

МЕХАНИКА ДЕКАРТА - ЧЕТВЕРТОЕ ОБОБЩЕНИЕ МЕХАНИКИ НЬЮТОНА

Г.И.Шипов

shipov@aha.ru, website <http://www.shipov.com>

Введение

Прошло 317 лет с тех пор, как мы описываем нерелятивистские механические эксперименты, происходящие "на столе" с помощью механики Ньютона. И хотя механика Ньютона обобщалась уже трижды; при создании специальной теории относительности, общей теории относительности и квантовой механики, существует возможность для ее дальнейшего обобщения.

Все новое - это хорошо забытое старое. Перед созданием основ механики Ньютона (1687 г.) Рене Декарт отстаивал точку зрения, что всякое движение есть вращение. Удивительно, но это утверждение Р.Декарта удается доказать последовательно только сейчас, используя богатый арсенал математических и физических идей современной физики, выдвинутых в разное время выдающимися учеными.

1 Ориентируемая точка Френе

Механика Ньютона и все ее перечисленные выше обобщения базируются на понятии материальной точки, заменяющей в теории реальные физические тела. Исключение составляет квантовая механика, в которой частицы материи демонстрируют нам как корпускулярные, так и волновые свойства. В трехмерном координатном пространстве материальная точка имеет три степени свободы (по числу координат).

В 1847 в своей диссертации Ф.Френе впервые вводит понятие "ориентируемой точки", с которой связаны три ортогональных единичных вектора, задающих ее ориентацию. В трехмерном координатном пространстве ориентируемая точка имеет шесть степеней свободы - при поступательных и три вращательных [1].

В произвольных криволинейных координатах и современных обозначениях уравнения движения Френе для 3^x-мерной ориентируемой точки можно записать как [2]

$$\frac{De^A_\alpha}{ds} = T^A_{B\gamma} e^B_\alpha \frac{dx^\gamma}{ds} \quad \text{или} \quad \frac{de^A_\alpha}{ds} = \Delta^A_{B\gamma} e^B_\alpha \frac{dx^\gamma}{ds}, \quad (1)$$

$$\alpha, \beta, \gamma \dots = 1, 2, 3, \quad A, B, C \dots = 1, 2, 3,$$

где $\alpha, \beta, \gamma \dots$ - векторные индексы, индексы $A, B, C \dots$ - нумеруют вектора триады Френе,

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = \eta_{AB} e^A_\alpha e^B_\beta dx^\alpha dx^\beta, \quad \eta_{AB} = \eta^{AB} = \text{diag}(1 \ 1 \ 1) \quad (2)$$

- квадрат элемента длины кривой, по которой движется ориентируемая точка, D - абсолютный дифференциал относительно символов Кристоффеля

$$\Gamma^\alpha_{\beta\gamma} = \frac{1}{2}g^{\alpha\eta}(g_{\beta\eta,\gamma} + g_{\gamma\eta,\beta} - g_{\beta\gamma,\eta}). \quad (3)$$

Величины

$$T^A_{B\gamma} = \nabla_\gamma e^A_\alpha e_B^\alpha = e^A_{\alpha,\gamma} e_B^\alpha - \Gamma^\beta_{\alpha\gamma} e^A_\beta e_B^\alpha = \Delta^A_{B\gamma} - \Gamma^A_{B\gamma} \quad (4)$$

были введены впервые Ф.Риччи [3] и были названы позже коэффициентами вращения Риччи, а геометрический объект

$$\Delta^A_{B\gamma} = \Gamma^A_{B\gamma} + T^A_{B\gamma} = e^A_{\alpha,\gamma} e_B^\alpha = \frac{\partial e^A_\alpha}{\partial x^\gamma} e_B^\alpha \quad (5)$$

— связностью абсолютного параллелизма [4]. Коэффициенты вращения Риччи $T^A_{B\gamma}$ описывают изменение ориентации базисных векторов e_B^α и определяют вращательную метрику [2]

$$dv^2 = e^\beta_A De^A_\alpha e^\alpha_A De^A_\beta = T^A_{B\alpha} T^B_{A\beta} dx^\alpha dx^\beta, \quad (6)$$

Если выбрать правую триаду e^A_α так, что единичные вектора $e^{(1)}_\alpha = dx_\alpha/ds$, $e^{(2)}_\alpha$ и $e^{(3)}_\alpha$, будут соответственно касательным, нормалью и бинормалью к кривой, то из уравнений (1), записанных в декартовой системе координат, следуют уравнения Френе

$$\frac{de^{(1)}}{ds} = \kappa(s)e^{(2)}, \quad (7)$$

$$\frac{de^{(2)}}{ds} = -\kappa(s)e^{(1)} + \chi(s)e^{(3)}, \quad (8)$$

$$\frac{de^{(3)}}{ds} = -\chi(s)e^{(2)}, \quad (9)$$

где $\kappa(s)$ – кривизна и $\chi(s)$ – кручение кривой связаны с коэффициентами вращения Риччи $T^A_{B\gamma}$ следующим образом

$$\kappa(s) = T^{(1)}_{(2)\gamma} \frac{dx^\gamma}{ds}, \quad \chi(s) = T^{(2)}_{(3)\gamma} \frac{dx^\gamma}{ds}. \quad (10)$$

Из уравнений (7)-(9) следуют поступательные уравнения движения ориентируемой точки (уравнения движения начала триады)

$$\frac{d^2\mathbf{x}}{ds^2} = \kappa(s)e^{(2)}, \quad (11)$$

$$\frac{d^3\mathbf{x}}{ds^3} = \frac{d\kappa(s)}{ds}e^{(2)} - \kappa^2(s)e^{(1)} + \kappa(s)\chi(s)e^{(3)}. \quad (12)$$

Если умножить уравнения (11) на полную массу m ориентируемой материальной точки, то мы получим уравнения, аналогичные уравнениям движения механики Ньютона

$$m \frac{d^2\mathbf{x}}{ds^2} = \mathbf{F}, \quad (13)$$

где

$$\mathbf{F} = m\kappa(s)\mathbf{e}^{(2)} \quad (14)$$

- сила, вызывающая поступательное ускорение.

Уже из приведенных выше рассуждений видно, что механика ориентируемой точки позволяет обобщить механику Ньютона и:

- а) рассматривать динамику физических объектов как вращение (идея Декарта);
- б) учитывать "внутренние" степени свободы, связанные с собственными вращениями ориентируемой точки, чего нет в механике Ньютона.

2 Программа Клиффорда по геометризации физики

Кривизна и кручение в уравнениях Френе однозначно определяют произвольную кривую в \mathbb{Z}^x - мерном координатном пространстве. Если мы сопоставим кривой Френе некоторую физическую траекторию, то это позволит нам описывать движение материальной точки, которая способна изменять свою ориентацию в пространстве. Мы будем называть такой объект ориентируемой материальной точкой. Действительно, пусть кривизна $\kappa(s)$ в уравнениях Френе равна нулю, тогда, как это следует из уравнений (11)-(14), силовое воздействие на ориентируемую материальную точку отсутствует и она движется по прямой линии. При этом ее ориентация в пространстве меняется в соответствии с уравнениями

$$\frac{d\mathbf{e}^{(1)}}{ds} = 0, \quad \frac{d\mathbf{e}^{(2)}}{ds} = \chi(s)\mathbf{e}^{(3)}, \quad \frac{d\mathbf{e}^{(3)}}{ds} = -\chi(s)\mathbf{e}^{(2)}. \quad (15)$$

Таким образом, эти уравнения описывают собственные вращения ориентируемой точки под действием поля кручения $\chi(s)$ - торсионного поля [2], при этом воздействие носит бессиловой характер.

Уравнения (13) интересны тем, что позволяют дать геометрическое описание физическим взаимодействиям, которые базируются на уравнениях Ньютона. Для этого достаточно правильно подобрать кривизну $\kappa(s)$ в соотношении (14). Возможно именно эти соображения побудили математика У.Клиффорда высказать в 1870 г. утверждение, что "в Мире ничего не происходит, кроме изменения кривизны пространства"[5]. Однако, если быть более последовательным, надо было бы сказать, что в Мире не происходит ничего, кроме изменения кривизны и кручения пространства. Доказать это утверждение, базирясь только на уравнениях Френе невозможно. Эти уравнения описывают всего лишь произвольную кривую в \mathbb{Z}^x - мерном координатном пространстве. Кроме того, правильней было назвать $\kappa(s)$ и $\chi(s)$ первым и вторым кручением кривой, поскольку они определяются через коэффициенты вращения Риччи $T^A_{B\gamma}$ согласно соотношениям (10). Понятно, что геометризация физики требует применение такой геометрии, которая, в общем случае, обладает римановой кривизной и кручением, порождаемым коэффициентами вращения Риччи.

3 Кривизна Риччи на многообразии ориентируемых точек

Известно, что Б.Риман использовал точечное многообразие для определения тензора кривизны R^i_{jkm} неевклидова пространства. Ж.Риччи в работе [3] впервые находит тензор кривизны на многообразии ориентируемых точек. Для определенности и ориентируясь на физические приложения, мы запишем основные формулы, полученные в работе Риччи [3], для многообразия ориентируемых точек размерности 4, используя современные обозначения. Обобщение на большее число размерностей не составляет труда.

Следуя Риччи, рассмотрим четырехмерное дифференцируемое многообразие с координатами x^i ($i = 0, 1, 2, 3$); причем в каждой точке этого многообразия заданы вектор e^a_i ($i = 0, 1, 2, 3$) и ковектор e^j_b ($b = 0, 1, 2, 3$) с условиями нормировки

$$e^a_i e^j_a = \delta^j_i, \quad e^a_i e^i_b = \delta^a_b. \quad (16)$$

При таком задании четыре координаты x^i описывают положение начала O четырехмерной ориентируемой точки (тетрады), а шесть независимых (в силу условий (16)) компонент тетрады e^a_i – ее пространственную ориентацию, играя роль угловых переменных.

Тетрада e^a_i определяет метрический тензор пространства

$$g_{ik} = \eta_{ab} e^a_i e^b_k, \quad \eta_{ab} = \eta^{ab} = \text{diag}(1 \ -1 \ -1 \ -1) \quad (17)$$

и риманову (трансляционную) метрику

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k. \quad (18)$$

Кроме того, производные от e^a_i по координатам x_i определяют коэффициенты вращения Риччи [3]

$$T^i_{jk} = e^i_a \nabla_k e^a_j = -\Omega^{::i}_{jk} + g^{im} (g_{js} \Omega^{::s}_{mk} + g_{ks} \Omega^{::s}_{mj}), \quad (19)$$

где ковариантная производная ∇_k определена относительно символов Кристоффеля

$$\Gamma^i_{jk} = \frac{1}{2} g^{im} (g_{jm,k} + g_{km,j} - g_{jk,m}), \quad (20)$$

а величина [3]

$$\Omega^{::i}_{jk} = e^i_a e^a_{[k,j]} = -\frac{1}{2} e^i_a (e^a_{j,k} - e^a_{k,j}) = -T^i_{[jk]} \quad (21)$$

была названа позднее Я. Схоутеном объектом неголономности [6]. Такое название оправдано тем, что шесть угловых переменных, задающих ориентацию тетрады, являются неголономными. Естественно, что когда объект неголономности (21) обращается в нуль, никакого изменения ориентации ориентируемой точки не происходит. Если же ориентация векторов тетрады меняется, то мы имеем вращательную метрику [2]

$$d\tau^2 = T^i_{jk} T^j_{in} dx^k dx^n, \quad (22)$$

которая описывает бесконечно малый поворот.

Далее, Риччи показывает [3], что на многообразии ориентируемых точек заданы два тензора кривизны:

а) тензор кривизны Римана, определяемый через символы Кристоффеля обычным образом

$$R^i_{jkm} = 2\Gamma^i_{j[m,k]} + 2\Gamma^i_{s[k}\Gamma^s_{|j|m]}; \quad (23)$$

б) тензор кривизны Риччи, определяемый через коэффициенты вращения Риччи как

$$P^i_{jkm} = 2\nabla_{[k}T^i_{|j|m]} + 2T^i_{c[k}T^c_{|j|m]}. \quad (24)$$

Поскольку сумма $\Gamma^i_{jk} + T^i_{jk}$ образует связность геометрии абсолютного параллелизма [7]

$$\Delta^i_{jk} = \Gamma^i_{jk} + T^i_{jk} = e^k_a e^a_{i,j}, \quad (25)$$

тензор кривизны которого равен нулю

$$S^i_{jkm} = 2\Delta^i_{j[m,k]} + 2\Delta^i_{s[k}\Delta^s_{|j|m]} = 0, \quad (26)$$

то, подставляя (25) в (26), получим соотношение

$$S^i_{jkm} = R^i_{jkm} + 2\nabla_{[k}T^i_{|j|m]} + 2T^i_{c[k}T^c_{|j|m]} = R^i_{jkm} + P^i_{jkm} = 0. \quad (27)$$

Отметим, что связность абсолютного параллелизма (25) обладает кручением

$$\Delta^i_{[jk]} = T^i_{[jk]} = -\Omega^i_{jk}, \quad (28)$$

которое мы будем называть кручением Риччи. Итак, геометрия абсолютного параллелизма с римановой кривизной (23) и кручением Риччи (28) более всего подходит для реализации программы Клиффорда по геометризации физики.

4 "Эрлангенская программа" Клейна и структурные уравнения Картана геометрии абсолютного параллелизма A_4

В 1872 г. Ф.Клейн выдвинул "Эрлангенскую программу", суть которой состоит в том, чтобы по заданной на многообразии группе движений можно было бы построить основные геометрические соотношения данной геометрии [8]. Эта программа последовательно развивалась многими выдающимися математиками, но наибольший вклад был сделан Э. Картаном. Для этого Э.Картан использовал не точечное многообразие, на котором Б.Риман строил неевклидову геометрию, а многообразие ориентируемых точек, подобно Ж. Риччи. Ориентируемую точку Э.Картан называл ортогональным подвижным репером, который при движении совершает бесконечно малые трансляции начала dx^i (в нашем случае локальная группа T_4) и бесконечно малые повороты векторов тетрады de^i_a (локальная группа $O(3,1)$). Применяя метод Картана [9], получаем следующие структурные уравнения Картана геометрии A_4 [2]

$$\nabla_{[k} e^a_{m]} - e^b_{[k} T^a_{|b|m]} = 0 \quad \text{или} \quad \nabla_{[a} e^i_{b]} = -\Omega_{ab}{}^c e^i_c, \quad (29)$$

$$R^a_{bkm} + 2\nabla_{[k} T^a_{|b|m]} + 2T^a_{c[k} T^c_{|b|m]} = 0 \quad \text{или} \quad R^a_{bkm} = 2e^a_i \nabla_{[k} \nabla_{m]} e^i_b, \quad (30)$$

которые совпадают с уравнениями Маурера-Картана группы T_4 и $O(3.1)$ соответственно.

В уравнениях (29) компоненты кручения Риччи $\Omega_{ab}{}^c$ представляет собой структурные функции локальной группы T_4 , удовлетворяющие первым тождествам Якоби (или первым тождествам Бианки)

$$\nabla^*_{[b} \Omega_{cd]}{}^a + 2\Omega_{[bc}{}^f \Omega_{d]f}{}^a = 0 \quad \text{или} \quad R^a_{[bcd]} = 0, \quad (31)$$

где ∇^*_b – ковариантная производная относительно связности (25).

В уравнениях (30) компоненты тензора Римана R^a_{bkm} представляет собой структурные функции локальной группы $O(3.1)$, удовлетворяющие вторым тождествам Якоби

$$\nabla_{[n} R^a_{|b|km]} + R^c_{b[km} T^a_{|c|n]} - T^c_{b[n} R^a_{|c|km]} = 0. \quad (32)$$

Если учесть, что структурные уравнения (29) и (30) удовлетворяют условиям интегрирования (уравнениям (31) и (32) соответственно)[2], то геометрия абсолютного параллелизма оказывается единственной геометрией, удовлетворяющей всем требованиям "Эрлангенской программы" Ф.Клейна.

5 Внутренние степени свободы ориентируемой точки и геометризация поля Янга-Миллса

Пространство событий механики ориентируемой материальной точки имеет более сложную структуру, чем механика точки. Если для описания динамики материальной точки в n -мерном пространстве требуется задать n координат, то для описания ориентируемой материальной точки в n -мерном пространстве требуется $n(n+1)/2$ координат [10]. Например, в четырехмерном пространстве ориентируемую материальную точку определяют 10 координат: четыре трансляционные координаты x, y, z, ct и шесть угловых, из которых три пространственных угла $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ и три пространственно-временных $\theta_1, \theta_2, \theta_3$. Представителем угловых координат является неголономная тетрада e^a_i .

Десятимерное многообразие (четыре трансляционные координаты x^i и шесть «вращательных координат» e^i_a) геометрии абсолютного параллелизма A_4 мы можем рассматривать как векторное расслоение с координатами базы x^i (внешнее пространство), в каждой точке которого задано поле четырех ортонормированных векторов e^i_c ($c=0,1,2,3$) [11], образующих "внутреннее" пространство. Во внешнем пространстве x^i (базе) действует группа трансляций T_4 , а во внутреннем пространстве e^i_c (слое) – группа вращений $O(3.1)$.

В уравнениях (29) и (30) матрицы e^a_i , T^a_{bk} и R^a_{bkm} преобразуются в группе вращений $O(3.1)$ следующим образом

$$\begin{aligned} e^{a'}_i &= \Lambda_a{}^{a'} e^a_i \\ T^{a'}_{b'k} &= \Lambda_a{}^{a'} T^a_{bk} \Lambda^b_{b'} + \Lambda_a{}^{a'} \Lambda^a_{b'k}, \quad \Lambda_a{}^{a'} \in O(3.1), \end{aligned} \quad (33)$$

$$R^{a'}_{b'km} = \Lambda_a^{a'} R^a_{bkm} \Lambda^b_{b'},$$

при этом коэффициенты вращения Риччи T^a_{bk} выступают как потенциалы калибровочного поля R^a_{bkm} .

Опуская матричные индексы, запишем уравнения (30) и (32) в виде геометризованных уравнений Янга-Миллса

$$R_{km} = 2\nabla_{[m} T_{k]} + [T_m, T_k], \quad (34)$$

$$\nabla_n {}^* R^{kn} + R^{kn} T_n - T_n {}^* R^{kn} = 0, \quad (35)$$

с калибровочной группой $O(3,1)$. Здесь мы ввели обозначение для дуального тензора Римана ${}^* R_{ijkm} = \frac{1}{2} \varepsilon^{sp}_{km} R_{ijsp}$.

Добавляя к геометризованным уравнениям Янга-Миллса (34) и (35) структурное уравнение группы трансляций (29)

$$\nabla_{[k} e_{m]} - e_{[k} T_{m]} = 0, \quad (36)$$

получим расширенную систему геометризованных уравнений Янга-Миллса.

6 Тожждественность уравнений формализма Ньюмена-Пенроуза структурным уравнениям геометрии A_4

Программа Клиффорда по геометризации физики началась с работ А.Эйнштейна, который показал, что релятивистские гравитационные поля и гравитационные взаимодействия описываются определенными соотношениями геометрии Римана [12]. А.Эйнштейн особенно отмечал, что чисто геометрическое описание гравитационных полей дается вакуумными уравнениями Эйнштейна

$$R_{ik} = 0 \quad (37)$$

и только эти уравнения "представляют собой единственно рационально обоснованный случай теории поля, который может претендовать на строгость..." [12]. Правота мнения А.Эйнштейна доказывается тем фактом, что на сегодняшний день экспериментальные подтверждения теории гравитации Эйнштейна базируются на решении именно вакуумных уравнений Эйнштейна (37).

В 1962 г. математики Е.Ньюмен и Р.Пенроуз [13] предложили новый метод поиска решений вакуумных уравнений Эйнштейна. В координатах базы x^i и в принятых нами обозначениях основные уравнения формализма Ньюмена-Пенроуза имеют вид

$$R^i_{jkm} + 2\nabla_{[k} T^i_{j]m} + 2T^i_{s[k} T^s_{j]m} = 0, \quad (2.7 NP)$$

$$\nabla_{[n} R_{i]j[km]} + R^s_{j[km} T_{is|n]} - T^s_{j[n} R_{is|km]} = 0, \quad (2.9 NP)$$

$$\nabla_{[k} e^a_{j]} + T^i_{[kj]} e^a_i = 0. \quad (2.11 NP)$$

Здесь справа от уравнений стоят номера, под которыми они представлены в работе Е.Ньюмена и Р.Пенроуза [13]. Сравнение этих уравнений с системой (29)- (32) показывает, что в формализме Ньюмена-Пенроуза используются структурные уравнения Картана геометрии A_4 [2]. Для получения новых решений вакуумных уравнений Эйнштейна (37) теперь совсем не обязательно решать именно их. Достаточно найти (или "сконструировать") такое решение структурных уравнений Картана геометрии A_4 (29) и (30), которые удовлетворяют условию $R_{ik} = 0$. Так были найдены такие известные решения вакуумных уравнений Эйнштейна как решение Шварцшильда [13], НУТ [14] и Керра [15].

7 Геометризация тензора энергии-импульса в уравнениях Эйнштейна и тензорного тока в уравнениях Янга-Миллса

После успешной геометризации гравитационных взаимодействий А.Эйнштейн выдвинул программу Единой Теории поля, которая предусматривала геометризацию всех других физических полей, составляющих тензор энергии-импульса материи в уравнениях Эйнштейна

$$R_{jm} - \frac{1}{2}g_{jm}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{jm}. \quad (38)$$

Для этого А.Эйнштейн использовал различные обобщения геометрии Римана, в том числе и геометрию абсолютного параллелизма A_4 [16]. И хотя А.Эйнштейн вел интенсивную переписку с Э.Картаном по поводу геометрии абсолютного параллелизма [17], ему в то время не были известны структурные уравнения Картана (29) и (30) этой геометрии. Между тем, проблему геометризации правой части уравнений Эйнштейна (38) удается решить, если использовать структурные уравнения Картана геометрии A_4 .

Действительно, запишем уравнения (2.7 NP), в виде

$$C_{ijkm} + g_{i[k}R_{m]j} + g_{j[k}R_{m]i} + \frac{1}{3}Rg_{i[m}g_{k]j} + 2\nabla_{[k}T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k}T^s_{|j|m]} = 0, \quad (39)$$

где C_{ijkm} – тензор Вейля, R_{jm} – тензор Риччи, R – скалярная кривизна. Эти уравнения распадаются на 10 уравнений [18]

$$R_{jm} - \frac{1}{2}g_{jm}R = \nu T_{jm}, \quad (40)$$

подобных уравнениям Эйнштейна, но с геометризированной правой частью, определяемой как

$$T_{jm} = -\frac{2}{\nu}\{(\nabla_{[i}T^i_{|j|m]} + T^i_{s[i}T^s_{|j|m]}) - \frac{1}{2}g_{jm}g^{pn}(\nabla_{[i}T^i_{|p|n]} + T^i_{s[i}T^s_{|p|n]})\} \quad (41)$$

и 10 уравнений

$$C_{ijkm} + 2\nabla_{[k}T^i_{|j|m]} + 2T^i_{is[k}T^s_{|j|m]} = -\nu J_{ijkm}, \quad (42)$$

подобных уравнениям Янга-Миллса, но с геометризованным тензорным током

$$J_{ijkm} = 2g_{[k(i}T_{j)m]} - \frac{1}{3}Tg_{i[m}g_{k]j}, \quad (43)$$

где T – след тензора (41).

Конечно, уравнения (40) принципиально отличаются от уравнений Эйнштейна (38), поскольку они:

а) представляют собой естественное обобщение вакуумных уравнений (37) и, так же как и уравнения (37, не содержат никаких физических констант;

б) полностью геометризованы и описывают поля материи через кручение Риччи (28);

в) самосогласованы с полностью геометризованными уравнениями Янга-Миллса (42) и "координатными" уравнениями (2.11 NP).

Например, вместо вакуумных уравнений Эйнштейна (37), из уравнений (29), (30) мы имеем систему

$$\nabla_{[k}e_{j]}^a + T_{[kj]}^i e_i^a = 0, \quad (44)$$

$$C^i_{jkm} + 2\nabla_{[k}T_{j]m}^i + 2T_{s[k}^i T_{j]m}^s = 0. \quad (45)$$

Е.Ньюмен, Р.Пенроуз и др. находили решение именно этой системы для случая эйнштейновского вакуума. При выбранной системе координат x^i в качестве искоемых функций в эту систему входят компоненты тензора Вейля C^i_{jkm} , компоненты коэффициентов вращения Риччи T^i_{kj} и компоненты тетрады e_j^a . Например, решение с метрикой Шварцшильда

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\Psi^0}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\Psi^0}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2),$$

в координатах $x_0 = ct$, r , $x^2 = \theta$, $x^3 = \varphi$ и в спинорном представлении [13] имеет вид для:

1. Компонент символов Ньюмена–Пенроуза:

$$\begin{aligned} \sigma_{00}^i &= (0, 1, 0, 0), & \sigma_{11}^i &= (1, U, 0, 0), & \sigma_{0i}^i &= \rho(0, 0, P, iP), \\ \sigma_i^{00} &= (1, 0, 0, 0), & \sigma_i^{11} &= (-U, 1, 0, 0), & \sigma_i^{0i} &= -\frac{1}{2\rho P}(0, 0, 1, i), \\ U &= -1/2 + \Psi^0/r, & P &= (2)^{-1/2}(1 + \zeta\bar{\zeta}/4), & \zeta &= x^2 + ix^3, \\ & & & & \Psi^0 &= \text{const.} \end{aligned}$$

2. Спинорных компонент коэффициентов вращения Риччи:

$$\begin{aligned} \rho &= -1/r, & \alpha &= -\bar{\beta} = -\alpha^0/r, & \gamma &= \Psi^0/2r, \\ \mu &= -\varepsilon^0/r + 2\Psi^0/r^2, & \alpha^0 &= \zeta/4. \end{aligned}$$

3. Спинорных компонент тензора Вейля:

$$\Psi = -\Psi^0/r^3.$$

Подставляя компоненты коэффициентов вращения Риччи данного решения во вращательную метрику (22) , находим

$$d\tau^2 = -\frac{(\Psi^0)^2}{2r^4}dx_0^2 - \frac{2(\Psi^0 - r)}{r}d\theta^2 - \frac{2(\Psi^0 - r)\sin^2\theta}{r}d\varphi^2. \quad (46)$$

Кроме того, полученное решение новых вакуумных уравнений приобретает физический смысл, если мы положим

$$\Psi^0 = MG/c^2. \quad (47)$$

Принципиальное отличие уравнений (44) и (45) от вакуумных уравнений Эйнштейна (37) в том, что если кручение Риччи (следовательно, и коэффициенты вращения Риччи) в уравнениях (44) и (45) обращается в нуль, то мы получаем плоское пространство.

8 Уравнения движения ориентируемой точки. Физическая интерпретация коэффициентов вращения Риччи

Уравнения движения 4^X -мерной ориентируемой точки следуют из определения связности геометрии A_4 (25). Для этого перепишем соотношение (25) в виде

$$\partial_k e^i{}_a + \Delta^i{}_{jk} e^j{}_a = 0,$$

или как

$$de^i{}_a + \Delta^i{}_{jk} e^j{}_a dx^k = 0.$$

Поделив эти уравнения на ds , получим уравнения движения ориентируемой точки в виде

$$\frac{de^i{}_a}{ds} + \Delta^i{}_{jk} e^j{}_a \frac{dx^k}{ds} = 0 \quad (48)$$

или

$$\frac{de^i{}_a}{ds} + \Gamma^i{}_{jk} e^j{}_a \frac{dx^k}{ds} + T^i{}_{jk} e^j{}_a \frac{dx^k}{ds} = 0. \quad (49)$$

Из 16 "вращательных"уравнений (49), при условии нормировки (16,) остаются 6 независимых уравнений. Эти уравнения описывают изменение ориентации ориентируемой точки. К ним можно добавить 4 уравнения движения "начала"ориентируемой точки, представляющие собой уравнения геодезических пространства A_4

$$\frac{d^2x^i}{ds^2} + \Delta^i{}_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = \frac{d^2x^i}{ds^2} + \Gamma^i{}_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} + T^i{}_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0. \quad (50)$$

Из соотношения (19) следует

$$T^i{}_{(jk)} = g^{im}(g_{js}\Omega_{mk}^{\dots s} + g_{ks}\Omega_{mj}^{\dots s}) = 2g^{im}\Omega_{m(jk)}, \quad (51)$$

поэтому уравнения (50) записываются как

$$\frac{du^i}{ds} + \Gamma^i{}_{kj} u^j u^k + 2g^{im}\Omega_{m(jk)} u^j u^k = 0, \quad (52)$$

где мы обозначили $u^i = dx^i/ds$.

Отметим, что:

1) уравнения (52) могут быть получены из вариационного принципа [2];

2) уравнения (52) следуют из уравнений ориентируемой точки (49), если выбрать вектор $e_i^{(0)} = dx^i/ds$.

Если мы умножим уравнения (50) на массу m ориентируемой материальной точки, то получим уравнения движения ее центра масс

$$m \frac{d^2 x^i}{ds^2} + m \Gamma_{jk}^i \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} + m T_{jk}^i \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0. \quad (53)$$

В нерелятивистском приближении уравнения (53) принимают вид

$$m \frac{d^2 x^\alpha}{dt^2} = -mc^2 \Gamma_{00}^\alpha - mc^2 T_{00}^\alpha. \quad (54)$$

Используя решение вакуумных уравнений (44) и (45) с метрикой Шварцшильда, в которой функция источника Ψ^0 определяется соотношением (47), получим в квазидекартовых координатах

$$F_G^\alpha = -mc^2 \Gamma_{00}^\alpha = m \frac{MG}{r^3} x^\alpha, \quad (55)$$

$$F_I^\alpha = -mc^2 T_{00}^\alpha = -m \frac{MG}{r^3} x^\alpha. \quad (56)$$

Очевидно, что первая из этих сил F_G^α – ньютоновская гравитационная сила. Сила F_I^α равна по абсолютной величине гравитационной силе F_G^α , но направлена противоположно. Ее естественно интерпретировать как силу инерции, которая действует локально в ускоренной системе отсчета и компенсирует гравитационную силу, создавая состояние невесомости внутри свободно падающего лифта. Поэтому уравнения (53) можно интерпретировать как уравнения движения начала произвольно ускоренной системы отсчета, связанной с массой m , на которую действует внешняя гравитационная сила

$$F_G^i = -m \Gamma_{jk}^i \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds}$$

и сила инерции

$$F_I^i = -m T_{jk}^i \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds}.$$

Соответственно, коэффициенты вращения Риччи T_{jk}^i интерпретируются как напряженности поля инерции [19].

Из вращательной метрики (22) находим бесконечно малый поворот ориентируемой точки

$$d\chi^i_j = T^i_{jk} dx^k. \quad (57)$$

Разделив правую и левую части этих уравнений на ds , получим матрицу четырехмерной угловой скорости вращения [2]

$$\Omega^i_j = T^i_{jk} \frac{dx^k}{ds} \quad (58)$$

со свойствами симметрии $\Omega_{ik} = -\Omega_{ki}$.

Пусть теперь ориентируемая материальная точка движется под действием только поля инерции T^i_{jk} , тогда уравнения движения (53), с учетом (58), можно представить как

$$m \frac{d^2 x^i}{ds^2} + m \Omega^i_j \frac{dx^j}{ds} = 0. \quad (59)$$

В нерелятивистском приближении из (59) имеем

$$m \frac{dv_\alpha}{dt} = -mc^2 \Omega_{\alpha 0} - 2mc^2 \Omega_{\alpha\beta} \frac{1}{c} \frac{dx^\beta}{dt}. \quad (60)$$

С другой стороны, из нерелятивистской механики ускоренных систем отсчета имеем следующие уравнения, описывающие движение ее начала [20]

$$m \frac{dv_\alpha}{dt} = m(-W_\alpha + 2\omega_{\alpha\beta} \frac{dx^\beta}{dt}), \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3, \quad (61)$$

где

$$-mW_\alpha$$

– поступательная сила инерции,

$$2m\omega_{\alpha\beta} \frac{dx^\beta}{dt}$$

– сила Кориолиса.

Сравнивая уравнения (60) и (61), находим матрицу четырехмерной угловой скорости вращения (матрицу четырехмерного «классического спина») в виде

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{c^2} \begin{pmatrix} 0 & -W_1 & -W_2 & -W_3 \\ W_1 & 0 & -c\omega_3 & c\omega_2 \\ W_2 & c\omega_3 & 0 & -c\omega_1 \\ W_3 & -c\omega_2 & c\omega_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (62)$$

Из этой матрицы видно, что четырехмерное вращение ориентируемой материальной точки порождено полями инерции T^i_{jk} и наоборот – вращение материи порождает кручение Риччи

$$\Omega_{jk}{}^{..i} = -T^i_{[jk]} \quad (63)$$

пространства геометрии A_4 . Поля, определяемые кручением пространства, получили название торсионных полей. Таким образом, поле инерции T^i_{jk} представляет собой торсионное поле, порождаемое кручением пространства абсолютного параллелизма. Впервые на связь между вращением материи и кручением (63) пространства A_4 указал Э.Картан в 1922 г. [21]. Прямого аналитического доказательства в работе Э.Картана нет. Это обстоятельство вызвало путаницу в исследованиях. Дело в том, что несколько лет спустя Э.Картан ввел кручение, заданное на точечном многообразии. Это кручение было названо кручением Картана. Оно отличается от кручения Риччи (63) тем, что не зависит от угловых переменных. Мне не удалось найти аналитического доказательства связи кручения Картана (а не кручения Риччи (63)) с реальным физическим вращением.

9 Вращательная относительность Кармели, спинорная структура пространства событий Пенроуза и квантовая теория

В течение многих лет А.Эйнштейн пытался найти "разумное обобщение" вакуумных уравнений (37), при этом он считал, что такое обобщение должно "дать ключ к более совершенной квантовой теории"[22], а тензор энергии-импульса должен быть геометризованным и образован полем "пока еще неизвестной природы"[23]. Если считать, что в механике Декарта уравнения (29) и (30) являются "разумным обобщением" вакуумных уравнений (37), а геометризованный тензор энергии-импульса материи (41) решает проблему геометризации полей материи, то "полем неизвестной природы" оказывается поле инерции T^i_{jk} .

Определяя плотность материи как

$$\rho = g^{jm} T_{jm} / c^2, \quad (64)$$

и используя тензор энергии-импульса (41), имеем

$$\rho = \frac{2g_{jm}}{\nu c^2} (\nabla_{[i} T^i_{|j|m]} + T^i_{s[i} T^s_{|j|m]}). \quad (65)$$

Предположим, что в уравнениях движения (53) внешние силы

$$-m \Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds}$$

равны нулю, тогда на центр масс ориентируемой материальной точки действуют только силы инерции

$$m \frac{d^2 x^i}{ds^2} + m T^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0. \quad (66)$$

Если силы инерции компенсируют друг друга, то мы имеем уравнение,

$$m T^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0,$$

решая которое, находим [2]

$$T_{ijk} = -T_{jik} = -T_{ikj} = -\Omega_{ijk}. \quad (67)$$

При этом условии начало системы отсчета, связанной с ориентируемой материальной точкой, движется прямолинейно и равномерно. Из соотношений (67) следует, что поле инерции антисимметрично по все трем индексам и совпадает с кручением Риччи.

Предположим, что с началом ускоренной системы отсчета, для которой выполняются условия (67), связана система отсчета, которая не меняет ориентации своих векторов. Такая система будет вести себя как инерциальная и мы будем называть ее локально инерциальной системой отсчета второго рода¹. Реальные примеры локально инерциальных систем отсчета второго рода представлены на рис. 1.

¹Локально инерциальная система отсчета первого рода связана со свободно падающим лифтом Эйнштейна

Для полей инерции, удовлетворяющих условию полной антисимметрии (67), плотность материи (65) принимает простой вид

$$\rho = -\frac{1}{2\nu c^2} h_i h^i, \quad (68)$$

где псевдовектор h_i ("спин"ориентируемой материальной точки) связан с кручением Риччи как

$$\Omega^{ijk} = \varepsilon^{ijkm} h_m, \quad \Omega_{ijk} = \varepsilon_{ijkm} h^m \quad (69)$$

После нормировки полей h_i на единицу, плотность (68) напоминает плотность вероятности в квантовой теории. Этот результат опять подтверждает интуитивное прозрение А.Эйнштейна о релятивистской природе "совершенной"квантовой теории.

К аналогичным выводам приходит один из последователей А.Эйнштейна израильский физик М.Кармели. Он первый заметил, что специальная теория относительности (по-ступательная относительность) может быть расширена, путем включения в нее вращательной относительности (неголономных вращательных координат) [24], [25]. Исходная физическая идея, на которой базируется М.Кармели, использует известный факт - фотон имеет не только постоянную скорость поступательного движения c , но и постоянный спин \hbar . Это вдохновило М.Кармели ввести, в дополнении к метрике Минковского

$$ds^2 = dt^2 - c^{-2}[(dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2],$$

вращательную метрику

$$d\tau^2 = dt^2 - \gamma^{-2}[(d\Theta^1)^2 + (d\Theta^2)^2 + (d\Theta^3)^2], \quad (70)$$

в которой γ - фактор, отображающий предельную угловую скорость вращения, Θ^α ($\alpha = 1, 2, 3$) - неголономные угловые переменные.

В дополнении к принципам СТО, М.Кармели формулирует два принципа вращательной относительности:

1) Законы физики одинаковы во всех системах отсчета, вращающихся с постоянной скоростью относительно друг друга.

2) Линейный элемент (70) инвариантен относительно преобразований неголономных вращательных координат [25].

Если вращающийся гироскоп не подвержен действию внешних сил, то он будет вращаться с постоянной скоростью сколь угодно долго. Этот мысленный эксперимент говорит о том, что в теории вращательной относительности существует "вращательный" принцип инерции (подобный "поступательному"принципу Галилея). Нам известно, что вращение является ускоренным движением, поэтому вращательная относительность допускает ускоренное движение по инерции. Это возможно только в неевклидовых пространствах, таких, например, как геометрия абсолютного параллелизма. Иными словами, дальнейшее развитие теории вращательной относительности требует замены метрики Кармели (70) релятивистской вращательной метрикой (22). В этом случае мы получаем органический синтез поступательной и вращательной относительности, дающей решения проблем, выдвинутых А.Эйнштейном.

Работа М.Кармели [25] показывает, что спин элементарных частиц может оказаться тем посредником, который связывает теорию относительности с квантовой теорией. Поскольку релятивистским обобщением спина является спинор, то, как правильно отметил

Дж. Уиллер [26], для объединения теории относительности с квантовой теорией необходимо геометризовать спинорные поля (например, спинорное поле Дирака). Дж. Уиллер не знал, что уже начал свои блестящие работы Р. Пенроуз [27],[28], который показал, что именно спиноры могут быть положены в основу классической геометрии и что именно они определяют топологические и геометрические свойства пространства-времени, например его размерность и сигнатуру.

В работе [13] Е. Ньюмен и Р. Пенроуз фактически заменяют в структурных уравнениях геометрии A_4 (29) и (30) вектора e_i^a ориентируемой точки, коэффициенты вращения Риччи T^i_{jk} и кривизну Римана спинтензорами соответствующего ранга. Для этого необходимо использовать спинорную геометрию A_4 как дифференцируемое многообразие X_4 , в каждой точке M которого с трансляционными координатами x ($i = 0, 1, 2, 3$) введено двумерное комплексное спинорное пространство C^2 [28].

С помощью спинорных 2×2 матриц Кармели [29]-[31] уравнения (36), (40) и (42) (обобщенные уравнения вакуума Эйнштейна) для правой материи (в теории различаются правая и левая материя и антиматерия [2]) представляются как

$$\begin{aligned} \partial_{C\dot{D}}\sigma^i_{A\dot{B}} - \partial_{A\dot{B}}\sigma^i_{C\dot{D}} &= (T_{C\dot{D}})_A{}^P \sigma^i_{P\dot{B}} + \sigma^i_{A\dot{R}}(T^+_{\dot{D}C})^{\dot{R}}{}_{\dot{B}} - \\ &- (T_{A\dot{B}})_C{}^P \sigma^i_{P\dot{D}} - \sigma^i_{C\dot{R}}(T^+_{\dot{B}A})^{\dot{R}}{}_{\dot{D}}, \end{aligned} \quad (\overset{+}{A}{}^s)$$

$$2\Phi_{A\dot{B}C\dot{D}} + \Lambda\varepsilon_{AB}\varepsilon_{\dot{C}\dot{D}} = \nu T_{A\dot{C}B\dot{D}}, \quad (\overset{+}{B}{}^{s+}.1)$$

$$\begin{aligned} C_{A\dot{B}C\dot{D}} - \partial_{C\dot{D}}T_{A\dot{B}} + \partial_{A\dot{B}}T_{C\dot{D}} + (T_{C\dot{D}})_A{}^F T_{F\dot{B}} + (T^+_{\dot{D}C})^{\dot{F}}{}_{\dot{B}} T_{A\dot{F}} - \\ - (T_{A\dot{B}})_C{}^F T_{F\dot{D}} - (T^+_{\dot{B}A})^{\dot{F}}{}_{\dot{D}} T_{C\dot{F}} - [T_{A\dot{B}}, T_{C\dot{D}}] = -\nu J_{A\dot{B}C\dot{D}}, \end{aligned} \quad (\overset{+}{B}{}^{s+}.2)$$

где константа принимает значения $\nu = (8\pi G)/c^4 = \nu_g$ для случая гравитационного взаимодействия или $\nu = (8\pi e)/m_0 c^4 = \nu_e$ для случая электромагнитного взаимодействия [2]. Уравнения $(B^{s+}.1)$ представляют собой спинорную запись полностью геометризованных (включая тензор энергии-импульса материи) уравнений Эйнштейна, при этом источник $T_{A\dot{C}B\dot{D}}$ в общем случае определяется через двухкомпонентные спиноры o_α, τ_β и их производные [32]. С другой стороны, уравнения $(B^{s+}.2)$ представляют собой полностью геометризованные уравнения Янга–Миллса, в которых ток $J_{A\dot{B}C\dot{D}}$ также определяется через двухкомпонентные спиноры o_α, ι_β .

Первые структурные уравнения $(\overset{+}{A}{}^s)$ геометрии A_4 , записанные через двухкомпонентные спиноры ι^α, o^β , удовлетворяют системе нелинейных спинорных уравнений вида [2]

$$\begin{aligned} \nabla_{\beta\dot{\chi}}o_\alpha &= \gamma o_\alpha o_\beta \bar{o}_{\dot{\chi}} - \alpha o_\alpha o_\beta \bar{\iota}_{\dot{\chi}} - \\ &- \beta o_\alpha \iota_\beta \bar{o}_{\dot{\chi}} + \varepsilon o_\alpha \iota_\beta \bar{\iota}_{\dot{\chi}} - \tau \iota_\alpha o_\beta \bar{o}_{\dot{\chi}} + \\ &+ \rho \iota_\alpha o_\beta \bar{\iota}_{\dot{\chi}} + \sigma \iota_\alpha \iota_\beta \bar{o}_{\dot{\chi}} - \kappa \iota_\alpha \iota_\beta \bar{\iota}_{\dot{\chi}}, \\ \nabla_{\beta\dot{\chi}}\iota_\alpha &= \nu o_\alpha o_\beta \bar{o}_{\dot{\chi}} - \lambda o_\alpha o_\beta \bar{\iota}_{\dot{\chi}} - \\ &- \mu o_\alpha \iota_\beta \bar{o}_{\dot{\chi}} + \pi o_\alpha \iota_\beta \bar{\iota}_{\dot{\chi}} - \gamma \iota_\alpha o_\beta \bar{o}_{\dot{\chi}} + \\ &+ \alpha \iota_\alpha o_\beta \bar{\iota}_{\dot{\chi}} + \beta \iota_\alpha \iota_\beta \bar{o}_{\dot{\chi}} - \varepsilon \iota_\alpha \iota_\beta \bar{\iota}_{\dot{\chi}}, \end{aligned} \quad (71)$$

$$\alpha, \beta, \gamma \dots = 0, 1, \quad \dot{\chi}, \dot{\mu}, \dot{\nu} \dots = \dot{0}, \dot{1},$$

В силу кубической нелинейности (по двухкомпонентным спинорам) уравнений (71) эти уравнения были названы обобщенными нелинейными спинорными уравнениями Гайзенберга–Иваненко [33], [34]. Для решения Шварцшильда спинорных вакуумных уравнений $(\overset{+}{A}{}^s)$, $(\overset{+}{B}{}^{s^+}.1)$, $(\overset{+}{B}{}^{s^+}.2)$ с константой (47), уравнения (71) запишутся как

$$\begin{aligned}\nabla_{\beta\dot{\chi}}o_{\alpha} &= \frac{\Psi^0}{2r}o_{\alpha}o_{\beta}\bar{o}_{\dot{\chi}} + \frac{\bar{\alpha}^0}{r}o_{\alpha}o_{\beta}\bar{l}_{\dot{\chi}} - \frac{\alpha^0}{r}o_{\alpha}l_{\beta}\bar{o}_{\dot{\chi}} - \frac{1}{r}l_{\alpha}o_{\beta}\bar{l}_{\dot{\chi}}, \\ \nabla_{\beta\dot{\chi}}l_{\alpha} &= -\left(-\frac{1}{2r} + \frac{\Psi^0}{r^2}\right)o_{\alpha}l_{\beta}\bar{o}_{\dot{\chi}} - \frac{\Psi^0}{2r}l_{\alpha}o_{\beta}\bar{o}_{\dot{\chi}} - \frac{\bar{\alpha}^0}{r}l_{\alpha}o_{\beta}\bar{l}_{\dot{\chi}} - \frac{\alpha^0}{r}l_{\alpha}l_{\beta}\bar{o}_{\dot{\chi}}, \\ \alpha, \beta \dots &= 0, 1, \quad \dot{\gamma}, \dot{\chi} \dots = \dot{0}, \dot{1},\end{aligned}$$

при этом $\Psi^0 = MG/c^2$ играет роль фундаментальной длины. Обобщенные уравнения Гайзенберга-Иваненко - еще один "ключ" к более совершенной квантовой теории.

10 Инерционная масса в механике Декарта. Четырехмерный гироскоп

Инерционная масса покоя объекта определяется как

$$m_0 = \int \rho(-g)^{1/2} dV, \quad (72)$$

где

$$g = \det g_{jm}, \quad dV = dx^1 dx^2 dx^3,$$

а плотность ρ определяется согласно (65). Окончательное выражение для инерционной массы покоя объекта в механике Декарта имеет вид

$$m_0 = \frac{2}{\nu c^2} \int (-g)^{1/2} \left\{ g^{jm} \left(\nabla_{[i} T_{|j|m]}^i + T_{s[i} T_{|j|m]}^s \right) \right\} dV. \quad (73)$$

Это соотношение показывает, что инерционная масса покоя в механике Декарта **является мерой поля инерции**, образующего плотность его материи. Поскольку поле инерции T_{jk}^i порождено вращением материи (согласно Э.Картану), то инерционные свойства массы покоя зависят от состояния вращения материи, образующих данную систему. Меняя, например, угловую скорость вращения отдельных массивных частей системы, мы можем менять во времени ее массу покоя. Если менять вращение внутри системы массы $m_0(t)$ по определенному закону, то появляется возможность осуществить для данной системы "реактивное движение без отбрасывания массы" в соответствии с уравнениями движения

$$m_0(t) \frac{d}{dt} (v_{\alpha}) = -v_{\alpha} \frac{d}{dt} m_0(t). \quad (74)$$

Механическое устройство, центр масс которого движется в соответствии с уравнениями (74), было названо четырехмерным гироскопом (4-D гироскоп)(see fig. 1).

Все элементы обычного 3^X - мерного гироскопа вращаются по одному пространственному углу ϕ , в плоскостях, перпендикулярных оси вращения. 4-D гироскоп состоит из трех связанных между собой масс (see fig. 1), две из которых (массы m) вращаются синхронно в разные стороны по пространственному углу $\phi(t)$ вокруг оси O_1 , установленной

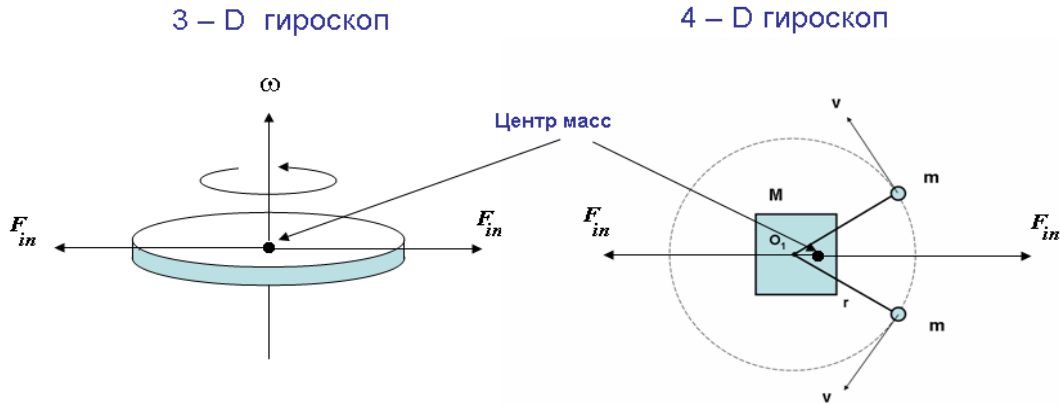


Рис. 1: С центром масс 3-D и 4-D свободных гироскопов связана локально инерциальная система отсчета второго рода

на центральной массе M . Сама центральная масса M осциллирует оси симметрии x с ускорением

$$W_x = \frac{dv_x(t)}{dt} = c(th\dot{\theta}_x) = c\frac{d\theta_x(t)}{dt},$$

где θ - псевдоевклидов угол. Поэтому в механике Декарта в терминах локальной группы Лоренца вращение 4-D гироскопа описывается двумя матрицами, а именно, пространственное вращение малых грузов m задается матрицей

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi(t) & \sin \phi(t) & 0 \\ 0 & -\sin \phi(t) & \cos \phi(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а ускоренное движение вдоль оси x описывает матрица

$$L = \begin{pmatrix} 1 & -th\theta(t)_x & 0 & 0 \\ -th\theta(t)_x & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Теперь становится понятно, почему такое простое механическое устройство было названо 4-D гироскопом.

Функция Лагранжа T 4-D гироскопа можно представить в виде

$$T = \frac{M + 2m}{2} (v_c^2 + k^2(1 - k^2 \sin^2 \phi)w^2) = \frac{M + 2m}{2} (v_c^2 + g'w^2), = \frac{M + 2m}{2} \dot{s}^2 \quad (75)$$

где

$$w = r\omega, \quad k^2 = 2m/(M + 2m), \quad v_c = v - k^2w \sin \phi, \quad g' = k^2(1 - k^2 \sin^2 \phi) = k^2g.$$

Здесь v_c - скорость центра масс, v - скорость центрального тела массы M , $\omega = \dot{\phi}$ - угловая скорость вращения грузов, r - расстояние от оси вращения до малых грузов m .

Будем считать, что движение центра масс свободного от внешних воздействий 4-D гироскопа происходит в соответствии с уравнениями движения механики Декарта

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Delta^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0, \quad (76)$$

$$i, j, k \dots = 1, 2$$

где

$$\Delta^i_{jk} = \Gamma^i_{jk} + T^i_{jk} = e^i_a e^a_{j,k}.$$

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j = \frac{2T}{M + 2m} dt^2, \quad i, j = 1, 2,$$

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & g' \end{pmatrix} = \Lambda_{ab} e^a_i e^b_j, \quad (77)$$

$$\Lambda_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ортогональная диада e^a_i для данного метрического тензора связана с переменными

$$v_c(t) = \cos \eta(t) \dot{s}, \quad \sqrt{g'} w(t) = \sin \eta(t) \dot{s}, \quad (78)$$

и имеет вид

$$e^a_i(\eta(t)) = \begin{pmatrix} \cos \eta & \sqrt{g'} \sin \eta \\ -\sin \eta & \sqrt{g'} \cos \eta \end{pmatrix},$$

$$e^i_a(\eta(t)) = \begin{pmatrix} \cos \eta & -\sin \eta \\ \frac{1}{\sqrt{g'}} \sin \eta & \frac{1}{\sqrt{g'}} \cos \eta \end{pmatrix}.$$

После соответствующих вычислений, уравнения движения (76) принимают вид

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{2m}{M + 2m} \Phi \omega, \quad (79)$$

$$\frac{d\omega}{dt} - k^2 \omega^2 \frac{\sin \phi \cos \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi} = -\frac{1}{rg} \Phi v_c, \quad (80)$$

где

$$\Phi(t) = -\frac{\sqrt{g'} d\eta}{k^2 dt} \quad (81)$$

– функция, порожденная кручением Риччи. Если эта функция обращается в нуль, то уравнения (80) и (81) совпадают с уравнениями движения 4D-гироскопа, которые следуют из механики Ньютона.

11 Пространственно-временная прецессия свободного 4D-гироскопа

Уравнения (80) и (81) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \dot{v}_c^* &= k^2 \Phi^* \omega, \\ \dot{\omega} &= -\Phi^* v_c^*. \end{aligned}$$

где

$$v_c^* = v_c - v_0, \quad \Phi^* = \frac{\Phi}{\sqrt{g'}},$$

и $v_0 = const$ - начальная скорость центра масс.

Предположим, что

$$\Phi^* = \kappa_0 = const,$$

тогда получим следующее частное решение уравнений движения

$$\begin{aligned} v_c(t) &= v_0 \sin(k\kappa_0 t) + v_0 = v_0 (1 + \sin(k\kappa_0 t)), \\ \omega(t) &= \frac{v_0}{\sqrt{g'}rk} \cos(k\kappa_0 t) + \frac{r\omega_0 \sqrt{g'(\phi_0)} - v_0/k}{r\sqrt{g'}}, \end{aligned} \quad (82)$$

которое показывает, что при отличной от нуля начальной скорости центра масс существует пространственно-временная прецессия 4D-гироскопа, которая проявляется в изменении скорости центра масс 4D-гироскопа, свободного от внешних воздействий.

12 Управление метрикой локального пространства

Если на 4D-гироскоп действуют внешняя сила F_x или момент внешней силы L , то его уравнения движения принимают вид (80) и (81)

$$\frac{dv}{dt} - B \frac{d}{dt}(\omega \sin \phi) = \frac{F_x}{M + 2m} + B\Phi\omega, \quad (83)$$

$$r \frac{d\omega}{dt} - \frac{dv}{dt} \sin \phi = \frac{L}{2mr} - \Phi v. \quad (84)$$

Умножая первое из этих уравнений на $(M + 2m)v$, а второе на $2mr\omega$, и складывая их, получим закон изменения полной энергии системы

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}(M + 2m)v^2 + mr^2\omega^2 - 2mrv\omega \sin \phi \right) = F_x v + L\omega. \quad (85)$$

Из этого закона видно, что торсионная сила (или нескомпенсированная сила инерции)

$$F_i = (M + 2m)B\Phi\omega$$

и момент торсионной силы (или нескомпенсированный момент силы инерции)

$$L_i = 2mrv\Phi$$

не меняют энергии системы, хотя активно участвуют в перераспределении энергии между поступательными и вращательными движениями масс 4-D гироскопа.

Умножая уравнение (83) на $\sin\phi$ и складывая его с уравнением (84), находим

$$r \frac{d\omega}{dt} - B \frac{d}{dt}(\omega \sin\phi) = \frac{F_x \sin\phi}{M + 2m} + Nr - \Phi(v - B\omega \sin\phi) \quad N = \frac{L}{2mr^2}. \quad (86)$$

Производя в этом уравнении и в уравнении (83) замену

$$v_c = v - B\omega \sin\phi,$$

имеем

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{F_x}{M + 2m} + B\Phi\omega, \quad (87)$$

$$r \frac{d\omega}{dt} g - B(\omega^2 \sin\phi \cos\phi) = \frac{F_x \sin\phi}{M + 2m} + Nr - \Phi v_c, \quad (88)$$

где

$$g = 1 - k^2 \sin^2\phi.$$

Введем обозначения

$$\psi = \frac{\Phi}{g}, \quad w = g r \omega$$

и перепишем уравнения (87) и (88) в виде

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{F_x}{M + 2m} + k^2 \psi w, \quad (89)$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{F_x \sin\phi}{(M + 2m)g} + \frac{Nr}{g} - \psi v_c. \quad (90)$$

Умножим первое из этих уравнений на w , а второе на $-v_c$ и сложим их, тогда имеем

$$w \frac{dv_c}{dt} - v_c \frac{dw}{dt} = -\frac{F_x \sin\phi v_c}{(M + 2m)g} - \frac{Nr v_c}{g} + \frac{F_x w}{M + 2m} + \psi(k^2 w^2 + v_c).$$

Поскольку полная энергия 4-D гироскопа равна

$$T = \frac{1}{2}(k^2 w^2 + v_c^2),$$

то мы имеем своеобразный коммутатор

$$w \frac{dv_c}{dt} - v_c \frac{dw}{dt} = -\left\{ \frac{F_x \sin\phi}{(M + 2m)g} + \frac{Nr}{g} \right\} v_c + \frac{F_x w}{M + 2m} + \frac{2T\psi}{M + 2m}.$$

Умножая уравнение (89) на $(M + 2m)v_c$, а уравнение (90) на $2mw$ и складывая их, получим закон изменения полной энергии 4-D гироскопа под действием внешних сил и моментов

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} (M + 2m) v_c^2 + (1 - k^2 \sin^2 \phi) m r^2 \omega^2 \right\} = F_x v_c + B F_x \omega \sin \phi + L \omega \quad (91)$$

или

$$\frac{d}{dt} T(t) = F_x v_c + B F_x \omega \sin \phi + L \omega. \quad (92)$$

Поскольку

$$T(t) = \frac{M + 2m}{2} \dot{s}(t)^2 = \int_0^t (F_x v_c + B F_x \omega \sin \phi + L \omega) d\tau,$$

то

$$\dot{s} = \sqrt{\frac{2T}{M + 2m}} \neq \text{const}$$

и локальная метрика ds^2 становится зависимой от внешних сил и моментов

$$ds^2(t) = \frac{2T(t)}{M + 2m} dt^2 = \frac{2}{M + 2m} \left\{ \int_0^t (F_x v_c + B F_x \omega \sin \phi + L \omega) d\tau \right\} dt^2 \neq \text{inv}. \quad (93)$$

Формула (93) замечательна тем, что при отсутствии внешней силы F_x можно изменить метрику локального пространства с помощью момента L . Практически это можно сделать внутри замкнутого объема, установив на 4D-гироскоп особое устройство, называемое мотор-тормоз [35]. Изменяя контролируемым образом локальный момент L , мы меняем локальную метрику пространства и, следовательно скорость центра масс всей системы.

13 Управление кручением Риччи и кривизной Римана локального пространства

Механика Декарта для описания 4-D гироскопа, даже при скоростях много меньше скорости света, требует введения четырехмерного координатного пространства

$$x_0 = ct, \quad x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z.$$

Это следует из того, что поступательное ускорение в механике Декарта сводится к вращению в пространственно-временных плоскостях, например, в нашем случае, в соответствии с формулой

$$W_x = \frac{dv_x(t)}{dt} = c(t \dot{\theta}_x) = c \frac{d\theta_x(t)}{dt}.$$

Поэтому при более последовательном описании 4D-гироскопа необходимо использовать координаты

$$x_0 = ct, \quad x_1 = x_c, \quad x_2 = r\phi.$$

Мы выберем метрический тензор следующего вида

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 1 - 2k^2 r^2 U(\phi)/c^2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -k^2(1 - k^2 \sin^2 \phi) \end{pmatrix}, \quad (94)$$

где "потенциал"

$$U(\phi) = \int_{\phi_0}^{\phi} N d\phi \quad (95)$$

порожден угловым ускорением

$$N = \frac{L}{2mr^2}.$$

Уравнения движения свободного 4D-гироскопа теперь запишутся как

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma_{jk}^i \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} + T_{jk}^i \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0 \quad (96)$$

$$i, j, k = 0, 1, 2$$

Используя метрический тензор (94), находим следующие отличные от нуля компоненты символов Кристоффеля

$$\Gamma_{02}^0 = \Gamma_{20}^0 = -\frac{k^2 r N}{c^2 - 2k^2 r^2 \int N d\phi}, \quad \Gamma_{00}^2 = -\frac{r N}{c^2(1 - k^2 \sin^2 \phi)}, \quad (97)$$

$$\Gamma_{22}^2 = -\frac{k^2 \sin \phi \cos \phi}{r(1 - k^2 \sin^2 \phi)}.$$

Поскольку кручение Риччи в структурных уравнениях Картана геометрии A_4 независимо от метрики, то мы выберем компоненты кручения Риччи Ω_{ijk} так, чтобы в нерелятивистском пределе уравнения (96) для несвободного 4D гироскопа совпадали с уравнениями движения (83) и (84)

$$\Omega_{02}^1 = -\Omega_{20}^1 = k^2 \Phi / 2c, \quad \Omega_{01}^2 = -\Omega_{10}^2 = -\frac{\Phi}{2c(1 - k^2 \sin^2 \phi)}. \quad (98)$$

Коэффициенты вращения Риччи, соответственно, имеют вид

$$T_{20}^1 = -k^2 \Phi / c, \quad T_{10}^2 = \frac{\Phi}{c(1 - k^2 \sin^2 \phi)}. \quad (99)$$

Теперь для расчета управляемых полей кручения Риччи (функции $\Phi(t)$) мы используем структурные уравнения Картана ²

$$\nabla_{[k} e^a_{j]} + T^i_{[kj]} e^a_i = 0, \quad (100)$$

$$S^i_{jkm} = R^i_{jkm} + P^i_{jkm} = 0, \quad (101)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, \quad a, b, c \dots = 0, 1, 2,$$

²Идея использовать для расчета функции Φ уравнения поля была предложена впервые А.Н.Сидоровым

где

$$P^i_{jkm} = 2\nabla_{[k} T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k} T^s_{|j|m]}. \quad (102)$$

Напомним, что уравнения (101) связывают между собой риманову кривизну и кручение Риччи пространства абсолютного параллелизма. Воспользуемся этим обстоятельством. Образует аналог тензора Риччи для тензора S^i_{jkm} .

$$S_{jm} = S^i_{jim} = R^i_{jim} + P^i_{jim} = R_{jm} + P_{jm} = 0. \quad (103)$$

Соответственно, для скалярной кривизны этого тензора имеем

$$S = g^{jm} S_{jm} = g^{jm} (R_{jm} + P_{jm}) = R + P = 0. \quad (104)$$

С помощью соотношений (97), находим

$$R_{00} = -\frac{r^2 k^2 U_\phi^2}{c^2 g (c^2 - 2k^2 r^2 U)} - \frac{k^2 U_\phi \sin \phi \cos \phi}{c^2 g^2} - \frac{U_{\phi\phi}}{c^2 g}, \quad (105)$$

$$R_{22} = -\frac{k^2 c^2 g}{c^2 - 2k^2 r^2 U} R_{00},$$

$$R = g^{jm} R_{jm} = \frac{2c^2}{c^2 - 2k^2 r^2 U} R_{00}. \quad (106)$$

Подставляя в (104) скалярную риманову кривизну (106) и рассчитанное с помощью соотношений (99) P , получим

$$\Phi = 2\sqrt{\frac{N \sin \phi \cos \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi} + \frac{N_\phi}{k^2}}. \quad (107)$$

Подставляя это соотношение в уравнение движения

$$\frac{dv_c}{dt} = r k^2 \Phi \omega,$$

мы находим следующее выражение для нескомпенсированной силы инерции, действующей на центр масс 4-D гироскопа

$$F_{in} = 2(M + 2m) B \omega \sqrt{\frac{N \sin \phi \cos \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi} + \frac{N_\phi}{k^2}}. \quad (108)$$

Эта сила порождена локальным кручением пространства, которое, в свою очередь, создает его локальную риманову кривизну и, таким образом, вызывает изменение скорости центра масс.

14 Экспериментальное исследование пространственно-временной прецессии 4D-гироскопа

Для экспериментального исследования механики 4D-гироскопа - его пространственно-временной прецессии, были изготовлены 11 моделей 4D-гироскопов

с механическими и электрическими мотор-тормозами. Некоторые из них управлялись с помощью компьютерной программы. Был изготовлен экспериментальный, стенд состоящий из горизонтальной поверхности, измерительной системы для регистрации трансляционной координаты $x(t)$ ($\Delta x = \pm 0.5\text{мм}$) и угловой координаты $\phi(t)$ ($\Delta\phi \pm 0.5^\circ$). Специальная компьютерная программа позволяла рассчитывать линейные угловые скорости и ускорения системы в режиме реального времени. Соответствующие графики можно было наблюдать на мониторе компьютера в процессе эксперимента.

Экспериментально исследовались:

- 1) пространственно-временная прецессия 4D-гироскопа,
- 2) абсолютно упругий внешний удар корпуса гироскопа о стенку, при котором наблюдалось:
 - а) преобразование поступательной инерции во вращательную;
 - б) преобразование вращательной инерции в поступательную;
 - в) множественные удары 4D-гироскопа,
- 3) одиночные внутренние удары 4D-гироскопа (на тележке и на подвесе),
- 4) множественные внутренние удары 4D-гироскопа (на тележке и на подвесе),
- 5) изменение направления движения 4D-гироскопа без изменения направления вращения малых масс m .

Эти эксперименты показали, что движение центра масс 4D-гироскопа не может быть объяснено в рамках механики Ньютона. Управляемое движение его центра масс объясняется пространственно-временной прецессией 4D-гироскопа, понятной с позиций механики Декарта. Однако надо учитывать, что это, возможно, первая попытка научного обоснования новой механики и нужны дополнительные более тщательные исследования.

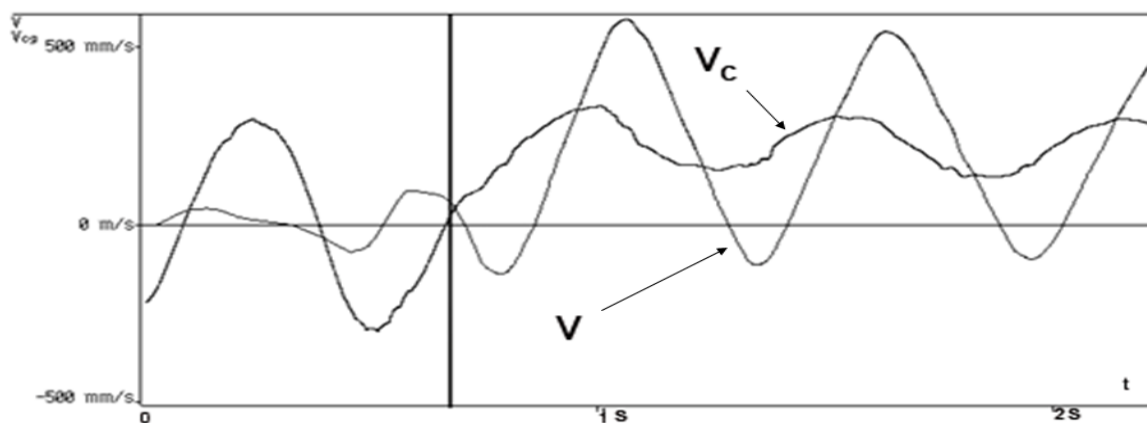


Рис. 2: Слева от вертикальной черты 4D-гироскоп подвержен действию внешней силы, создающей пространственно-временную прецессию, после черты 4D- гироскоп свободен

На рис. 2 представлен типичный график пространственной-временной прецессии 4D-гироскопа, на котором v - скорость корпуса, v_c - скорость центра масс.

Под абсолютно упругим ударом четырехмерного гироскопа подразумевается абсолютно упругий удар его корпуса. Иначе, сторонний наблюдатель рассматривает абсолютно упругий удар "черного ящика" – четырехмерного гироскопа со стенкой.

При условии, что в момент короткого удара ($t=0.01$ сек) выполняются следующие законы сохранения: полной энергии $T = T' = const$, поступательного импульса корпуса

$P = (M + 2m)v' = (M + 2m)v = const$, и угла $\phi' = \phi = const$, р получим следующие соотношения [37]

$$P'_c = -P_c(1 - 2k^2 \sin^2 \phi) + 2K(1 - k^2 \sin^2 \phi), \quad (109)$$

$$K' = K(1 - 2k^2 \sin^2 \phi) + 2P_c k^2 \sin^2 \phi, \quad (110)$$

где

$$K = -2mr\omega \sin \phi$$

- вращательный импульс.

Соотношения (109),(110) представляет собой закон сохранения импульса центра масс 4D гироскопа. Как мы видим, он обобщает известный закон сохранения импульса центра масс при абсолютно упругом ударе твердого тела о стенку. Это происходит потому, что торсионные силы инерции, действующие внутри 4D-гироскопа, обеспечивают перераспределение между поступательной и вращательной инерцией при воздействии на него внешней силой.

14.1 Абсолютно упругий удар, демонстрирующий переход поступательной инерции во вращательную

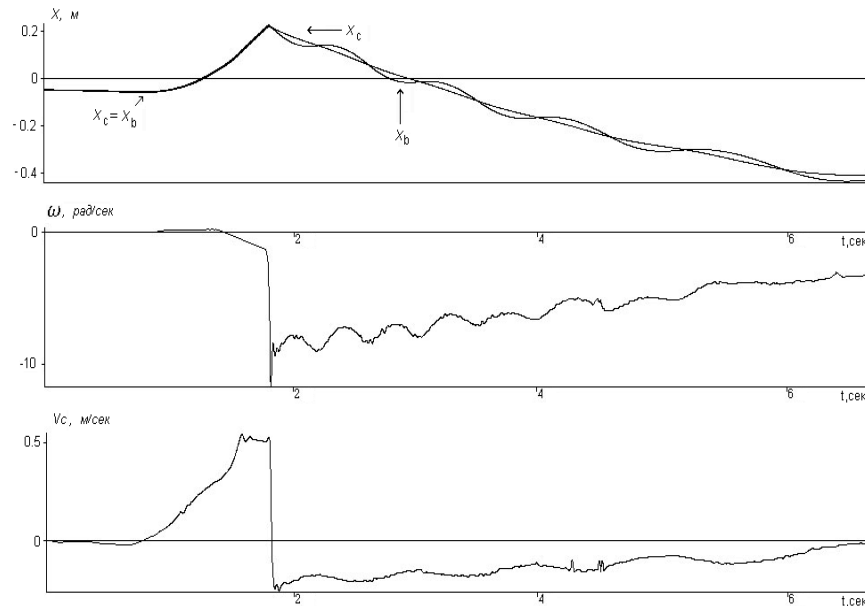


Рис. 3: Абсолютно упругий удар четырехмерного гироскопа, преобразующий поступательную инерцию во вращательную (x_c и x_b - координаты центра масс и корпуса соответственно)

Для демонстрации этого эффекта необходимо расположить малые грузы под некоторым углом к направлению движения. Наибольший эффект достигается, когда угол составляет величину 90° или 270° по отношению к направлению движения. После этого,

необходимо (медленно ускоряя гироскоп) направить его на стенку. Медленное ускорение не позволит малым грузам преодолеть внутренние силы трения и они не начнут вращаться перед ударом. После удара малые грузы приобретают угловую скорость вращения, поскольку часть поступательной инерции переходит во вращательную, но при этом скорость центра масс уменьшается (см. рис. 3)

На рис. 3 на верхнем графике изображены координаты центрального тела x и центра масс системы x_c . До удара кривые совпадают, а после удара кривая x осциллирует вокруг кривой x_c . На следующем графике представлена угловая частота вращения грузов ω . Из графика видно, что перед ударом она равна нулю (в пределах ошибки измерений), а после удара изменяется до величины порядка 10 рад/сек. Поэтому до удара система обладала поступательной инерцией, а после удара часть поступательной инерции перешла во вращательную.

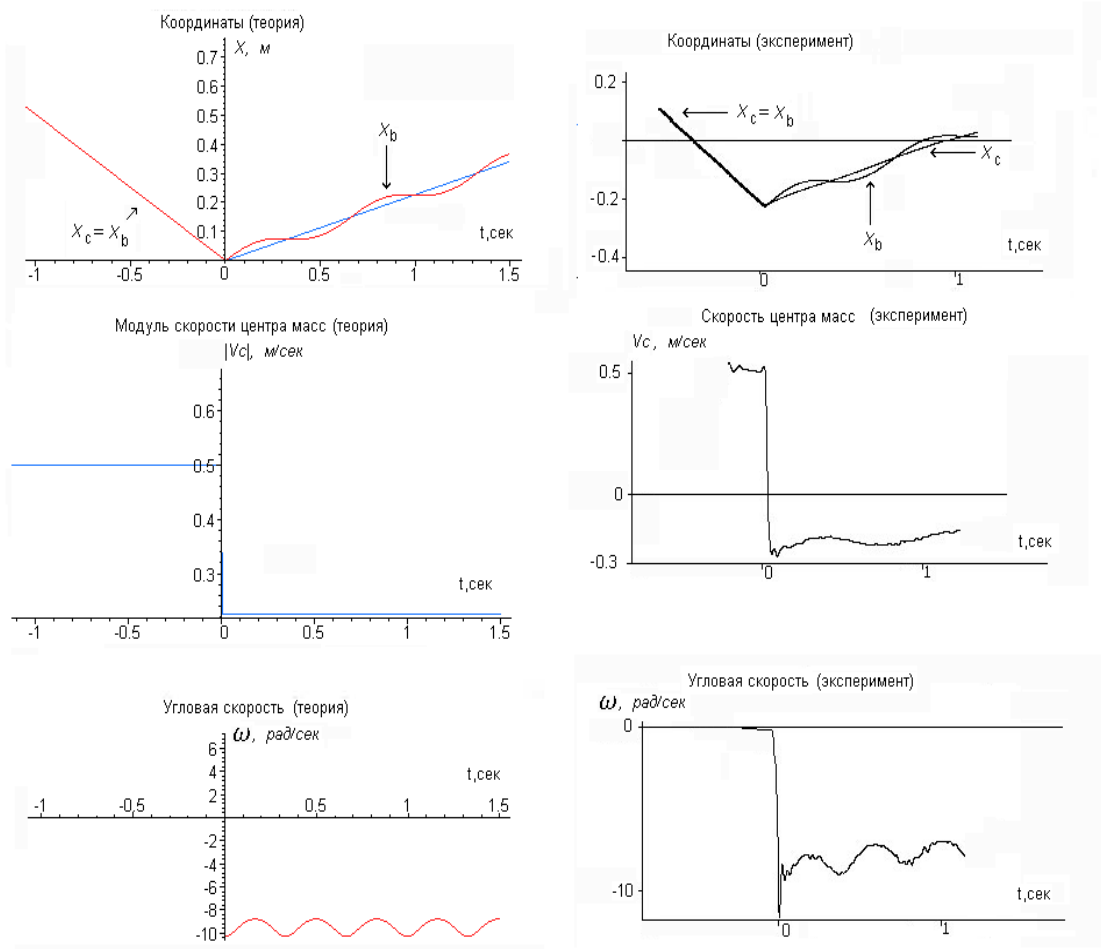


Рис. 4: Сравнение теоретических и экспериментальных данных по абсолютно упругому удару четырехмерного гироскопа, преобразующему поступательную инерцию во вращательную

Ниже мы видим график изменения скорости центра масс v_c . Эта скорость перед ударом была равна 50 см/сек, а после удара оказалась равной -25 см/сек, т.е. изменилась в два раза по абсолютной величине, что выходит далеко за рамки ошибки эксперимента.

С учетом ошибки эксперимента, кривые ω и v_c описываются полученными нами ранее формулами (109), (110). Поскольку в процессе удара полная энергия системы сохраняется, то изменение скорости центра масс по абсолютной величине после удара объясняется переходом части поступательной энергии во внутреннюю вращательную энергию.

На рис. 4 представлены основные теоретические и экспериментальные графики по абсолютно упругому удару четырехмерного гироскопа, при котором происходит преобразование поступательной инерции во вращательную. Из сравнения теоретических и экспериментальных графиков видно, что, в пределах ошибки эксперимента, теория правильно описывает эксперимент. Большая часть наблюдаемого отклонения экспериментальных данных от теоретического предсказания объясняется отсутствием учета сил трения, действующих внутри и вне четырехмерного гироскопа.

14.2 Абсолютно упругий удар, демонстрирующий переход вращательной инерции в поступательную

Предположим, что после удара о стенку вращение малых грузов прекратилось ($K' = 0$), тогда их уравнения (110) имеем

$$K(1 - 2k^2 \sin^2 \phi) = -2P_c k^2 \sin^2 \phi.$$

Подставляя это соотношение в уравнение (109), получим

$$P'_c = -P_c(1 + 2k^2 \sin^2 \phi).$$

Из этого уравнения видно, что при преобразование вращательной инерции в поступательную абсолютная величина скорости центра масс системы увеличивается.

В этом случае, перед тем, как направить гироскоп на стенку, необходимо сообщить малым грузам вращательное движение. Лучше всего это можно сделать "резонансным" способом, т.е. раскачивая центральное тело вдоль оси x . После того, как грузы начали вращаться, гироскопу необходимо придать некоторую скорость в направлении стенки с тем, чтобы произошло его столкновение со стенкой. Делая эту процедуру несколько раз, необходимо добиться ситуации, когда после столкновения угловая скорость вращения грузов обратиться в нуль. На рис. 5 представлены графики, соответствующие этому случаю.

Перед ударом угловая скорость ω составляла примерно 11 рад/сек, а после удара оказалась равной 2 рад/сек. Уменьшение угловой скорости вращения грузов привело к увеличению по абсолютной величине скорости центра масс v_c . Из графика видно, что скорость v_c изменилась с 20 см/сек до -54 см/сек, т.е. более чем в два раза по абсолютной величине.

На рис. 6 представлены теоретические и экспериментальные графики, показывающие преобразование вращательной инерции в поступательную. Из сравнения графиков видно, что теория хорошо описывает экспериментальные данные, конечно, с учетом ошибки эксперимента.

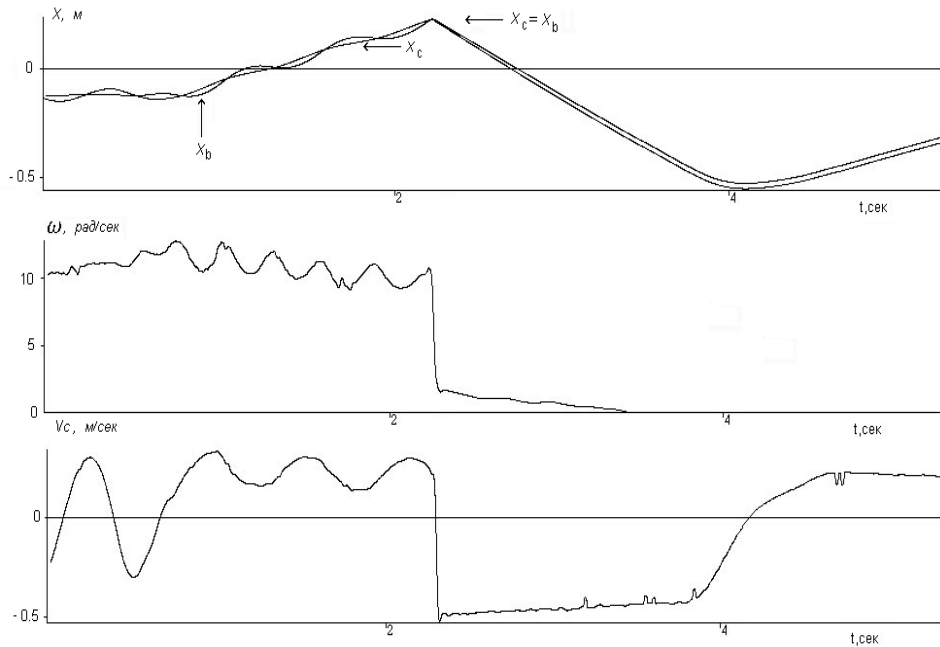


Рис. 5: Абсолютно упругий удар четырехмерного гироскопа, преобразующий вращательную инерцию в поступательную

14.3 Экспериментальное исследование множественных внутренних ударов

Вызвать пространственно-временную прецессию 4D-гироскопа можно с помощью специального устройства, называемого мотор-тормозом. Это устройство создает резкое изменение угловой скорости вращения малых грузов m в определенном секторе углов. Поэтому "внутренним ударом" мы будем называть большие ускорения N , искусственно создаваемые внутри 4D-гироскопа. В соответствии с формулой (108), на центр масс будет действовать эффективная сила, изменяющая его скорость.

Для более эффективного движения четырехмерного гироскопа за счет организации внутренних ударов была разработана модель, в которой в качестве источника энергии использовался электрический двигатель.

Увеличение и уменьшение угловой скорости вращения происходило электромагнитным образом с помощью датчиков, которые включали электродвигатель или осуществляли торможение электродвигателем в нужный момент времени и в нужном секторе углов. Простейшая модель такого устройства представлена на рис. 7.

Экспериментальные графики движения для данной модели представлены на рис. 8. Для стороннего наблюдателя корпус четырехмерного гироскопа движется со средней скоростью около 10 см/сек. При этом за один цикл корпус отстает на 2 см назад и продвигается вперед на 12 см. Это отступление назад породило у некоторых оппонентов представление, что при движении колес назад на центр масс действуют силы трения между колесами и подстилающей поверхностью, движущие центр масс вперед.

Для того, чтобы выяснить роль сил трения при движении модели, были проведены

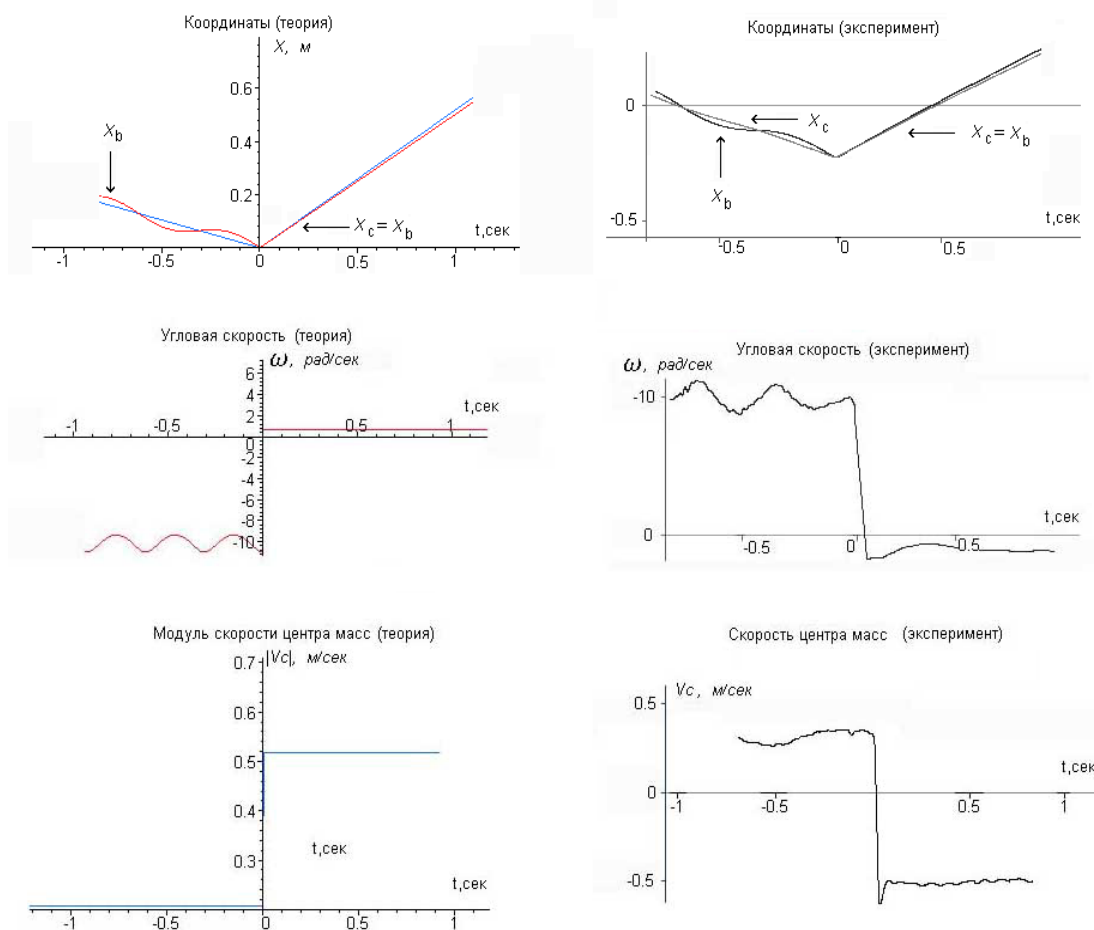


Рис. 6: Сравнение теоретических и экспериментальных данных по абсолютно упругому удару четырехмерного гироскопа, преобразующему вращательную инерцию в поступательную

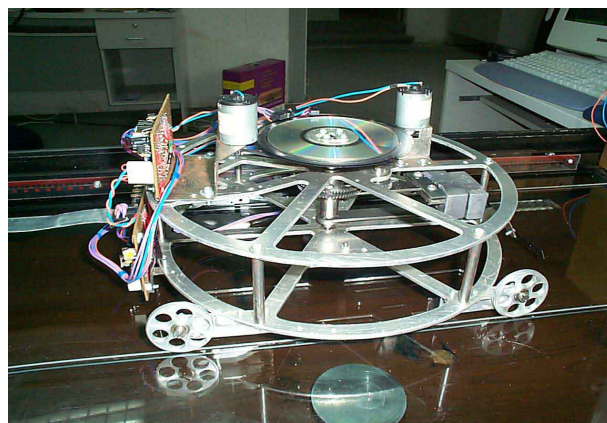


Рис. 7: Четырехмерный гироскоп с электрическими двигателями

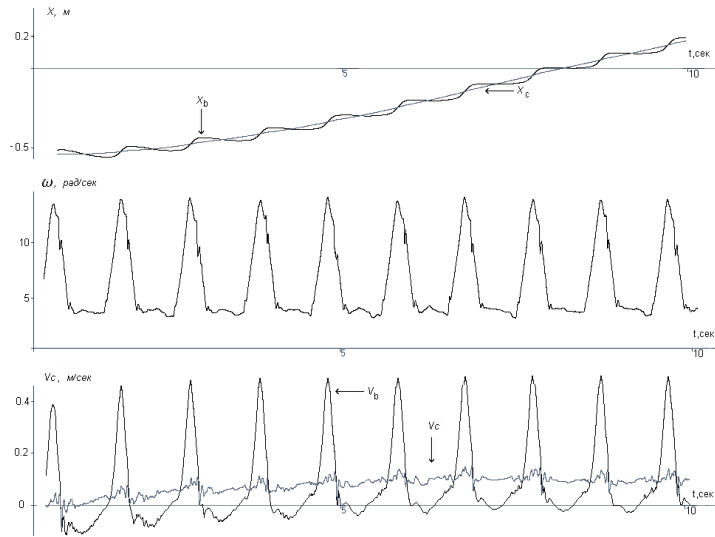


Рис. 8: Экспериментальные графики множественных внутренних ударов четырехмерного гироскопа с электроприводом

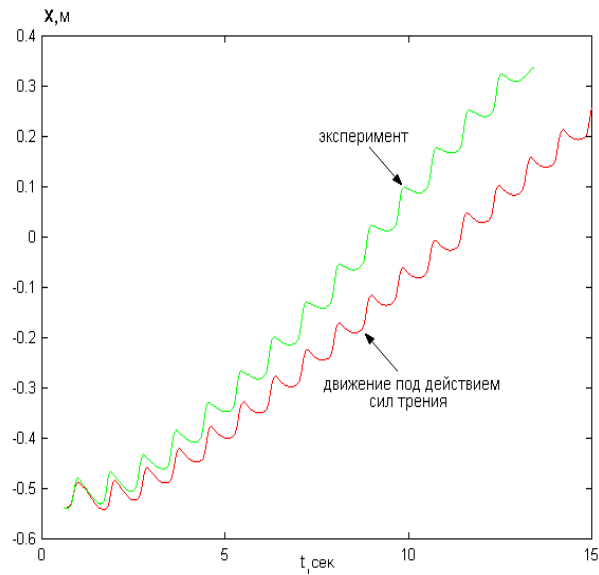


Рис. 9: Расхождение между теоретическим и экспериментальным кривыми при описании движения инерциоида только за счет сил трения

специальные исследования сил трения. Для этого модель (при не вращающихся грузах) запускалась с некоторой скоростью по горизонтальной поверхности, используемой для экспериментов. Затем снимался график уменьшения скорости движения, за счет действия сил трения и по нему вычислялся вклад сил трения.

Соответствующие экспериментальные и теоретические графики для координат корпуса приведены на рис. 9. Легко заметить, что теоретический и экспериментальный графики не совпадают. Это означает, что движение инерциоида невозможно описать только за счет сил трения. Причина же движения связана с внутренними ударами, возникающими при резком изменении угловой скорости. Теоретически это удастся описать с помощью уравнений движения Френе (а не уравнений Ньютона)

14.4 Модель № 3 с управлением движением через компьютер

Поскольку характер движения полностью определяется законом изменения частоты вращения малых грузов, то есть смысл управлять этим процессом через компьютер. Кроме того, для полного исключения влияния сил трения на движения центра масс системы вперед, необходимо обеспечить движение корпуса гироскопа и, следовательно, поддерживающих его колес, только вперед. В этом случае силы трения будут всегда препятствовать движению центра масс вперед, замедляя его движение.



Рис. 10: Четырехмерный гироскоп с управлением через компьютер

На рис. 10 представлен четырехмерный гироскоп, на котором установлен сервомотор (мотор с обратной связью). Управление этим мотор осуществляется через компьютер по специально разработанной программе. Программа позволяет ускорять и замедлять вращение малых грузов в нужном секторе углов.

На графике скоростей движения (рис. 11) корпуса и центра масс видно, что в данном случае корпус движется только вперед. Соответственно, колеса, поддерживающие его так же движутся только вперед, при этом силы трения между подстилающей поверхностью и колесами работают против движения и никак не могут быть причиной передвижения центра масс.

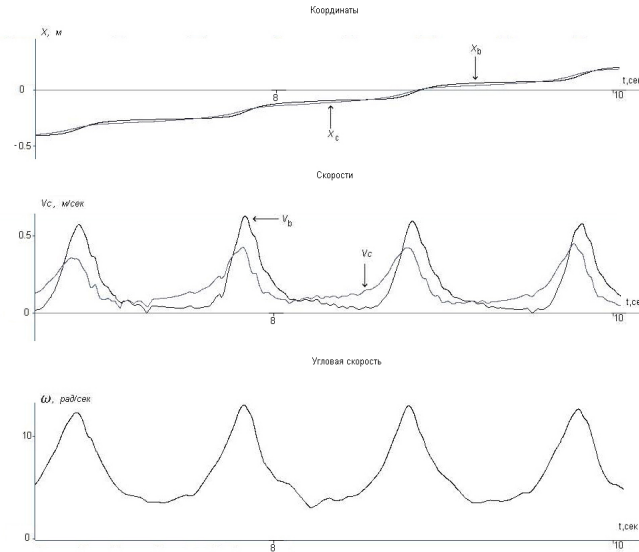


Рис. 11: Экспериментальные графики движения при управлении через компьютер

Заключение

Передним краем современной физики является теория элементарных частиц. В настоящее время эта теория строится индуктивным методом, который, в основном, опирается на эксперимент. А.Эйнштейн считал, что построить сложную теории индуктивным путем невозможно, поскольку такая теория должна постоянно "приспосабливаться к наблюдаемым данным и приводит к страшному накоплению разрозненных данных"[35]. Поэтому А.Эйнштейн предлагает строить сложные физические теории методом дедукции, положив в их основу самые общие принципы. Именно дедуктивный метод был использован при построении механики Декарта - четвертого обобщения механики Ньютона. Такое обобщение оказалось возможным при условии, что в уравнениях механики Декарта реализуется:

- 1) Проблема Клиффорда-Эйнштейна по геометризации физики (Единая Теория Поля).
- 2) Эрлангенская программа Клейна.
- 3) Идея Картана о связи кручения пространства с физическим вращением.
- 4) Идея Эйнштейна о геометрической природе полей материи.
- 5) Идея Кармели об объединении поступательной и вращательной относительности.
- 6) Идея Пенроуза об одинаковом законе преобразования для трансляций и вращений.
- 7) Идея Дж. Уиллера о геометрической природе спинорных полей.
- 8) Идея Декарта о вращательной природе любого движения.

Впервые в физике механики Декарта были использованы Е.Ньюменом и Р.Пенроузом, но только как метод решения вакуумных уравнений Эйнштейна, а не как самостоятельные физические уравнения. В 1988 г. автор объявил уравнения НР-формализма уравнениями Физического Вакуума [36] (они же уравнения механики Декарта). В основу уравнений Физического Вакуума положен принцип Всеобщей относительности. Этот принцип утверждает относительность всех физических полей и взаимодействий. На современном этапе развития физики программа Эйнштейна по построению Единой Теории

Поля переросла в теорию Физического Вакуума. Идея очень проста - если мы знаем как устроен физический вакуум, из которого рождаются элементарные частицы, то мы знаем как устроены сами элементарные частицы, поскольку для описания их взаимодействий как раз и необходимо знать уравнения Единой Теории Поля.

В этой статье мы ограничились экспериментальной проверкой некоторых выводов новой механики, используя известные аномальные эксперименты [38], в которых основную роль играют поля и силы инерции - одна из загадок физики со времен Ньютона. Именно механика Декарта позволяет дать теоретическое обоснование необъяснимым механикой Ньютона экспериментам, которые демонстрируют "реактивное движение без отбрасывания массы"[37]. Простейшая модель движущейся механической системы, которое перемещается в пространстве реактивным способом, но без отбрасывания массы, была создана гениальным русским инженером Владимиром Николаевичем Толчиным [38]. Продолжая экспериментальные и теоретические работы с механизмами Толчина, мы обнаружили отклонение от законов механики Ньютона в тех случаях, когда на центр масс системы действовали нескомпенсированные силы инерции, вызывая явление пространственно-временной прецессии. Было показано что, явление пространственно-временной прецессии 4D-гироскопа, дает возможность управлять его инерционной массой. Это позволит уже в недалеком будущем создать универсальный движущийся аппарат, который способен двигаться во всех средах; по поверхности Земли, на воде, под водой, в воздухе и в космическом пространстве. Заключенный в герметичный корпус двигатель, использующий пространственно-временную прецессию, будет обладать рядом преимуществ по сравнению со всеми другими двигателями. Он будет экологически чистым, экономичным и универсальным и заменит существующие двигатели во многих областях современной техники.

Список литературы

- [1] *Frenet F.* Jour. de Math. 1852. Vol. 17. P. 437-447.
- [2] *Шунов Г.И.* Теория физического вакуума. М.: НТ-Центр, 1993, с.362.
- [3] *Ricci G.* Mem.Acc.Linc. 1895. Vol. 2. Ser. 5. P. 276-322.
- [4] *Vitali G.* // Atti Soc. ligust. sci. Lett. 1924. Vol. 11. P.248-254.
- [5] *Клиффорд У.* // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. М.: Мир, 1979. С.36–46.
- [6] *Schouten J.* Ricci-Calculus. В.; Heidelberg: Springer, 1954.
- [7] *Weitzenbock R.* // Proc. Knkl. nederl. akad. 1926. Vol. 28. P. 400-411.
- [8] Klein F. Math.Ann. 1893. Vol. 43. P. 63.

- [9] *Картан Э.* Теория конечных непрерывных групп и дифференциальная геометрия, изложенная методом подвижного репера. М.: Платон., 1998.
- [10] *Картан Э.* Риманова геометрия в ортогональном репере. М.: Платон., 1998.
- [11] *Фавар Ж.* Курс локальной дифференциальной геометрии. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
- [12] *Einstein A.* The Meaning of Gravitation Relativity, four edition, Prinston, 1953.
- [13] *Newman E., Penrose R.* // J. Math. Phys. 1962. Vol. 3, №3. P.566 – 587.
- [14] *Newman E., Tamburino L., Unti T.* // J.Math. Phys. 1963. Vol. 4, №7. P. 915-923.
- [15] *Debney G., Kerr R., Schield A.* // Ibid. 1969. Vol. 10. №10, P. 1842.
- [16] *Einstein A.* // Sitzunsber. preuss. Akad. Wiss. Phys.-math. Kl. 1928. Bd. S. 217.
- [17] *Cartan E., Einstein A.* Elie Cartan - Albert Einstein, Letters on Absolute Parallelisme, 1929-1932. Princeton University Press. 1979.
- [18] *Шупов Г.И.* // Изв. вузов. Физика. 1976. №6. С. 132.
- [19] *Шупов Г.И.* // Изв. вузов. Физика. 1977. №6. С. 142.
- [20] *Ольховский И.И.* Курс теоретической механики для физиков. М.: Наука, 1970.
- [21] *Cartan E.* Compt. Rend.1922. Vol. 174, p. 437.
- [22] *Einstein A.* In "Louis de Broglie Physicien et penseur", Paris, 1953, pp. 4-14.
- [23] *Einstein A.* Ahtobiographical Notes. In "Albert Einstein - Phylosopher-Scientist", ed. by Shilpp P.A. Evanston (Illions),1949 pp. 1-95.
- [24] *Carmeli, M.* Nuovo Cimento Letter. 1984, Vol. 41. P. 551.
- [25] *Carmeli, M.* Intern. Journ. Theor. Phys. 1986, Vol. 25. No1. P. 89.
- [26] *Уилер Дж.* Гравитация, нейтрино и Вселенная. М.: Изд-во иностр. лит. 1962. 153 с.
- [27] *Penrose R.* // Ann. Phys. 1960. Vol. 10. P. 171–201.
- [28] *Пенроуз Р., Риндлер В.* Спиноры и пространство-время. Т. 1. М.: Мир, 1987.
- [29] *Carmeli M.* // J. Math. Phys. 1970. Vol. 2. P. 27-28.
- [30] *Carmeli M.* // Lett. nuovo cim. 1970. Vol. 4. P. 40-46.
- [31] *Carmeli M.* // Phys. Rev. D. 1972. Vol. 5. P. 5-8.
- [32] *Geroch R., Held A., Penrose R.* // J. Math. Phys. 1973. Vol. 14. P. 874.
- [33] *Иваненко Д.* // Phys. Ztschr. Sowjetunion. 1938. Bd. 13. S. 141.

- [34] *Heisenberg W.* // Rev. Mod. Phys. 1957. Vol. 29. P. 269.
- [35] *Эйнштейн А.* // Собр. науч. тр. М.: Наука, 1967. Т. 4. С. 573.
- [36] *Шипов Г.И.* Программа всеобщей относительности и теория вакуума. М., 1988. Деп. в ВИНТИ, N 6947–В88.
- [37] *Шипов Г.И., Сидоров А.Н.* Теоретические и экспериментальные исследования реактивного движения без отбрасывания массы. В сб. "Физика взаимодействия живых объектов с окружающей средой", Москва, 2004, сс. 87-120.
- [38] *Толчин В.Н.* Инерциоид, силы инерции как источник движения, Пермь, 1977.