-\phi)^n$ $L_{n\,(1)}$ правая | $\phi^n + (-\Phi)^n$ $L_{n\,(1)}$ левая | $\Phi^n - (-\phi)^n$ $F_{n\,(1)}$ правая | $\phi^n - (-\Phi)^n$ $F_{n\,(1)}$ левая | $F_{n(\sqrt{5})}$ правая | $F_{n(\sqrt{5})}$ левая |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 0 | –0 | 0 | –0 |
| 1 | 1,618 | –0,618 | 0,618 | –1,618 | 1 | –1 | 2,236 | 2,236 | 1 | 1 |
| 2 | 2,618 | 0,381 | 0,381 | 2,618 | 3 | 3 | 2,236 | –2,236 | 1 | –1 |
| 3 | 4,236 | –0,236 | 0,236 | –4,236 | 4 | –4 | 4,472 | 4,472 | 2 | 2 |
| 4 | 6,845 | 0,145 | 0,145 | 6,845 | 7 | 7 | 6,708 | –6,708 | 3 | –3 |
| 5 | 11,090 | –0,090 | 0,090 | –11,090 | 11 | –11 | 11,180 | 11,180 | 5 | 5 |
| 6 | 17,944 | 0,055 | 0,055 | 17,944 | 18 | 18 | 17,888 | –17,888 | 8 | –8 |
| 7 | 29,034 | –0,034 | 0,034 | –29,034 | 29 | –29 | 29,068 | 29,068 | 13 | 13 |
| 8 | 46,978 | 0,021 | 0,021 | 46,978 | 47 | 47 | 46,957 | –46,957 | 12 | –21 |

Суммы $\Phi^n + (-\phi)^n$ и $\phi^n + (-\Phi)^n$ можно кратко назвать «люка-суммы», а такое сочетание станем писать без кавычек. При этом числа Люка целые рациональные.

## 2. Иррациональные числа Фибоначчи как фибоначчи-разность степеней разнополярных золотых констант квадро матрицы двух уравнений

Иррациональные числа Фибоначчи в единичной метрике

…; –46,957; 29,068; –17,888; 11,180; –6,708; 4,472; –2,236; 2,236; 0; 2,236; 2,236; 4,472; 6,708; 11,180; 17,888; 29,068; 46,957;…; $F_{n\,(1)}$

определяются разностью степеней золотых констант из двух уравнений (таблица 2):

– правая ветвь 0; 2,236; 2,236; 4,472; 6,708; 11,180; 17,888; 29,068; 46,957;…; $F_{n\,(1)}$ разностью $\Phi^n - (-\phi)^n$ констант $\Phi \approx 1{,}618$ и $-\phi \approx -0{,}618$ как корней уравнения $\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$ (столбец 8);

– левая ветвь …; –46,957; 29,068; –17,888; 11,180; –6,708; 4,472; –2,236; 2,236; 0 разностью $\phi^n - (-\Phi)^n$ констант $\phi \approx 0{,}618$ и $-\Phi \approx -1{,}618$ как корней уравнения $\phi^2 + \phi - 1 = 0$ (столбец 9).

Разности $\Phi^n - (-\phi)^n$ и $\phi^n - (-\Phi)^n$ назовем кратко «фибоначчи-разности», употребляя без кавычек. При этом числа Фибоначчи иррациональные.

Они становятся рациональными целыми числами в метрике корня из пяти

…, 34, –21, 13, –8, 5, –3, 2, –1, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, …, $F_{n(\sqrt{5})}$,

определяясь нормированной разностью степеней золотых констант из двух уравнений (таблица 2):

– правая ветвь 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, … нормированной разностью $\dfrac{\Phi^n - (-\phi)^n}{\sqrt{5}}$ констант $\Phi \approx 1{,}618$ и $-\phi \approx -0{,}618$ как корней уравнения $\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$ (столбец 10);

– левая ветвь …, 34, –21, 13, –8, 5, –3, 2, –1, 1, 0 нормированной разностью $\dfrac{\phi^n - (-\Phi)^n}{\sqrt{5}}$ констант $\phi \approx 0{,}618$ и $-\Phi \approx -1{,}618$ как корней уравнения $\phi^2 + \phi - 1 = 0$ (столбец 11).

## 3. Уравнения и ветви чисел Люка и Фибоначчи

За правые ветви чисел Фибоначчи и Люка ответственно уравнение $\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$ с константами $\Phi \approx 1{,}618$ и $-\phi \approx -0{,}618$ (таблицы 2 и 3):

– правая ветвь чисел Люка определяется суммой степеней $\Phi^n + (-\phi)^n$ (столбец 6);

– правая ветвь иррациональных чисел Фибоначчи определяется разностью степеней $\Phi^n - (-\phi)^n$ (столбец 8).

За левые ветви чисел Фибоначчи и Люка ответственно уравнение $\phi^2 + \phi - 1 = 0$ с константами $\phi \approx 0{,}618$ и $-\Phi \approx -1{,}618$ (таблицы 2 и 3):

– левая ветвь чисел Люка определяется суммой степеней $\phi^n + (-\Phi)^n$ (столбец 7);

– левая ветвь иррациональных чисел Фибоначчи определяется разностью степеней $\phi^n - (-\Phi)^n$ (столбец 9).

Таблица 3

Результирующая таблица

| уравнение | корень 1 | корень 2 | фибоначчи-разность иррациональная | люка-сумма целостная |
|---|---|---|---|---|
| $\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$ | $\Phi_1 \approx 1{,}618$<br>$\Phi_1 = -\phi_2$<br>$\Phi \approx 1{,}618$ | $\Phi_2 \approx -0{,}618$<br>$\Phi_2 = -\phi_1$<br>$-\phi \approx -0{,}618$ | $\Phi^n - (-\phi)^n$<br>правая ветвь | $\Phi^n + (-\phi)^n$<br>правая ветвь |
| $\phi^2 + \phi - 1 = 0$ | $\phi_1 \approx 0{,}618$<br>$\phi_1 = -\Phi_2$<br>$\phi \approx 0{,}618$ | $\phi_2 \approx -1{,}618$<br>$\phi_2 = -\Phi_1$<br>$-\Phi \approx -1{,}618$ | $\phi^n - (-\Phi)^n$<br>левая ветвь | $\phi^n + (-\Phi)^n$<br>левая ветвь |

Корни обоих уравнений дважды противоположны друг другу – по величине с учетом инверсии и по знаку.

Формулы для определения чисел Люка и Фибоначчи правых и левых ветвей приводить не станем. По структуре они тождественны формулам (5), (5а) и (9), приведенным в работе [1].

## Заключение

1. Числа Люка определяются суммой степеней золотых констант из двух уравнений:

– правая ветвь суммой $\Phi^n + (-\phi)^n$ степеней корней $\Phi$ и $-\phi$ уравнения $\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$;

– левая ветвь суммой $\phi^n + (-\Phi)^n$ степеней корней $\phi$ и $-\Phi$ уравнения $\phi^2 + \phi - 1 = 0$.

2. Иррациональные числа Фибоначчи определяются разностью степеней золотых констант из двух уравнений:

– правая ветвь разностью $\Phi^n - (-\phi)^n$ степеней корней уравнения $\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$;

– левая ветвь разностью $\phi^n - (-\Phi)^n$ степеней корней уравнения $\phi^2 + \phi - 1 = 0$.

Иррациональные числа Фибоначчи нормируются до своей целостности корнем из пяти.

3. Уравнение $\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$ с корнями $\Phi$ и $-\phi$ является основой формирования правых ветвей чисел Фибоначчи и Люка, уравнение $\phi^2 + \phi - 1 = 0$ с корнями $\phi$ и $-\Phi$ – основой левых ветвей чисел как разности и суммы степеней.

## Литература

1. Шенягин В.П. Иррациональность и целостность чисел Фибоначчи и Люка // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 27580, 23.01.2022. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009b/02321322.htm.

2. Шенягин В.П. Корень из пяти и закон согласия // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 20349, 13.03.2015. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162443.htm.