С.Л. Василенко

Деление пополам и золотая пропорция. Часть 3. Три квадрата (два в одном)

Недавно на скидках заплатил за 4, а получил 5. Вспомнил лозунг о завершении пятилетнего плана в четыре года. И окончательно разуверился в истинности, что дважды два – четыре.

Вместо вступления.

Сегодня Харьков со светом. В многоэтажках появились вода и отопление. Зажурчал холодильник. Заработали лифты и метро.

Настроение оптимистически улучшилось. Вместо питания от автомобильного аккумулятора, ноутбук можно включить в обычную электрическую розетку. Познавшие отключение электроэнергии разумеют.

Тот самый случай, когда словосочетания-фразеологизмы «наличие отсутствия» и «отсутствие наличия» становятся синонимическими.

Думаю, грусть-печаль части россиян по этому поводу могут тоже смениться на позитивные эмоции, поскольку со светом кривая будущей рождаемости обычно идет вниз, значит и "бандеровцев" будет меньше... – Само-денацификация.

С надеждой, что военное искусство со временем перейдет из практической плоскости в область теоретической парадигмы и политического сюрреализма. – Силе ум не повредит.

«И сказал Бог: да будет свет. И стал свет» (Быт. 1:3)...

От частного к общему, и наоборот.

В разных публично-информационных материалах часто наличествуют задачи, привязанные к конкретным числовым значениям, например, сторон фигур.

Такой подход априори существенно обедняет исследовательскую проблематику и затеняет воистину замечательные частные случаи, которые можно воспроизвести исключительно из общего решения.

То есть действовать нужно по принципу системной гегелевской триады:

«понимание – диалектическое суждение – спекулятивное суждение».

Сначала индуктивное понимание ситуации. Затем следует умозаключение с переходом от частных случаев-предпосылок к общему утверждению-суждению. Далее применяется дедукция с формулировкой выводов, идя от общих положений к частным случаям.

Так или иначе, задачи необходимо решать по возможности в общем виде. На языке существенных положений и переменных. И уже потом исследовать разные числовые конструкции, вариации, примеры.

Проследим такой подход к конкретной задаче: от её решения в общем виде к частным проявлениям закономерностей золотого сечения.

Наиболее удобной геометрической фигурой является квадрат.

Ось симметрии делит его пополам, образуя прямоугольники с отношением сторон 1:2 и диагональю с метрикой квадратного корня из пяти – основополагающего радикала для вычисления константы золотого сечения.

Так что не придется искать в темной комнате черную кошку...

Три квадрата (два в одном).

Два квадрата с фиксированными сторонами s_1 и s_2 находятся под наклоном так, что их внешние контуры образуют третий квадрат со стороной s (рис. 1), которую нужно определить.

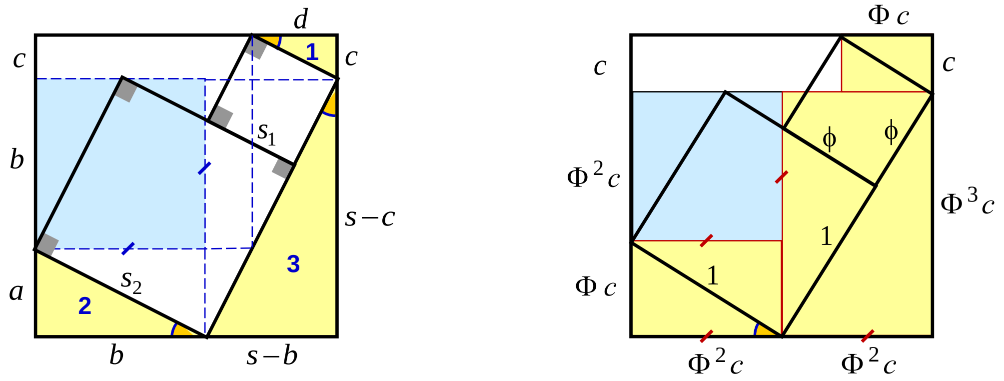

Рис. 1. Два квадрата со сторонами s_1 и s_2 находятся под наклоном в третьем квадрате со стороной s

Обозначим отношение $k = s_2/s_1$. Прямоугольные треугольники 1, 2, 3 имеют одинаковые острые углы, значит подобны. Из условия подобия имеем:

$$\Delta_1 \sim \Delta_2 \quad \to \quad \underline{b = k \cdot d};$$

$$\Delta_1 \sim \Delta_3 \quad \to \quad \frac{s-b}{c} = \frac{s-c}{d} = \frac{s_1 + s_2}{s_1} = 1 + k;$$

$$\begin{cases} s = b + c \cdot (1+k), \\ s = c + d \cdot (1+k), \end{cases} \quad \to \quad \underline{d = k \cdot c};$$

Искомая сторона s определяется с использованием теоремы Пифагора:

$$\Delta_1: \ c^2 + d^2 = s_1^2 \quad \to \quad c^2\left(1+k^2\right) = s_1^2, \quad c = \frac{s_1}{\sqrt{1+k^2}},$$

$$s = c \cdot \left(1 + k + k^2\right) = s_1 \cdot \frac{1+k+k^2}{\sqrt{1+k^2}}.$$

Выделенный голубым цветом прямоугольник является также квадратом, поскольку

$$(s-c) - a = d(1+k) - d = b.$$

Без потери общности положим сторону $s_1 = 1$. Площади треугольников равны:

$$S_1 = \frac{c \cdot d}{2} = \frac{c^2 k}{2} = \frac{k}{2\left(1+k^2\right)};$$

$$S_2 = \frac{a \cdot b}{2} = k^2 \frac{c \cdot d}{2} = k^2 S_1;$$

$$S_3 = \frac{(s-b)\cdot(s-c)}{2} = \frac{c(1+k)\cdot d(1+k)}{2} = (1+k)^2 S_1.$$

Их суммарная площадь относительно большого квадрата

$$\delta = \frac{S_\Sigma}{s^2} = \frac{2\left(1+k+k^2\right)\cdot S_1}{s^2} = \frac{k}{s^2}\cdot\frac{1+k+k^2}{1+k^2} = \frac{k}{1+k+k^2}.$$

Данное отношение имеет наибольшее значение $1/3$, если $k = 1$.

Далее найдем условие, когда вершина s_2-квадрата делит сторону s-квадрата пополам:

$$s - b = b \quad \to \quad c \cdot (1+k) = b = c \cdot k^2 \quad \to \quad k^2 - k - 1 = 0, \quad k = \Phi.$$

Таким образом, если отношение сторон квадратов $k = s_2/s_1$ равно константе золотого сечения Ф, то нижнее основание *s*-квадрата делится пополам.

И наоборот, деление пополам предопределяет золотую модель.

Выделенные желтым цветом прямоугольники являются золотыми. Отрезание от них квадрата (вдоль меньшей стороны) снова дает золотой прямоугольник.

Их суммарная площадь относительно внешнего квадрата равна малой константе золотого сечения:

$$2\delta = \frac{2\Phi}{1+\Phi+\Phi^2} = \phi .$$

Итак, в данной задаче половинное деление стороны квадрата обусловило появление золотоносного решения внутри самого квадрата с образованием трех золотых прямоугольников с соотношением сторон 1:Ф.

На наш взгляд, отличный результат в пользу золотой модели, полученный методом дедуктивного подхода. – Окей.

To be continued...