

# ВСЕОБЩАЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ И КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

Г.И.Шипов

shipov@aha.ru, website <http://www.shipov.com>

## Введение

Возникновение квантовой теории вещества положило начало кризису в понимании физической реальности, который длится уже более полувека. Пожалуй наиболее точно современное положение дел в квантовой теории характеризует цитата из работы создателя кварковой модели строения материи Гелл-Манна, который писал [1]:

"Квантовая механика, это полная загадок и парадоксов дисциплина, которую мы не понимаем до конца, но умеем применять".

Основная причина непонимания квантовой механики связана с отсутствием образного мышления в ней. А.Эйнштейн неоднократно отмечал, что уравнения квантовой механики были "подогнаны" Э.Шредингером, П.Дираком и другими физиками под описание экспериментальных данных, полученных при исследовании излучения атомных систем. С его точки зрения существующее описание квантовых явления неполно и при дальнейшем развитии физики должно быть существенно изменено. Теоретическое решение этого вопроса А.Эйнштейн видел в геометризации тензора энергии-импульса материи (полей материи) в правой части его гравитационных уравнений [2]. В одной из последних работ он писал [3]:

"Мои усилия пополнить общую теорию относительности путем обобщения уравнений гравитации были предприняты отчасти в связи с предположением о том, что, по-видимому, разумная общерелятивистская теория могла бы дать ключ к более совершенной квантовой теории".

В настоящей работе будет показано, что путь, указанный А.Эйнштейном, действительно приводит нас к квантовой теории материи, в которой мы вновь обретаем образное мышление.

## 1 Основные положения ортодоксальной квантовой теории

Одним из основных отличий квантовых уравнений от классических состоит в том, что они содержат квантовую константу

$$\hbar = 1,054 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек}, \quad (1)$$

которая, например, определяет спин фотона, а величина  $\hbar/2$  - спин электрона [4]. Следует обратить внимание на то, что в квантовой теории вместо материальной точки, мы

имеем дело с *ориентируемой материальной точкой*, которая, благодаря собственному вращению - спину, меняет свою ориентацию в пространстве.

## 1.1 Дуализм волна-частица

В отличие от классической материальной точки с массой  $m$  и плотностью  $\rho = m\delta(\mathbf{r})$ , где  $\delta(\mathbf{r})$  - трехмерная  $\delta$  - функция Дирака, в квантовой теории мы имеем двоякую запись для плотности "точечной" частицы, а именно

$$\rho = m\delta(\mathbf{r}) = m\psi^*\psi. \quad (2)$$

Здесь

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \psi_0 e^{i(Et - \mathbf{p}\mathbf{r})/\hbar} \quad (3)$$

- волна-частица де Бройля (согласно Л. де Бройлю), поле материи (согласно Э.Шредингеру), волна вероятности (согласно М.Борну). Большинство физиков приняло интерпретацию Борна, считая, что величина

$$W(\mathbf{r}, t) = |\psi|^2 \quad (4)$$

есть плотность вероятности найти частицу в точке  $\mathbf{r}$  пространства в момент времени  $t$ .

Соотношение (2) в интерпретации Борна является основой парадоксального дуалистического представления о квантовой частице как о точечной классической частице и волне вероятности  $\psi$  одновременно. Информация о собственном вращении частицы включена в волновую функцию (3) через квантовую постоянную (1).

## 1.2 Оптико-механическая аналогия

Развитие математического аппарата классической механики позволяет записать уравнения Ньютона, описывающие движение материальной точки во внешнем поле, в виде уравнений Гамильтона-Якоби. В случае, когда полная энергия частицы сохраняется, решение уравнений Гамильтона-Якоби находится в виде  $S = Et - s_0(\mathbf{r})$ , где  $S$  - функция действия,  $E$  - полная энергия и  $s_0$  - "укороченное" действие. Уравнение движения классической точечной частицы для "укороченного" действия записывается как [5]

$$(\nabla s_0)^2 = 2m[E - U(\mathbf{r})], \quad (5)$$

которое выглядит аналогично уравнению эйконала  $l$

$$(\nabla l)^2 = n^2(\mathbf{r}), \quad (6)$$

описывающее движение луча света в приближении геометрической оптики в неоднородной среде. При этом "укороченное" действие играет роль эйконала; величина  $2m[E - U(\mathbf{r})]^{1/2}$  аналогична показателю преломления  $n$ ; импульсу  $\mathbf{p}$  частицы сопоставляется волновой вектор  $\mathbf{k}$ , а энергии  $E$  сопоставляется частота  $\omega$  световой волны

$$s_0 \sim l, \quad 2m[E - U(\mathbf{r})]^{1/2} \sim n, \quad \mathbf{p} \sim \mathbf{k}, \quad E \sim \omega.$$

Подстановка в уравнение Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U(\mathbf{r})\psi \quad (7)$$

волновой функции, представленной в виде  $\psi = u \exp(-iS/\hbar)$ , приводит к квантовому уравнению Гамильтона-Якоби

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{1}{2m} \left[ \left( \frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial S}{\partial z} \right)^2 \right] + U(x, y, z) + \frac{i\hbar}{2m} \nabla^2 S. \quad (8)$$

Полагая в этом уравнении  $\hbar = 0$ , (собственное вращение частицы равно нулю) получим классическое уравнение Гамильтона-Якоби.

### 1.3 Вероятностное описание протяженных объектов и соотношение неопределенности

Классическая механика изучает движение под действием внешних сил трех видов физических объектов:

1. Точечных частиц (механика Ньютона).
2. Твердых тел (механика Ньютона-Эйлера).
3. Пластичных тел переменной формы (механика Лиувилля).

В механике Лиувилля рассматривается движение протяженных тел, которые могут менять свою форму, оставаясь единым целым. Например, капля ртути при движении в поле с потенциальной энергией  $U(x)$  будет менять свою форму <sup>1</sup>. Если при действии внешней силы  $F = -U' = -\partial U/\partial x$  она не разбивается на отдельные капли, то ее движение как единого целого описывается с помощью классического уравнения Лиувилля

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{p}{m} \frac{\partial W}{\partial x} + U'(x) \frac{\partial W}{\partial p}. \quad (9)$$

Здесь  $W(x, p, t)$  - совместная плотность вероятности (по импульсам  $p$  и координатам  $x$ ), представляющую собой вероятность найти центр масс капли в точке  $x$  с импульсом центра масс  $p$  в момент времени  $t$ . Интегрируя совместную плотность вероятности  $W(x, p, t)$  по  $p$ , находим величину

$$W(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} W(x, p, t) dp,$$

которая представляет собой плотность вероятности найти положение центра масс капли в точке  $x$  в момент времени  $t$

Таким образом, вероятностное описание классического объекта (точнее, его центра масс) возникает тогда, когда этот объект имеет протяженные размеры, при этом меняет свою форму и остается единым целым.

Хотя капля ртути ведет себя как единый объект, она состоит из отдельных бесконечно малых частей - точек, каждая из которых имеет свою координату  $x$  и импульс  $p$ . Поэтому

<sup>1</sup>Мы ограничимся одним измерением. Обобщение рассуждений на пространственный случай не представляет особого труда.

функция  $W$  задана на конфигурационном фазовом пространстве координат и импульсов бесконечно малых частей капли. Согласно теореме Лиувилля фазовый объем капли при ее движении сохраняется, поэтому имеем место соотношение

$$\Delta p \Delta x = const, \quad (10)$$

подобное соотношению неопределенности в квантовой теории

$$\Delta p \Delta x = 2\pi\hbar. \quad (11)$$

Формула (10) имеет наглядную интерпретацию. Если, например, вытянуть каплю вдоль оси  $X$ , в виде тонкой бесконечной нити (предельная ситуация), то все координаты капли становятся равноправными, и в этом смысле ее координата не определена. Зато все импульсы, составляющие фазовое пространство капли, направлены вдоль оси  $X$ , и их (векторная) сумма является вполне определенной.

Вместо классического уравнения Лиувилля (9) Э.Вигнером было предложено квантовое уравнение Лиувилля [6]

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{p}{m} \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{1}{i\hbar} \left[ U \left( x + \frac{i\hbar}{2} \frac{\partial}{\partial p} \right) - U \left( x - \frac{i\hbar}{2} \frac{\partial}{\partial p} \right) \right] W, \quad (12)$$

где

$$W(p, x, t) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int e^{1p\xi/\hbar} F^* \left( x + \frac{\xi}{2}, t \right) F \left( x - \frac{\xi}{2}, t \right) d\xi \quad (13)$$

- квантовая функция Лиувилля (или функция Вигнера). Это уравнение описывает квантовый протяженный объект. Если разложить потенциал  $U$  в ряд по степеням  $\hbar$  в точке  $x$ , то уравнение (12) можно записать в виде

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{p}{m} \frac{\partial W}{\partial x} - U'(x) \frac{\partial W}{\partial p} = -\frac{\hbar^2}{24} U'''(x) \frac{\partial^3 W}{\partial p^3} + \dots \quad (14)$$

Устремляя в этом уравнении  $\hbar$  к нулю (отказываясь от собственного вращения протяженного объекта), мы получим классическое уравнение Лиувилля (9). В работе В. Татарского [7] показано, что уравнение Шредингера (7) следует из уравнения Вигнера (12), при этом волновая функция  $\psi$  определяется как

$$\psi(x, t) = F(x, t) \exp \left[ \frac{i}{\hbar} \int_0^t \Phi(t') dt' \right],$$

где

$$\Phi(t) = \frac{1}{F} \left[ i\hbar \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - UF \right]$$

- функция, определяющая фазу волновой функции (энергию или действие квантовой частицы), и зависящая только от времени.

## 1.4 Квантовая частица как волновой пакет, гильбертово пространство состояний и принцип суперпозиции

Дуализм волна-частица, представленный аналитически соотношениями (2) (3), привел Л. де Бройля к представлению о квантовой частице как о чисто полевом устойчивом

образовании, получившем впоследствии название *солитон*. Этот объект может менять свою полевую форму, оставаясь единым целым, подобно капле ртути и, конечно, движение его центра масс имеет вероятностное описание. В настоящее время нам известно, что полевой солитон должен описываться нелинейным полевым уравнением, такими как нелинейным обобщением уравнения Шредингера (7) с нелинейностью типа  $\psi^3$ . Однако, в ортодоксальной квантовой теории принято рассматривать частицу как волновой пакет, причем каждая из плоских волн, составляющих пакет, удовлетворяет *линейному* уравнению Шредингера (7). Аналитическое представление волнового пакета дается соотношением

$$\psi(x, t) = \int_{k_0 - \Delta k}^{k_0 + \Delta k} c(k) e^{i(\omega t - kx)} dk, \quad (15)$$

где  $\omega = E/\hbar$ ,  $k = p/\hbar$ , а  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  - волновое число, около которого лежат волновые числа волн, образующих группу,  $c(k)$  - амплитуда волны. Подобно тому, как отдельные материальные точки и их импульсы, из которых состоит капля ртути, образуют конфигурационное фазовое пространство механики Лиувилля, отдельные волны и их волновые вектора, из которых состоит волновой пакет, образуют *гильбертово пространство состояний квантовой частицы*. Вероятностное описание динамики этих объектов означает, что с определенной вероятностью мы можем найти центр масс капли в любой точке внутри капли, а в квантовой механике мы можем с определенной вероятностью найти центр масс волнового пакета в любой точке "внутри"пакета.

Если амплитуда  $c(k)$  является медленно меняющейся функцией  $k$ , то, производя разложение (15) вблизи  $k_0$  и интегрируя (15), имеем для волнового пакета [5]

$$\psi(x, t) = 2c(k_0) \frac{\sin\left\{\left[\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0 t - x\right] \Delta k\right\}}{\left[\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0 t - x\right]} e^{i(\omega_0 t - k_0 x)} = c(x, t) e^{i(\omega_0 t - k_0 x)}. \quad (16)$$

Из этого соотношения следует, что скорость квантовой частицы  $v$  совпадает с групповой скоростью волнового пакета  $V$

$$V = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp} = v.$$

Из (16) следует соотношение

$$\Delta x \Delta k = \pi, \quad (17)$$

при этом размер волнового пакета в фиксированный момент времени (размер квантовой частицы) равен  $2\Delta x$ . Подставляя в (17) формулу  $p = \hbar k$  и учитывая размер пакета, получаем соотношение неопределенности Гейзенберга  $\Delta p \Delta x = 2\pi\hbar$ , которое можно рассматривать как закон сохранения фазового объема в квантовой механике Вигнера-Лиувилля. Устремляя в соотношении неопределенности Гейзенберга  $\hbar$  к нулю (нет собственного вращения частицы), получим "соотношение неопределенности" для классической точечной частицы  $\Delta p \Delta x = 0$ . Из этого соотношения видно, что для классической частицы импульс  $p$  и координата  $x$  определены с вероятностью единица в любой момент времени.

Подводя итог проведенному анализу квантовой теории, можно прийти к выводу, что основное различие между классической и квантовой теорией частиц и полей заключено в описании собственного вращательного движения объектов в квантовой теории и отсутствие этого описания в теории классической. Это обстоятельство послужило

основной причиной потери образного мышления в квантовой теории. Мы пытались понять и объяснить динамику объекта, который имеет поступательные и вращательные степени свободы, используя научный язык, разработанный для объектов, которые движутся только поступательно. В результате мы перестали понимать физику микромира, создав для описания широкого класса наблюдаемых явлений, связанную с собственным вращением частиц материи, некую формальную схему, названную квантовой теорией.

## 2 Вращательная относительность Кармели

Из классической механики мы знаем, что для описания поступательного движения материальной точки нам достаточно использовать трансляционные координаты  $x, y, z$  и время  $t$ , которое в релятивистской физике образует четвертую трансляционную координату  $x^0 = ct$ , где  $c$  - скорость света. Если же объект (скажем, твердое тело) меняет свою ориентацию в пространстве, то к трансляционным координатам  $x, y, z$ , описывающим движение центра масс, необходимо добавить неголономные вращательные координаты  $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ , неполные дифференциалы которых связаны с углами Эйлера  $\psi, \phi, \theta$  известным образом

$$\begin{aligned}d\Theta^1 &= \sin \theta \sin \psi d\phi + \cos \psi d\theta, \\d\Theta^2 &= \sin \theta \cos \psi d\phi - \sin \psi d\theta, \\d\Theta^3 &= \cos \theta d\phi + d\psi.\end{aligned}\tag{18}$$

Трансляционные и вращательные координаты обладают различными математическими и, как следствие, физическими свойствами. Так, например, трансляционные координаты  $x, y, z$  образуют полярный вектор, а вращательные координаты  $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$  не образуют вектора вообще. Вектор (аксиальный) образуют бесконечно малые приращения углов  $d\Theta_1, d\Theta_2, d\Theta_3$ .

В общем случае полярный и аксиальный вектора имеют различные законы преобразования; если любая из координат полярного вектора является скаляром, то координаты аксиального вектора являются псевдоскалярами. Напомним, что псевдоскаляр меняет свой знак при инверсии координатных осей, а скаляр знака не меняет. При движении в неголономных координатах результат двух поворотов на конечные углы, вообще говоря, зависит от последовательности этих поворотов.

Примером аксиального вектора является вектор спина  $\vec{s}$ , описывающий собственное вращение квантовой частицы. Этот вектор преобразуется не только в группе Галилея-Ньютона, но и в группе трехмерных вращений  $O(3)$ , действующей на многообразии угловых координат  $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ . Если этот вектор соответствует спину электрона, то его проекция на некоторое выделенное направление (будучи псевдоскаляром) принимает два значения  $s = \pm \hbar/2$ . Все сказанное выше говорит нам, что "разумное" обобщение обычной трансляционной относительности, способное неформальным образом связать квантовую теорию с теорией относительности, является введение в качестве элементов пространства событий вращательных координат.

Конструктивный шаг в этом направлении был сделан израильским физиком Моше Кармели<sup>2</sup>, который отметил [8],[9], что фотон характеризуется двумя фундаментальными константами:

<sup>2</sup>Моше Кармели ученик Натана Розена, который, в свою очередь, является учеником А.Эйнштейна.

1. Скоростью света  $c$ .
  2. Постоянной Планка  $\hbar$ , определяющей "собственное вращение фотона".
- На ряду с трансляционной метрикой Минковского

$$ds_0^2 = \eta_{ik} dx^i dx^k = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = inv,$$

в которую входит скорость света  $c$ , М.Кармели вводит вращательную метрику

$$d\tau^2 = \gamma^2 dt^2 - (d\Theta^1)^2 - (d\Theta^2)^2 - (d\Theta^3)^2 = inv, \quad (19)$$

в которую он ввел предельную угловую скорость вращения

$$\gamma = \gamma(\hbar),$$

определяемую через спин той частицы, вращение которой описывает данная вращательная метрика.

М.Кармели формулирует следующие принципы *вращательной теории относительности* [9]:

1. Законы физики имеют одинаковый вид во всех системах отсчета, вращающихся с постоянной угловой скоростью и начало которых движется с постоянной трансляционной скоростью.

2. Линейный элемент (19) является инвариантом.

Известно, что на многообразии трансляционных координат действует глобальная группа Лоренца

$$dx' = \frac{dx - vdt}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}}, \quad dy' = dy, \quad dz' = dz, \quad dt' = \frac{dt - vdx/c^2}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}}. \quad (20)$$

$$0 \leq v < c, \quad v = const.$$

Когда вращение происходит по одной угловой координате, например  $\psi$ , тогда  $\phi = const$ ,  $\theta = const$  и метрика (19) принимает простой вид

$$d\tau^2 = \gamma^2 dt^2 - d\psi^2 = inv. \quad (21)$$

Для этого частного случая (по аналогии с группой Лоренца) можно ввести группу Кармели [9]

$$d\psi' = \frac{d\psi - \Omega dt}{(1 - \Omega^2/\gamma^2)^{1/2}}, \quad d\varphi' = d\varphi, \quad d\theta' = d\theta, \quad dt' = \frac{dt - \Omega d\psi/\gamma^2}{(1 - \Omega^2/\gamma^2)^{1/2}}, \quad (22)$$

$$0 \leq \Omega < \gamma, \quad \Omega = const,$$

где  $\Omega = d\psi/dt$  обычная (трехмерная) угловая скорость. Введем теперь, момент инерции покоя  $I_0$  вращающейся частицы и умножим линейный элемента (21) на  $I_0^2 \gamma^4 / d\tau^2$ . В результате получаем "релятивистскую" формулу для вращательной энергии [9]

$$E^2 - \gamma^2 J^2 = I_0^2 \gamma^4 \quad J = I_0 \omega = I \Omega. \quad (23)$$

Здесь  $\omega = d\psi/d\tau$  - релятивистская угловая скорость,  $J$  угловой момент,

$$E = I\gamma^2 = \frac{I_0\gamma^2}{(1 - \Omega^2/\gamma^2)^{1/2}}$$

- релятивистская энергия вращающегося тела и

$$I = \frac{I_0}{(1 - \Omega^2/\gamma^2)^{1/2}} \quad (24)$$

- релятивистский момент инерции. Эта формула интересна тем, указывает на зависимость момента инерции  $I$  от угловой частоты вращения  $\Omega$  подобно зависимости релятивистской массы  $m$  от трансляционной скорости  $v$ . В общем случае момент инерции покоя  $I_0$  является тензорной величиной и для объекта переменной формы зависит от времени

$$I_0^{\alpha\beta}(t) = \int \rho(x_\delta^2 \delta^{\alpha\beta}(t) - x^\alpha(t)x^\beta(t))dV \quad (25)$$

$\alpha, \beta \dots = 1, 2, 3.$

Из этой формулы и соотношения (21) следует, что в плотность массы вращающегося тела и, следовательно, *инерционная масса  $m_0$  вращающегося тела зависит от угловой скорости собственного вращения массы*

$$m_0 = m_0(\Omega).$$

Действительно, из эксперимента известно, что вращающееся твердое тело и это же тело без вращения обладают различными инерционными свойствами; вращение тела порождает анизотропию по отношению к внешнему воздействию. Кроме того, с вращением связаны такие гироскопические явления, как прецессия и нутация. Это явление для свободных гироскопов представляет собой сложное ускоренное "инерциальное" движение частиц материи, из которых состоят гироскопы, что невозможно представить на базе трехмерной геометрии Евклида и механики Ньютона, поскольку в механике Ньютона движение частиц материи по инерции происходит с постоянной скоростью<sup>3</sup>.

В работе [11] показано, что зависимость инерционной массы от угловой скорости наблюдается экспериментально в экспериментах с 4<sup>X</sup> - мерным гироскопом. Используя пространственно-временную (но не обычную пространственную) прецессию этого гироскопа, можно наблюдать "реактивное движение без отбрасывания массы".

Другим значительным результатом работы М.Кармели является предсказание и экспериментальное подтверждение максимальной частоты вращения ядер [9].

### 3 Всеобщая относительность

Вращательная относительность Кармели представляет собой новое конструктивное направление в развитии теории относительности. Ее принципы и уравнения показывают, что объединение специальной теории относительности с квантовой теорией требует

---

<sup>3</sup>Вот что пишет по этому вопросу известный специалист по теории гироскопов К.Магнус: "Чтобы объяснить поведение вращающегося тела, часто проводят аналогию между вращательным движением тела и движением материальной точки. Однако эта аналогия в теории гироскопа скорее вредна, чем полезна, так как область, в которой она справедлива, кончается как раз там, где начинаются типичные гироскопические явления"[10].



изменения наших представлений о структуре пространства-времени. Фактически в своей работе [9] М.Кармели ввел (дополнительно к трансляционным координатам  $x, y, z, ct$ ) вращательные координаты  $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$  как элементы пространства-событий вращательно-поступательной теории относительности. Поскольку вращение является ускоренным движением, то вращательная относительность Кармели занимает промежуточное положение между специальной и общей теорией относительности.

Продолжая работы А. Эйнштейна по поиску "более совершенной" квантовой теории, автор пришел к выводу [12], что объединение теории относительности с квантовой теорией возможно на основе Всеобщего принципа относительности [13], который, по существу, является объединением общего принципа относительности А. Эйнштейна с вращательной относительностью М.Кармели.

В рамках Всеобщего принципа относительности все физические поля (включая волновую функцию квантовой теории) имеют геометрическую природу. Подобно гравитационному полю

$$\Gamma^i_{jk}, \quad i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3$$

теории гравитации Эйнштейна, геометризованные физические поля носят относительный характер при координатных преобразованиях в локальной группе Пуанкаре, действующей на пространстве событий Всеобщей теории относительности [13].

### 3.1 Пространство событий Всеобщей теории относительности как 10-мерное векторное расслоение

Ранее мы показали, что основное отличие уравнения квантовой физики от уравнений классической связано со спином частиц материи при квантовом описании. Поэтому вместо материальной точки классической теории мы будем использовать более общее понятие - понятие ориентируемой материальной точки, т.е. точки, которая способна менять свою ориентацию в пространстве. В математике движение такого объекта впервые исследовал Ф.Френе [14], который показал, что траектория трехмерной ориентируемой точки задана на шестимерном многообразии (три трансляционных координаты  $x, y, z$  и три угла Эйлера  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ ). Кроме того, любая траектория ориентируемой точки однозначно определяется двумя скалярами; кривизной  $\kappa$  и кручением  $\chi$ . Если кривая Френе является траекторией материальной ориентируемой точки, то кривизна траектории порождается внешним воздействием, а кручение описывает собственное механическое вращение (спин) частицы.

В настоящее время в математике существует два подхода к описанию неевклидовых геометрий: подход Римана, использующий точечные многообразия и подход Риччи-Картана, который базируется на многообразии ориентируемых точек. Г.Риччи впервые показал [15], что на многообразии ориентируемых точек кроме кривизны существует кручение пространства (кручение Риччи или объект неголономности [16]). Следуя Эрлангенской программе Ф.Клейна [17], согласно которой каждой группе движений пространства должна соответствовать определенная геометрия, Э.Картан разрабатывает групповой подход к метрическим геометриям и вводит структурные уравнения Картана [18], в которые входят основные геометрические величины исследуемой геометрии.

### 3.1.1 Локализация лоренцовых трансляций

Группа Лоренца, представленная преобразованиями Лоренца (20), описывает глобальные трансляции  $T_4^0$  и глобальные повороты  $O^0(3.1)$  в пространстве Минковского, при этом глобальная трансляция означает сдвиг начала лоренцовой системы отсчета на постоянный вектор  $a_i$ ,  $i = 0, 1, 2, 3$ , а глобальный поворот - поворот  $4^X$  базисных векторов лоренцовых систем отсчета на постоянные углы. Таких углов всего 6: три пространственных угла  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  и три пространственно-временных угла  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ . Напомним, что повороты в пространственно-временных углах  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  означает переходы между лоренцовыми системами отсчета, движущимися с постоянной  $3^X$  мерной скоростью  $v$  относительно друг друга. Полная группа преобразований, включающая в себя трансляции  $T_4^0$  и повороты  $O^0(3.1)$ , называется глобальной неоднородной группой Лоренца или глобальной группой Пуанкаре.

Используя метод Картана, можно показать, что кручение Риччи  $\Omega_{jk}^{\cdot i}$  и кривизна Римана  $R^i_{ijk}$  в структурных уравнениях Картана геометрии Минковского равна нулю [12]. Это дает возможность сравнивать вектора, при переносе их из точки А в точку Б по разным путям (абсолютный параллелизм).

Представим теперь систему отсчета Лоренца как  $4^X$  мерную ориентируемую точку

$$e_i^a, \quad i = 0, 1, 2, 3, \quad a = 0, 1, 2, 3, \quad (26)$$

у которой с началом  $O$  (просто точка) связаны 4 ортогональных единичных вектора (26)

$$e_i^a e_a^j = \delta_i^j, \quad e_i^a e_b^i = \delta_b^a, \quad (27)$$

при этом индекс  $i = 0, 1, 2, 3$  является координатным и определяет компоненты векторов одной ориентируемой точки относительно другой, а индекс  $a = 0, 1, 2, 3$  нумерует вектора ориентируемой точки. Уравнения геодезических (кратчайших) пространства Минковского следуют из уравнений Френе, которые в отсутствии кривизны и кручения в пространстве Минковского запишутся как

$$\frac{de_i^a}{ds_0} = 0. \quad (28)$$

Это равенство означает, что базисные вектора лоренцовой системы отсчета не меняют своей ориентации при движении вдоль траектории  $s_0$  в пространстве Минковского. Определяя времениподобный вектор  $e_i^0$  как

$$e_i^0 = \frac{du_i}{ds_0} = \frac{d^2 x_i}{ds_0^2},$$

где  $u_i$  -  $4^X$  мерный вектор скорости, получим из (28) уравнения движения начала  $O$  лоренцовой системы отсчета

$$\frac{du_i}{ds_0} = 0.$$

Пусть теперь система отсчета движется с малым ускорением (квази-лоренцова система), тогда преобразования (20) приближенно можно представить как

$$dx' = \frac{dx - v(t)dt}{(1 - v(t)^2/c^2)^{1/2}}, \quad dy' = dy, \quad dz' = dz, \quad dt' = \frac{dt - v(t)dx/c^2}{(1 - v(t)^2/c^2)^{1/2}}. \quad (29)$$

В этом случае параметры неоднородной группы Лоренца являются функциями времени (или длины дуги траектории) и мы можем представить вектора тетрады  $e_i^a$  как генераторы группы трансляций  $T_4$

$$e^i_a = \nabla_a x^i. \quad (30)$$

Эти генераторы образуют трансляционную метрику

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k = \eta_{ab} e^a_i e^b_k dx^i dx^k, \quad \eta_{ab} = \eta^{ab} = \text{diag}(1 - 1 - 1 - 1) \quad (31)$$

и удовлетворяют структурным уравнениям Картана локальной группы трансляций  $T_4$  [12]

$$\nabla_{[a} e^i_{b]} = \frac{1}{2} \{ \nabla_a e^i_b - \nabla_b e^i_a \} = -\Omega_{ab}^{\dots c} e^i_c, \quad (32)$$

где  $\Omega_{ab}^{\dots c}$  - структурные функции группы трансляций  $T_4$ , удовлетворяющие тождеству Якоби следующего вида [12]

$$\nabla_{[b}^* \Omega_{cd]}^{\dots a} + 2\Omega_{[bc}^{\dots f} \Omega_{d]f}^{\dots a} = 0, \quad (33)$$

Здесь  $\nabla_b^*$  - ковариантная производная берется относительно связности абсолютного параллелизма [12]

$$\Delta_{jk}^i = \Gamma_{jk}^i + T_{jk}^i = e^i_a e^a_j, k, \quad (34)$$

где  $\Gamma_{jk}^i$  - символы Кристоффеля, определяемые согласно соотношению

$$\Gamma_{jk}^i = \frac{1}{2} g^{im} (g_{jm,k} + g_{km,j} - g_{jk,m}), \quad (35)$$

$$T_{jk}^i = -\Omega_{jk}^{\dots i} + g^{im} (g_{js} \Omega_{mk}^{\dots s} + g_{ks} \Omega_{mj}^{\dots s}) \quad (36)$$

- коэффициенты вращения Риччи [15], а

$$\Delta_{[ij]}^k = T_{[ij]}^k = -\Omega_{ij}^{\dots k} = -e^i_a e^a_{[k,j]} = -\frac{1}{2} e^i_a (e^a_{k,j} - e^a_{j,k}), \quad (37)$$

- кручение пространства абсолютного параллелизма (или кручение Риччи, или объект неголономности [16]).

Уравнения движения ориентируемой точки (уравнения Френе) теперь запишутся как

$$\frac{de^i_a}{ds} + \Delta_{jk}^i e^j_a \frac{dx^k}{ds}$$

или

$$\frac{de^i_a}{ds} + \Gamma_{jk}^i e^j_a \frac{dx^k}{ds} + T_{jk}^i e^j_a \frac{dx^k}{ds} = 0. \quad (38)$$

Полагая  $e^0_i = u_i = dx_i/ds$ , получим из уравнений (38) уравнения движения начала  $O$  ориентируемой точки

$$\frac{du^i}{ds} + \Gamma_{jk}^i u^j u^k + T_{jk}^i u^j u^k = 0. \quad (39)$$

Четыре трансляционных уравнения (39) и шесть вращательных уравнений (38) дают полное описание движения произвольно ускоренной системы отсчета.

### 3.1.2 Локализация лоренцовых вращений

При локализации группы вращений ее параметры начинают зависеть от точки (или от времени  $t$ ) пространства событий. Параметрами локальной группы вращений  $O(3.1)$  шесть угловых координат: три пространственных угла

$$\varphi_1(t), \varphi_2(t), \varphi_3(t)$$

и три пространственно-временных угла

$$\theta_1(t), \theta_2(t), \theta_3(t).$$

При ускоренном движении квази-лоренцовой системы отсчета релятивистский фактор  $\gamma$  зависит от времени

$$\gamma(t) = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta(t)^2}},$$

поскольку имеют место соотношения

$$\beta^2(t) = \beta_x^2(t) + \beta_y^2(t) + \beta_z^2(t),$$

$$\beta_\alpha(t) = v_\alpha(t)/c = th \theta_\alpha(t), \quad \alpha = 1, 2, 3. \quad (40)$$

Из равенства (40) следует поступательное  $3^X$  мерное ускорение  $W_\alpha$  представляет собой пространственно-временное вращение

$$W_\alpha = \frac{dv_\alpha(t)}{dt} = c \frac{d}{dt} th \theta_\alpha(t). \quad (41)$$

Полная матрица вращений  $\Lambda^a_b(t)$ ,  $a, b... = 0, 1, 2, 3$ , образующая локальную группу вращений  $O(3.1)$ , представляется в виде произведения матриц

$$\Lambda^a_b(t) = R^a_c(t) L^c_b(t), \quad a, b... = 0, 1, 2, 3,$$

где

$$R^a_c(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_{xx}(t) & \cos \varphi_{xy}(t) & \cos \varphi_{xz}(t) \\ 0 & \cos \varphi_{yx}(t) & \cos \varphi_{yy}(t) & \cos \varphi_{yz}(t) \\ 0 & \cos \varphi_{zx}(t) & \cos \varphi_{zy}(t) & \cos \varphi_{zz}(t) \end{pmatrix},$$

- матрица пространственных вращений и

$$L^c_b(t) = \begin{pmatrix} \gamma(t) & -\beta_x(t)\gamma(t) & -\beta_y(t)\gamma(t) & -\beta_z(t)\gamma(t) \\ -\beta_x(t)\gamma(t) & 1 + \frac{(\gamma(t)-1)\beta_x^2(t)}{\beta^2(t)} & \frac{(\gamma(t)-1)\beta_x(t)\beta_y(t)}{\beta^2(t)} & \frac{(\gamma(t)-1)\beta_x(t)\beta_z(t)}{\beta^2(t)} \\ -\beta_y(t)\gamma(t) & \frac{(\gamma(t)-1)\beta_x(t)\beta_y(t)}{\beta^2(t)} & 1 + \frac{(\gamma(t)-1)\beta_y^2(t)}{\beta^2(t)} & \frac{(\gamma(t)-1)\beta_y(t)\beta_z(t)}{\beta^2(t)} \\ -\beta_z(t)\gamma(t) & \frac{(\gamma(t)-1)\beta_x(t)\beta_z(t)}{\beta^2(t)} & \frac{(\gamma(t)-1)\beta_y(t)\beta_z(t)}{\beta^2(t)} & 1 + \frac{(\gamma(t)-1)\beta_z^2(t)}{\beta^2(t)} \end{pmatrix},$$

- матрица пространственно-временных вращений.

Таким образом, при локализации неоднородной группы Лоренца (или группы Пуанкаре) любое трехмерное ускоренное трансляционное движение и любое трехмерное пространственное вращение *объединяются и преобразуются одинаковым образом в группе вращений  $O(3,1)$* . Этот вывод подтверждает замечательную гипотезу Рене Декарта, утверждавшему до появления механики Ньютона, что *любое движение есть вращение*. Действительно, как было показано выше, любое ускоренное движение есть четырехмерное вращение и поскольку в реальном мире все движется ускоренно, то мы должны признать, что Рене Декарт был прав.

Перепишем соотношение (34) в матричной форме

$$T^a_{bk} = e^a_i T^i_{jk} e^j_b = \nabla_k e^a_j e^j_b, \quad (42)$$

или

$$T^a_{bk} = e^a_i T^i_{jk} e^j_b = -e^a_i \nabla_k e^i_b. \quad (43)$$

где  $\nabla_k$  - ковариантная производная относительно  $\Gamma^i_{jk}$ .

Эти соотношения позволяют установить зависимость между бесконечно малым поворотом  $d\chi_{ab} = -d\chi_{ba}$  ориентируемой точки  $e^a_i$  при бесконечно малых трансляциях  $ds_a$ . Действительно, из соотношений (42) и (43) следует следующее соотношение для бесконечно малого поворота

$$d\chi^a_b = T^a_{bk} dx^k = D e^a_j e^j_b, \quad (44)$$

$$d\chi^a_b = T^a_{bk} dx^k = -e^a_i D e^i_b. \quad (45)$$

где  $D$  - абсолютный дифференциал относительно символов Кристоффеля  $\Gamma^i_{jk}$ . Образую с помощью (44) инвариантную квадратичную форму  $d\tau^2 = d\chi^a_b d\chi^b_a$ , получим вращательную метрику [12]

$$d\tau^2 = d\chi^a_b d\chi^b_a = T^a_{bk} T^b_{an} dx^k dx^n = -D e^a_i D e^i_a, \quad (46)$$

действующую на локальной группе вращений  $O(3,1)$ . Эта метрика обобщает вращательную метрику Кармели (22) на случай, когда вращение:

1. Является релятивистским.
2. Происходит по шести углам локальной группы Лоренца.
3. Четырехмерная угловая скорость вращения системы отсчета  $e^a_i$ , определяемая как [12]

$$\Omega_{ab} = -\Omega_{ba} = T_{abk} \frac{dx^k}{ds}, \quad (47)$$

является величиной относительной и преобразованиями в группе вращений  $O(3,1)$  может быть обращена в нуль (вращательная относительность).

Величины (42), (43) представляют собой генераторы группы вращений. Они определяют метрический тензор

$$H_{kn} = T_{bk}^a T_{an}^b. \quad (48)$$

во вращательной метрике (46) и удовлетворяют структурным уравнениям Картана локальной группы вращений  $O(3.1)$

$$2\nabla_{[m} T_{|b|k]}^a + 2T_{c[m}^a T_{|b|k]}^c = R_{bkm}^a, \quad (49)$$

где  $R_{bkm}^a$  - структурные функции группы вращений, удовлетворяющие тождествам Якоби

$$\nabla_{[n} R_{|b|km]}^a + R_{b[km}^c T_{|c|n]}^a - T_{b[n}^c R_{|c|km]}^a = 0. \quad (50)$$

Уравнения (49) следуют так же из определения тензора кривизны пространства абсолютного параллелизма [19]

$$S_{jkm}^i = 2\Delta_{j[m,k]}^i + 2\Delta_{s[k}^i \Delta_{|j|m]}^s = R_{jkm}^i + 2\nabla_{[k} T_{|j|m]}^i + 2T_{c[k}^i T_{|j|m]}^c = 0, \quad (51)$$

где

$$R_{jkm}^i = 2\Gamma_{j[m,k]}^i + 2\Gamma_{s[k}^i \Gamma_{|j|m]}^s \quad (52)$$

– тензор кривизны Римана в пространстве абсолютного параллелизма.

Переход от координатных индексов  $i, j, k, \dots$  к локальным индексам  $a, b, c, \dots$  у различных геометрических объектов дается следующим правилом

$$Q_{j\dots c}^{i\dots a} = e^i_{d\dots} e^a_k Q_{f\dots s}^{d\dots k} e^f_{j\dots} e^s_c$$

Используя это соотношение и формулу (37), запишем первые и вторые структурные уравнения Картана (32) в виде системы матричных уравнений [12]

$$\nabla_{[k} e^a_{|m]} - e^b_{[k} T^a_{|b|m]} = 0, \quad (A)$$

$$R^a_{bkm} + 2\nabla_{[k} T^a_{|b|m]} + 2T^a_{c[k} T^c_{|b|m]} = 0. \quad (B)$$

Пространство событий ориентируемых точек, на которой действует локальная неоднородная группа Лоренца можно представить как векторное расслоение с базой, образованной четырьмя трансляционными координатами  $x_i$  и слоем, образованным шестью вращательными координатами  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$  (всего 10 координат). По принятой в калибровочной теории поля терминологии, мы будем называть базу внешним пространством, а слой внутренним. Соответственно, индексы  $i, j, k, \dots$  являются индексами внешнего пространства, а индексы  $a, b, c, \dots$  внутреннего. Во внешнем пространстве действует локальная группа трансляций  $T_4$ , а во внутреннем локальная группа вращений  $O(3.1)$  (см. рис. 1). Многообразие ориентируемых точек, на котором действуют эти группы, наделено геометрией абсолютного параллелизма (геометрией  $A_4$ ) со структурными уравнениями Картана (A) и (B). Эта геометрия обладает кривизной Римана  $R^i_{jkm}$  и кручением Риччи  $\Delta^i_{[jk]} = -\Omega_{jk}^i$ , которые порождаются вращениями и трансляциями соответственно. В геометрии  $A_4$  заданы две метрики: вращательная метрика (46) и трансляционная метрика (31).



Рис. 1: Пространство событий четырехмерной ориентируемой точки

### 3.2 Уравнения физического вакуума

В 1988 г. автор выдвинул программу Всеобщей относительности и теории Физического вакуума [20], заменив точечное многообразие общей теории относительности Эйнштейна (геометрию Римана) многообразием ориентируемых точек (геометрией абсолютного параллелизма), а вакуумные уравнения Эйнштейна

$$R_{ik} = 0 \tag{53}$$

структурными уравнениями Картана (А) и (В), объявив их вакуумными уравнениями Всеобщей теории относительности.

Свертывая уравнения (В), записанные в виде

$$R^i_{jkm} + 2\nabla_{[k} T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k} T^s_{|j|m]} = 0 \tag{54}$$

по индексам  $i$  и  $k$ , получим

$$R_{jm} = -2\nabla_{[i} T^i_{|j|m]} - 2T^i_{s[i} T^s_{|j|m]}. \tag{55}$$

Свертывая далее уравнения (55) с метрическим тензором  $g^{jm}$ , имеем

$$R = -2g^{jm} (\nabla_{[i} T^i_{|j|m]} + T^i_{s[i} T^s_{|j|m]}). \tag{56}$$

Образуя с помощью (55) и (56) тензор Эйнштейна

$$G_{jm} = R_{jm} - \frac{1}{2} g_{jm} R,$$

получим уравнения

$$R_{jm} - \frac{1}{2}g_{jm}R = \nu T_{jm}, \quad (57)$$

подобные уравнениям Эйнштейна, но с геометризированной правой частью, определяемой как

$$T_{jm} = -\frac{2}{\nu} \left\{ (\nabla_{[i} T^i_{|j|m]} + T^i_{s[i} T^s_{|j|m]}) - \frac{1}{2} g_{jm} g^{pn} (\nabla_{[i} T^i_{|p|n]} + T^i_{s[i} T^s_{|p|n]}) \right\}. \quad (58)$$

Таким образом, проблема геометризации правой части уравнений Эйнштейна получает решение на многообразии ориентируемых точек простым и изящным способом. В качестве материальных полей в тензоре (58) выступают коэффициенты вращения Риччи  $T^i_{jk}$ , порождаемые кручением пространства абсолютного параллелизма  $\Delta^i_{[jk]} = -\Omega_{jk}^{\cdot i}$  в соответствии с формулой (36).

Разложим тензор Римана  $R_{ijklm}$  на неприводимые части

$$R_{ijklm} = C_{ijklm} + g_{i[k} R_{m]j} + g_{j[k} R_{m]i} + \frac{1}{3} R g_{i[m} g_{k]j}, \quad (59)$$

где  $C_{ijklm}$  – тензор Вейля, второй и третий члены – бесследовая часть тензора Риччи  $R_{jm}$  и  $R$  – его след. Используя уравнения (57), записанные в виде

$$R_{jm} = \nu \left( T_{jm} - \frac{1}{2} g_{jm} T \right), \quad (60)$$

перепишем соотношение (59) как

$$R_{ijklm} = C_{ijklm} + 2\nu g_{[k(i} T_{j)m]} - \frac{1}{3} \nu T g_{i[m} g_{k]j}, \quad (61)$$

где  $T$  – след тензора (58).

Введем теперь тензорный ток

$$J_{ijklm} = 2g_{[k(i} T_{j)m]} - \frac{1}{3} T g_{i[m} g_{k]j} \quad (62)$$

и представим тензор (61) в виде суммы

$$R_{ijklm} = C_{ijklm} + \nu J_{ijklm}. \quad (63)$$

Подставляя это соотношение в уравнения (54), получим

$$C_{ijklm} + 2\nabla_{[k} T_{ij|m]} + 2T_{is[k} T^s_{|j|m]} = -\nu J_{ijklm}. \quad (64)$$

Уравнения (64) представляют собой уравнения Янга–Миллса с геометризированным источником, определяемым согласно соотношению (62). В уравнениях (64) в качестве поля Янга–Миллса выступает тензор Вейля  $C_{ijklm}$ , а потенциалами этого поля являются коэффициенты вращения Риччи  $T^i_{jk}$ .



Используя уравнения (57) и (64), можно представить структурные уравнения Картана (A) и (B) в виде расширенной геометризированной системы уравнений Эйнштейна–Янга–Миллса [12]

$$\nabla_{[k} e_j^a + T^i_{[kj]} e^a_i = 0, \quad (A)$$

$$R_{jm} - \frac{1}{2} g_{jm} R = \nu T_{jm}, \quad (B.1)$$

$$C^i_{jkm} + 2\nabla_{[k} T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k} T^s_{|j|m]} = -\nu J^i_{jkm}, \quad (B.2)$$

в которых источники  $T_{jm}$  и  $J^i_{jkm}$  определяются согласно соотношениям (58) и (62).

Для случая эйнштейновского вакуума эти уравнения значительно упрощаются и принимают вид

$$\nabla_{[k} e_j^a + T^i_{[kj]} e^a_i = 0, \quad (i)$$

$$R_{jm} = 0, \quad (ii)$$

$$C^i_{jkm} + 2\nabla_{[k} T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k} T^s_{|j|m]} = 0. \quad (iii)$$

Отметим, что хотя тензор энергии-импульса (58) в этих уравнениях равен нулю, поле  $T^i_{jk}$ , образующее этот тензор, отлично от нуля и удовлетворяет уравнениям (i) и (iii).

## 4 Торсионное поле $T^i_{jk}$ как поле инерции

В нашем случае *торсионным полем мы будем называть коэффициенты вращения Риччи*  $T^i_{jk} = -\Omega_{jk}^i + g^{im}(g_{js}\Omega_{mk}^s + g_{ks}\Omega_{mj}^s)$ , которые представляют собой тензор (относительно координатных преобразований в базе  $x_i$ ) конторсии пространства абсолютного параллелизма  $A_4$ .

Пусть ориентируемая материальная точка с массой  $m$  движется только в торсионном поле  $T^i_{jk}$ . Тогда ее трансляционные уравнения движения (39) запишутся как

$$m \frac{d^2 x^i}{ds^2} + m T^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0. \quad (65)$$

или, с учетом соотношения (47), в виде

$$m \frac{d^2 x^i}{ds^2} + m \Omega^i_j \frac{dx^j}{ds} = 0.$$

При условии слабости поля  $T^i_{jk}$  (геометрия  $A_4$  мало отличается от геометрии Минковского  $M_4$ ) и при нерелятивистских трансляционных скоростях  $v$ , эти уравнения можно записать как

$$m \frac{dv_\alpha}{dt} = -mc^2 \Omega_{\alpha 0} - 2mc^2 \Omega_{\alpha\beta} \frac{1}{c} \frac{dx^\beta}{dt}, \quad \alpha = 1, 2, 3. \quad (66)$$

Единственными физическими уравнениями, известными нам, с которыми можно было бы сравнить уравнения (66), являются уравнения движения ускоренной системы отсчета под действием одних только сил инерции [21]

$$\frac{d}{dt}(mv_\alpha) = m \left( -W_{\alpha 0} + 2\omega_{\alpha\beta} \frac{dx^\beta}{dt} \right), \quad (67)$$

где

$$W_{\alpha 0} = (W_{10}, W_{20}, W_{30}) = W_{\alpha} = c \frac{d}{dt} \theta_{\alpha}(t),$$

– вектор поступательного ускорения (пространственно-временное вращение), а

$$\omega_{\alpha\beta} = -\omega_{\beta\alpha} = - \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (68)$$

– тензор пространственной угловой скорости вращения ускоренной системы отчета. В векторном виде уравнения (67) записываются как

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = m(-\mathbf{W} + 2[\mathbf{v}\boldsymbol{\omega}]), \quad (69)$$

где  $\mathbf{F}_1 = -m\mathbf{W}$  – поступательная сила инерции и  $\mathbf{F}_2 = 2m[\mathbf{v}\boldsymbol{\omega}]$  – сила Кориолиса. Сравнивая (66) с уравнениями (67), получим

$$\begin{aligned} \Omega_{10} &= \frac{W_1}{c^2}, & \Omega_{20} &= \frac{W_2}{c^2}, \\ \Omega_{30} &= \frac{W_3}{c^2}, & \Omega_{12} &= -\frac{\omega_3}{c}, \\ \Omega_{13} &= \frac{\omega_2}{c}, & \Omega_{23} &= -\frac{\omega_1}{c}. \end{aligned}$$

Поэтому матрица  $\Omega_{ij}$  в нашем случае примет вид

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{c^2} \begin{pmatrix} 0 & -W_1 & -W_2 & -W_3 \\ W_1 & 0 & -c\omega_3 & c\omega_2 \\ W_2 & c\omega_3 & 0 & -c\omega_1 \\ W_3 & -c\omega_2 & c\omega_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (70)$$

Судя по этой матрице, четырехмерное вращение ориентируемой точки  $e^i_a$ , вызываемое кручением пространства  $A_4$ , порождает в физике поля инерции, связанные с поступательными и вращательными ускорениями. Как мы знаем, поля инерции универсальны, поскольку явлению инерции подвержены все виды материи. Благодаря полям инерции в ускоренных системах отсчета на объекты любой природы действуют силы инерции. Как было нами установлено, на центр масс ориентируемой материальной точки действуют силы инерции

$$F_I^i = m T_{jk}^i \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds}, \quad (71)$$

порожденные полями инерции. Из механики нам известно четыре типа сил инерции и все они порождены вращением материи [12]. Силы инерции обладают свойствами, которые отличают их от обычных сил механики Ньютона:

а) они не удовлетворяют закону действия и противодействия (третьему закону механики Ньютона)[21];

б) эти силы ведут себя как внутренние и внешние одновременно по отношению к некоторой "изолированной" механической системе [12].

## 4.1 Торсионная природа массы покоя

Ранее было показано, что в общем случае чисто полевой тензор энергии-импульса материи  $T_{jm}$  в уравнениях физического вакуума определяется через поля инерции  $T^i_{jk}$  как

$$T_{jm} = -\frac{2}{\nu} \{ (\nabla_{[i} T^i_{|j|m]} + T^i_{s[i} T^s_{|j|m]}) - \frac{1}{2} g_{jm} g^{pn} (\nabla_{[i} T^i_{|p|n]} + T^i_{s[i} T^s_{|p|n]}) \} \quad (72)$$

Плотность материи  $\rho$ , с учетом тензора (72), определяется как

$$\rho = T/c^2 = (g^{jm} T_{jm})/c^2 = \frac{2}{\nu c^2} \{ g^{jm} (\nabla_{[i} T^i_{|j|m]} + T^i_{s[i} T^s_{|j|m]}) \}. \quad (73)$$

Поскольку масса покоя в нашем случае определяется как

$$m_0 = \int (-g)^{1/2} \rho dV,$$

где

$$g = \det g_{jm}, \quad dV = dx^1 dx^2 dx^3,$$

то мы имеем

$$m_0 = \frac{2}{\nu c^2} \int (-g)^{1/2} \{ g^{jm} (\nabla_{[i} T^i_{|j|m]} + T^i_{s[i} T^s_{|j|m]}) \} dV. \quad (74)$$

Это соотношение показывает, что инерционная масса любого объекта в теории физического вакуума является мерой торсионного поля  $T^i_{jk}$ , образующего плотность материи. Поскольку торсионное поле порождается вращением материи (согласно Э.Картану), то масса покоя исчезает, если останавливается вращение (исчезает кручение пространства-времени) внутри ее. Это означает, что если мы будем менять вращение отдельных элементов внутри макроскопической механической системы контролируемым образом, то мы сможем осуществить "реактивное движение без отбрасывания массы" в соответствии с уравнениями

$$m_0(t) \frac{d}{dt} \mathbf{v} = -\mathbf{v} \frac{d}{dt} m_0(t). \quad (75)$$

Эта формула подтверждается экспериментами с четырехмерным гироскопом [11], элементы которого вращаются как в пространственных углах  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ , так и в пространственно-временных углах  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ , при этом сила, стоящая в правой части уравнений (75), оказывается нескомпенсированной силой инерции, действующей на центр масс системы.

Таким образом, в рамках Всеобщей теории относительности масса покоя  $m_0$  любой физической системы является относительной величиной, зависящей от угловой скорости элементов, ее составляющих.

## 5 Ускоренная псевдоинерциальная система отсчета

Под физической системой отсчета мы будем понимать *координатный базис, связанный с вращающимся телом отсчета*. Фактически это и есть определение ориентируемой материальной точки, которое задано на многообразии ориентируемых точек. Если

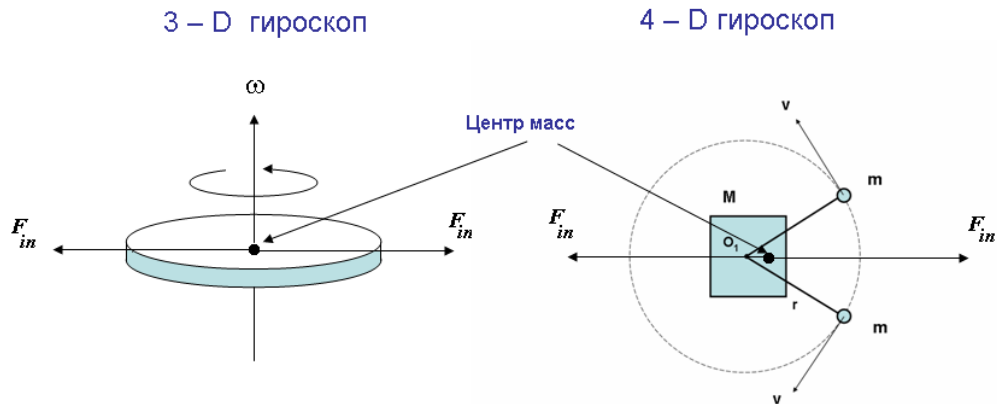


Рис. 2: Псевдоинерциальная система отсчета связана с центром масс трехмерного и четырехмерного гироскопов

многообразие ориентируемых точек устроено так, ни одна точка не меняет своей ориентации относительно других, то кривизна Римана  $R^i_{jkm}$  кручение Риччи  $\Omega^i_{jk}$  пространства абсолютного параллелизма равны нулю и в этом случае мы имеем пространство Минковского, на котором (как считается в современной физике) действует глобальная неоднородная группа Лоренца. В этом предельном случае многообразие ориентируемых точек переходит в точечное многообразие, на котором обычно рассматривают только трансляционные преобразования Лоренца (20).

С точки зрения теории физического вакуума неправомерно использовать преобразования Лоренца (20), когда в пространстве-времени существуют реальные частицы и поля (кривизна Римана и кручение Риччи), поскольку геометрия Минковского описывает Абсолютный вакуум. В нем нет никаких материальных объектов, поэтому непонятно, какой физический смысл имеет скорость  $v$  и чему соответствует скорость  $c$ . Иными словами, в теории физического вакуума обычное определение инерциальной системы отсчета теряет всякий физический смысл и в ней такие "нереальные- системы отсчета отсутствуют как необходимый элемент теории.

Вместо инерциальной системы отсчета мы будем рассматривать ускоренную псевдоинерциальную систему, которая, тем не менее, обладает всеми свойствами инерциальной системы отсчета.

Мы определим псевдоинерциальную систему отсчета, опираясь на понятия полей и сил инерции. Тогда это будет звучать так: *ускоренная система отсчета (ориентируемая материальная точка) псевдоинерциальна, если на ее начало действуют скомпенсированные силы инерции* (см. рис. (2)). Поскольку силы инерции порождаются полем инерции, то кажется, что поля инерции в псевдоинерциальных системах отсчета также должны обращаться в нуль. Однако во Всеобщей теории относительности это не так – поля инерции (или торсионные поля) в псевдоинерциальных системах отсчета отличны от нуля. Действительно, в псевдоинерциальных системах отсчета в виду взаимной компенсации сил инерции выражение (71) в уравнениях движения начала ускоренной

системы обращается в нуль

$$F_I = mT^i{}_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0. \quad (76)$$

В этих уравнениях, как было показано выше, поле инерции  $T^i{}_{jk}$  определяется через кручение  $\Omega_{jk}{}^i = -\Omega_{kj}{}^i$  пространства абсолютного параллелизма  $\Omega_{jk}{}^i = e^i{}_a e^a{}_{[k,j]} = e^i{}_a (e^a{}_{k,j} - e^a{}_{j,k})/2$  следующим образом:

$$T^i{}_{jk} = -\Omega_{jk}{}^i + g^{im} (g_{js} \Omega_{mk}{}^s + g_{ks} \Omega_{mj}{}^s). \quad (77)$$

Подставляя это соотношение в уравнения (76), получим (при  $m \neq 0$ ) уравнения:

$$-\Omega_{jk}{}^i \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} + g^{im} (g_{gs} \Omega_{mk}{}^s + g_{ks} \Omega_{mj}{}^s) \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0. \quad (78)$$

Поскольку соотношение

$$\frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds}$$

симметрично по индексам  $j$  и  $k$ , а кручение  $\Omega_{jk}{}^i$  антисимметрично по этим индексам, то первое слагаемое в уравнениях (78) обращается в нуль. В результате из уравнений (78) следует

$$g^{im} (g_{js} \Omega_{mk}{}^s + g_{ks} \Omega_{mj}{}^s) = 0,$$

или

$$(g_{js} \Omega_{mk}{}^s + g_{ks} \Omega_{mj}{}^s) = 0,$$

откуда

$$\Omega_{mkj} = -\Omega_{mjk}. \quad (79)$$

Так как величина  $\Omega_{mkj}$  антисимметрична по индексам  $m$  и  $k$ , то из соотношения (79) следует, что в псевдоинерциальных системах отсчета кручение пространства абсолютного параллелизма антисимметрично по всем трем индексам.

Подставляя равенство (79) в соотношение (77), получим

$$T_{ijk} = -T_{jik} = -T_{ikj} = -\Omega_{ijk}. \quad (80)$$

Из этих равенств следует, что в псевдоинерциальных системах отсчета торсионное инерции  $T_{ijk}$  отлично от нуля. Оно оказывается антисимметричным по всем трем индексам и совпадает (с точностью до знака) с кручением геометрии абсолютного параллелизма  $\Omega_{ijk}$ .

## 5.1 Тензор энергии-импульса и плотность материи в ускоренной псевдоинерциальной системе отсчета

При условии (80) тензор энергии-импульса материи (72) симметричен по индексам  $j, m$  и оказывается равным

$$T_{jm} = \frac{1}{\nu} (\Omega_{sm}{}^i \Omega_{ji}{}^s - \frac{1}{2} g_{jm} \Omega_s{}^{ji} \Omega_{ji}{}^s). \quad (81)$$

В самом деле, из уравнений (57) имеем

$$T_{jm} = \frac{1}{\nu} (R_{jm} - \frac{1}{2} g_{jm} R). \quad (82)$$

Используя равенства (55), (80) и (82), находим

$$R_{jm} = \Omega_{sm}^{..i} \Omega_{ji}^{..s}, \quad (83)$$

$$R = g^{jm} \Omega_{sm}^{..i} \Omega_{ji}^{..s} = \Omega_s^{..ji} \Omega_{ji}^{..s}. \quad (84)$$

Подставляя соотношения (83) и (84) в равенство (82), получим тензор энергии-импульса (81). Кроме того, торсионное поле удовлетворяет уравнениями [12]

$$\nabla_i \Omega_{jm}^{..i} = 0, \quad (85)$$

Через поле (80) можно определить псевдовектор  $h_m$  следующим образом

$$\Omega^{ijk} = \varepsilon^{ijkm} h_m, \quad \Omega_{ijk} = \varepsilon_{ijkm} h^m, \quad (86)$$

где  $\varepsilon_{ijkm}$  – полностью антисимметричный символ Леви-Чивита.

С помощью псевдовектора  $h_m$  тензор (81) представляется как

$$T_{jm} = \frac{1}{2\nu} (h_j h_m - \frac{1}{2} g_{jm} h^i h_i). \quad (87)$$

Подставляя соотношения (86) в уравнения (85), получим

$$h_{m,j} - h_{j,m} = 0. \quad (88)$$

Эти уравнения имеют два решения: тривиальное, когда  $h_m = 0$ , и

$$h_m = \psi_{,m}, \quad (89)$$

где  $\psi$  – псевдоскаляр.

Записывая тензор энергии-импульса (87) через этот псевдоскаляр, получим

$$T_{jm} = \frac{1}{2\nu} (\psi_{,j} \psi_{,m} - \frac{1}{2} g_{jm} \psi^{,i} \psi_{,i}). \quad (90)$$

В квантовой теории поля тензор (87) представляет собой тензор энергии-импульса безмассового псевдоскалярного поля [22], при этом  $\psi$  выступает в роли волновой функции в квантовых уравнениях движения.

Если псевдовектор  $h_m$  светоподобен, то его можно записать так

$$h_m = \Phi l_m, \quad l_m l^m = 0, \quad \Phi = \Phi(x^i). \quad (91)$$

где  $\Phi(x^i)$  – псевдоскалярная функция. В этом случае тензор материи (87) принимает вид

$$T_{jm} = \frac{1}{\nu} \Phi^2(x^i) l_j l_m, \quad (92)$$

откуда плотность материи

$$\rho = \frac{1}{\nu c^2} \Phi^2(x^i). \quad (93)$$

Если же псевдовектор  $h_m$  времениподобен, то его удобно представить в виде

$$h_m = \Psi_{,m} = \varphi(x^i)u_m, \quad (94)$$

где

$$u_m u^m = 1 \quad (95)$$

и  $\varphi(x^i)$  – псевдоскалярная функция.

Подстановка выражения (94) в тензор (87) приводит к тензору энергии-импульса вида

$$T_{jm} = \frac{1}{\nu} \varphi^2 (u_j u_m - \frac{1}{2} g_{jm}). \quad (96)$$

Тензор (92) напоминает тензор энергии-импульса изотропного излучения, а тензор (96) по своей структуре более всего похож на тензор энергии-импульса идеальной жидкости. Учитывая, что  $g_{jm} g^{jm} = 4$ , можно переписать тензор (96) как

$$\begin{aligned} T_{jm} &= \frac{1}{\nu} \varphi^2(x^i) \left( \frac{1}{4} g_{jm} g^{jm} u_j u_m - \frac{1}{2} g_{jm} \right) = \\ &= \frac{1}{\nu} \varphi^2(x^i) \left( \frac{1}{4} g_{jm} - \frac{1}{2} g_{jm} \right) = -\frac{1}{4\nu} \varphi^2(x^i) g_{jm}, \end{aligned} \quad (97)$$

или

$$T_{jm} = \Lambda(x^i) g_{jm}, \quad (98)$$

где

$$\Lambda(x^i) = -\frac{1}{4\nu} \varphi^2(x^i) = \frac{\rho c^2}{4},$$

и плотность досветовой торсионной материи имеет вид

$$\rho = -\frac{1}{\nu c^2} \varphi^2(x^i). \quad (99)$$

Таким образом, в псевдоинерциальной системе отсчета тензор энергии-импульса досветовой торсионной материи (98) сопоставляется с переменным  $\Lambda(x^i)$ – членом в уравнениях Эйнштейна.

## 6 Квантовая частица в теории вакуума

Прежде всего покажем, что в теории вакуума простейшее решение вакуумных уравнений (А) и (В), которое описывает "точечную" сферически симметричную частицу с кулон-ньютоновским потенциалом взаимодействия, приводит к дуализму волна-частица, т.е. соотношениям типа (2).

### 6.1 Модель "точечной" квантовой частицы

Мы будем искать решение вакуумных уравнений (А) и (В), у которого тензор энергии-импульса (72) имеет вид (92). Для этого можно использовать метод, разработанный Э.Ньюменом и Р.Пенроузом (НП – формализм) [23], поскольку, как показано

в работе [12], основные уравнения формализма Ньюмена-Пенроуза совпадают со структурными уравнениями Картана геометрии абсолютного параллелизма, т.е. с уравнениями (A) и (B).

*Решение с переменным кулон-ньютоновским потенциалом*

(100)

1. Координаты:  $x^0 = u, x^1 = r, x^2 = \theta, x^3 = \varphi$ .

2. Компоненты символов Ньюмена-Пенроуза:

$$\begin{aligned}\sigma_{0\dot{0}}^i &= (0, 1, 0, 0), & \sigma_{1\dot{1}}^i &= (1, U, 0, 0), & \sigma_{0\dot{1}}^i &= \rho(0, 0, P, iP), \\ \sigma_i^{0\dot{0}} &= (1, 0, 0, 0), & \sigma_i^{1\dot{1}} &= (-U, 1, 0, 0), & \sigma_i^{0\dot{1}} &= -\frac{1}{2\rho P}(0, 0, 1, i), \\ U(u) &= -1/2 + \Psi^0(u)/r, & P &= (2)^{-1/2}(1 + \zeta\bar{\zeta}/4), & \zeta &= x^2 + ix^3, \\ & & & & \Psi^0 &= \Psi^0(u).\end{aligned}$$

3. Спинорные компоненты торсионного поля (коэффициентов вращения Риччи):

$$\begin{aligned}\rho &= -1/r, & \alpha &= -\bar{\beta} = -\alpha^0/r, & \gamma &= \Psi^0(u)/2r^2, \\ \mu &= -1/2r + \Psi^0(u)/r^2, & \alpha^0 &= \zeta/4.\end{aligned}$$

4. Спинорные компоненты тензора Римана:

$$\Psi_2 = \Psi = -\Psi^0(u)/r^3, \quad \Phi_{22} = \Phi = -\dot{\Psi}^0(u)/r^2 = -\frac{\partial\Psi^0}{\partial u} \frac{1}{r^2}.$$

Трансляционная метрика (метрика Римана) решения (100) в квазисферических координатах имеет вид

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\Psi^0(t)}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\Psi^0(t)}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (101)$$

Используя решение (100), находим вид тензора энергии-импульса в правой части уравнений (B.1)

$$T_{jm} = \rho c^2 l_j l_m, \quad (102)$$

где  $\rho$  – плотность материи вакуумного возбуждения, определяемая из решения (100) как

$$\rho = -\frac{2\dot{\Psi}^0(u)}{\nu c^2 r^2}, \quad \dot{\Psi}^0(u) < 0, \quad (103)$$

$l_m l^m = 0$  – светоподобный вектор, составляющий спинорный базис решения (100).

Рассмотрим теперь предельный переход  $\Psi^0(u) \rightarrow \Psi^0 = \text{const}$  плотности материи решения (100). Введем вспомогательный параметр  $\xi$  размерности длины

$$\xi = \frac{\pi|\dot{\Psi}^0|r^2}{2\Psi^0}. \quad (104)$$



Через параметр  $\xi$  модуль плотности (103) можно представить в виде

$$\rho = \rho^+ = \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2} \frac{1}{2\pi r^2} \frac{\xi}{r^2} = \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2} \frac{1}{2\pi r^2} \frac{\xi}{(r^2 + \xi^2)} \left(1 + \frac{\xi^2}{r^2}\right), \quad (105)$$

где знак «плюс» означает, что плотность  $\rho^+$  определяет правую материю с положительными плотностью и массой. Вычисляя предел соотношения (105) при  $\xi \rightarrow 0$ , т.е. при  $\Psi^0(u) \rightarrow \Psi^0 = \text{const}$ , и используя известную формулу

$$\frac{1}{2\pi r^2} \frac{1}{\pi} \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{x^2 + r^2} \right) = \frac{1}{2\pi r^2} \delta(r) = \delta(\mathbf{r}),$$

где  $\delta(\mathbf{r})$  – трехмерная функция Дирака, находим

$$\rho^+ = \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2} \frac{1}{2\pi r^2} \delta(r) = \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2} \delta(\mathbf{r}). \quad (106)$$

Из этого соотношения видно, что при переходе вакуумного возбуждения в стационарное состояние распределенная по пространству плотность материи *совпадает с плотностью материи точечной частицы* ( $\delta$ -функция Дирака описывает распределение точечного источника).

Полученный нами результат подтверждает предположение А. Эйнштейна о том, что в чисто полевой теории точечная частица должна появляться в виде некоторого предельного случая, а не вводиться в теорию искусственно, поскольку «комбинация идеи непрерывного поля с представлением о материальных точках, расположенных дискретно в пространстве, оказывается противоречивой. Последовательная теория поля требует непрерывности всех элементов не только во времени, но и в пространстве, причем во всех его точках. Следовательно, материальной точке нет места в полевой теории» [2].

То, что материальная точка появляется в чисто полевой теории в виде предельного стационарного случая – один из наиболее важных результатов теории физического вакуума.

Если мы будем рассматривать плотность (106) в псевдоинерциальной системе отсчета, то, учитывая соотношение (93), можем записать равенство

$$\rho = \frac{1}{\nu c^2} \Phi^2(x^i) = \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2} \delta(\mathbf{r}), \quad (107)$$

где  $\Phi$  представляет собой торсионное поле. Если плотность (107) описывает частицу с массой покоя  $m_0$ , то метрика (101) должна совпадать с метрикой Шварцшильда, поэтому

$$\Psi^0 = \frac{m_0 G}{c^2}.$$

С другой стороны, перед  $\delta(\mathbf{r})$  – функцией в соотношении (107) должна стоять масса  $m_0$  т.е.

$$m_0 = \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2}.$$

Решая эти уравнения относительно  $\nu$ , находим

$$\nu = \frac{8\pi G}{c^4}. \quad (108)$$

Теперь плотность "точечной" частицы (107) запишется как

$$\rho = \frac{c^2}{8\pi G} \Phi^2(x^i) = m_0 \delta(\mathbf{r}). \quad (109)$$

В области пространства-времени, где торсионные поля являются слабыми, мы можем для их описания использовать Фурье анализ и представить плотность (109) в виде

$$\rho = m_0 \psi^* \psi = m_0 \delta(\mathbf{r}), \quad (110)$$

где

$$\psi = \left( \frac{c^2}{8m_0\pi G} \right)^{1/2} \Phi = \psi_0 e^{i(Et - \mathbf{p}\mathbf{r})/\hbar} \quad (111)$$

– нормированное на единицу

$$\int (-g)^{1/2} \psi^* \psi dV = 1$$

торсионное поле. Теперь мы можем интерпретировать величину

$$W(\mathbf{r}, \mathbf{t}) = \psi^* \psi = |\psi|^2$$

как плотность вероятности найти "точечную" частицу в точке  $\mathbf{r}$  пространства.

## 6.2 Проблема движения торсионной материи

Движение торсионной материи в вакуумных уравнениях (В.1) мы будем исследовать с помощью тождеств Бианки, использование которых в псевдоинерциальных системах отсчета приводит к следующему закону сохранения торсионной материи [12]

$$\nabla^j (R_{jm} - \frac{1}{2} g_{jm} R) = \nu \nabla^j T_{jm} = 0. \quad (112)$$

Закон сохранения (112) для тензора (96) расписывается как

$$\nabla_j T^{jm} = \frac{1}{\nu} [\nabla_j \Phi^2(x^i) l^j] l^m + \frac{1}{\nu} \Phi^2(x^i) l^j \nabla_j l^m = 0. \quad (113)$$

В общем случае движение ковектора  $l^j$  описывается уравнениями геодезических пространства абсолютного параллелизма

$$\frac{d^2 x^i}{d\lambda^2} + \Gamma^i_{jm} \frac{dx^j}{d\lambda} \frac{dx^m}{d\lambda} = 0. \quad (114)$$

Поскольку в псевдоинерциальной системе отсчета выполняется соотношение

$$T^i_{jm} \frac{dx^j}{d\lambda} \frac{dx^m}{d\lambda} = 0,$$

то мы имеем

$$l^j \nabla_j l^m = \frac{d^2 x^i}{d\lambda^2} + \Gamma^i_{jm} \frac{dx^j}{d\lambda} \frac{dx^m}{d\lambda} = 0. \quad (115)$$

Эти уравнения представляют собой уравнения изотропного излучения в приближении геометрической оптики, записанные относительно псевдоинерциальных систем отсчета.

В силу равенства (115) из уравнений (113) следует уравнение неразрывности для плотности материи (99)

$$\nabla_j (\Phi^2(x^i)l^j) = 0, \quad (116)$$

или (при постоянном множителе  $\nu$ )

$$\nabla_j(\rho l^j) = (\rho l^j)_{,j} + \Gamma^n_{nj}(\rho l^j) = 0. \quad (117)$$

Закон сохранения (112) для тензора энергии-импульса (96) дает

$$\nabla_j (\varphi^2(x^i)u^j u^m) - \frac{1}{2} \nabla_j (\varphi^2(x^i)g^{jm}) = 0, \quad (118)$$

или

$$\begin{aligned} & u^m \nabla_j (\varphi^2(x^i)u^j) + \varphi^2(x^i)u^j \nabla_j u^m - \\ & - \frac{1}{2} g^{jm} \nabla_j (\varphi^2(x^i)) - \frac{1}{2} \varphi^2(x^i) \nabla_j g^{jm} = 0. \end{aligned} \quad (119)$$

Поскольку  $\nabla_j g^{jm} = 0$  и  $u^j \nabla_j u^m = 0$ , то, умножая равенство (119) на  $-1/\nu c^2$  и используя соотношение (99), получим уравнения для второго, первого и третьего членов равенства (119) соответственно:

$$m_0 \frac{du^i}{ds} + m_0 \Gamma^i_{jm} u^j u^m = 0, \quad (120)$$

$$\nabla_j (\rho u^j) = 0, \quad (121)$$

$$\nabla_i \rho = 0, \quad (122)$$

где  $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$ ,  $u^i = dx^i/ds$  – единичный вектор четырехмерной скорости, удовлетворяющий условию  $u^i u_i = 1$ .

Первое из этих уравнений описывает движение начала ориентируемой материальной точки с массой покоя  $m_0$ , второе представляет собой уравнение непрерывности и третье – уравнение "сжимаемости торсионной жидкости". В случае несжимаемой "торсионной жидкости" третье уравнение принимает вид

$$\frac{d\rho}{dt} = 0. \quad (123)$$

## 7 Уравнение Шредингера для "точечной" частицы, образованной торсионным полем

Рассмотрим теперь полевой торсионный сгусток как квантовый ансамбль, для которого справедливы формулы (120)–(122) и (110). Для слабых полей эти формулы позволяют записать нормированные на единицу поля инерции в виде плоских волн де Бройля (111). Строго говоря, применять понятие плоской волны к полям в искривленном пространстве можно только в приближении слабого поля, когда кривизна пространства незначительна. Именно в этом приближении мы будем вести дальнейшие выкладки.

Поскольку в приближении слабого поля

$$g_{ik} \simeq \eta_{ik}, \quad (124)$$

то уравнения неразрывности для материи принимают вид

$$(\rho l^j)_{,j} = 0, \quad (125)$$

$$u^m (\rho u^j)_{,j} - \frac{1}{2} (\rho \eta^{jm})_{,j} = 0. \quad (126)$$

В стационарном состоянии, когда истечение массы источника отсутствует, уравнение непрерывности (126) запишется как

$$(\rho u^j)_{,j} = 0. \quad (127)$$

Это уравнение после подстановки в него соотношения (111) представляет собой нелинейное уравнение относительно квантовых полей  $\psi$  и  $\psi^*$ .

Поскольку мы получили дуалистическое описание "точечной" торсионной частицы, то более детальное описание движения материи требует использование уравнения непрерывности (127). Для этого, вместо плотности материи (110), мы введем плотность вероятности

$$W = \frac{1}{m_0} \rho = \psi^* \psi, \quad (128)$$

которая определяется через плотность вероятности Лиувилля

$$W(x^i) = \int W(x^i, p^i) dp^i, \quad (129)$$

заданную в фазовом пространстве "точечной" торсионной частицы - торсиона. Это пространство образует квантовый ансамбль бесконечно малых элементов, из которых состоит "точечная" частица. Таким образом, "точечный" торсион представляет собой протяженный объект, плотность материи которого удовлетворяет уравнению (127). Такой объект обладает бесконечным набором координат и импульсов, образующих конфигурационное фазовое пространство. Если мы теперь хотим определить физические параметры инерциона – координату, импульс и т.д., *характеризующие его динамику как единого целого*, то мы должны использовать плотность вероятности (128), дающую нам распределение этих параметров. Координата инерциона в этом случае связывается с координатой его центра масс

$$x_c = \bar{x}^i = \int W(x^k) x^i dV = \int \psi^* \psi x^i dV, \quad (130)$$

а импульс инерциона – с импульсом центра масс

$$p_c = \bar{p}^i = \int W(x^k) p^i dV = \int \psi^* \psi p^i dV. \quad (131)$$

Через плотность вероятности (128) уравнение движения (127) представляется в виде квантового уравнения Лиувилля

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \text{div} \mathbf{j} = 0. \quad (132)$$

Плотность тока вероятности  $\mathbf{j} = W\mathbf{u}$  в этом уравнении мы определим с помощью равенства

$$p_n = -\frac{\hbar}{2i} \left[ \ln \left( \frac{\psi}{\psi^*} \right) \right]_{,n}, \quad (133)$$

которое следует из определения волны Де Бройля (111), а также используя выражение

$$u^n = \frac{1}{m_0} p^n.$$

Используя эти соотношения, находим

$$\mathbf{j} = \frac{i\hbar}{m_0} (\psi \vec{\nabla} \psi^* - \psi^* \vec{\nabla} \psi). \quad (134)$$

Соотношения (128)–(134) приводят к вероятностной трактовке динамики торсиона, которая возможна, но не обязательна. Кроме того, природа вероятностного описания связана с тем, что мы пытаемся описать протяженный объект, представляющий собой ансамбль точечных частиц, с помощью одной выделенной его точки – центра масс. С подобной ситуацией мы уже сталкивались в классической механике при описании динамики статистического ансамбля *как единого целого* с помощью уравнения Лиувилля. Уравнение (132) представляет собой фактически уравнение Лиувилля с той лишь разницей, что оно описывает «квантовую» частицу, имеющую изначально чисто полевую природу. Поэтому в нашем случае возникает не только конфигурационное пространство бесконечно малых элементов торсиона, но и гильбертово пространство бесконечного набора плоских волн, образующих волновой пакет полей инерции, из которых состоит торсион.

Подставляя (128) и (134) в уравнение (132), запишем его в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} (\psi^* \psi) = \frac{i\hbar}{2m_0} \operatorname{div} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*),$$

или

$$i\hbar \left( \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} + \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \right) + \frac{i\hbar^2}{2m_0} (\psi^* \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \psi^*) = 0. \quad (135)$$

Разделив теперь (135) на  $\psi^* \psi$ , получим

$$i\hbar \left( \frac{1}{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{1}{\psi^*} \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \right) + \frac{\hbar^2}{2m_0} \left( \frac{1}{\psi} \nabla^2 \psi - \frac{1}{\psi^*} \nabla^2 \psi^* \right) = 0,$$

откуда

$$\begin{aligned} & i\hbar \left( \frac{1}{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{i\hbar}{2m_0} \frac{1}{\psi} \nabla^2 \psi \right) = \\ & = i\hbar \left( \frac{1}{\psi^*} \frac{\partial \psi^*}{\partial t} + \frac{1}{\psi^*} \frac{i\hbar}{2m_0} \nabla^2 \psi^* \right) = \phi(t) = \phi^*(t). \end{aligned} \quad (136)$$

Это уравнение распадается на два линейных относительно  $\psi$  и  $\psi^*$  уравнения следующего вида:

$$i\hbar \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{i\hbar}{2m_0} \nabla^2 \psi \right) = \phi(t) \psi, \quad (137)$$

$$i\hbar \left( \frac{\partial \psi^*}{\partial t} - \frac{i\hbar}{2m_0} \nabla^2 \psi^* \right) = \phi(t) \psi^*. \quad (138)$$

С помощью подстановок

$$\begin{aligned} \Psi(x, t) &= \psi(x, t) \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_0^t \phi(t') dt' \right\}, \\ \Psi^*(x, t) &= \psi^*(x, t) \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_0^t \phi^*(t') dt' \right\} \end{aligned}$$

соотношения (137) и (138) сводятся к уравнениям Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m_0} \nabla^2 \Psi = 0, \quad (139)$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m_0} \nabla^2 \Psi^* = 0 \quad (140)$$

для свободной частицы. При этом волновая функция  $\Psi$  в этих уравнениях представляет собой нормированное на единицу поле инерции.

## Заключение

Резюмируя, можно отметить, что вакуумные уравнения (A), (B), базирующиеся на Всеобщем принципе относительности, позволяют (после соответствующих упрощений) получить уравнения движения, аналогичные уравнениям движения современной квантовой теории, но с той разницей, что в теории вакуума [12]:

1) квантовые поля имеют геометрическую природу, связанную с кручением пространства  $A_4$ ;

2) с помощью калибровочных преобразований во внутреннем пространстве угловых координат квантовые поля могут быть обращены в нуль в группе  $O(3.1)$ , т.е. носят относительный характер;

3) волновые функции квантовой теории выражаются через напряженность (или потенциалы) реального физического поля – поля инерции (или поля материи, порожденного кручением пространства), которое ведет себя как единое универсальное поле, связанное со всеми физическими процессами;

4) основные принципы квантовой теории, такие как стационарность квантовых состояний, корпускулярно-волновой дуализм, оптико-механическая аналогия, разбиение волновых функций на положительно- и отрицательно-частотные части, вероятностное описание динамики квантовых частиц, есть следствие Всеобщего принципа относительности и аналитически реализуются в вакуумных уравнениях (A), (B).

Полученные результаты подтверждают догадки А. Эйнштейна о неполноте современной квантовой теории, а также его предположения о том, что «более совершенная квантовая теория» может быть найдена на пути расширения общего принципа относительности.

## Список литературы

- [1] Гелл-Манн М. // Фундаментальная структура материи. М.: Мир, 1984. С.266.
- [2] Эйнштейн А. // Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С.63,243,450,674,722.
- [3] Эйнштейн А. // Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 3. С.626.
- [4] Uhlenbeck G.E., Goudsmit S.A. Physica.1925. Vol. 5. p. 261.
- [5] Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики. М.: Высш. шк., 1963.
- [6] Wigner E. Phys. Rev.,1932. V. 40. P. 749.
- [7] Татарский В.И. УФН, 1983. Т. 139. С. 557.
- [8] Carmeli, M. Nuovo Cimento Letter. 1984, Vol. 41. P. 551.
- [9] Carmeli, M. Intern. Journ. Theor. Phys. 1986, Vol. 25. No1. P. 89.
- [10] Магнус К. Гироскоп теория и применение. М.: Мир, 1974, с. 526.
- [11] Shipov G. Decartes' Mechanics - Fourth Generalization of Newton's Mechanics. In " 7<sup>th</sup> Intern.Conference Computing Anticipatory Systems- НЕС - ULg, Liege, Belgium, 2005. P. 36.
- [12] Шипов Г.И. Теория физического вакуума. М.: НТ-Центр, 1993, с.362.
- [13] Шипов Г.И. // Материалы VII Всесоюзн. конф. «Современные теоретические и экспериментальные проблемы теории относительности и гравитации». Ереван, 1988. С. 233–235.
- [14] Frenet F. Jour. de Math. 1852. Vol. 17. P. 437-447.
- [15] Ricci G. Mem.Acc.Linc. 1895. Vol. 2. Ser. 5. P. 276-322.
- [16] Schouten J. Ricci-Calculus. В.; Heidelberg: Springer, 1954.
- [17] Klein F. Math.Ann. 1893. Vol. 43. P. 63.
- [18] Картан Э. Теория конечных непрерывных групп и дифференциальная геометрия, изложенная методом подвижного репера. М.: Платон., 1998.
- [19] Weitzenbock R. // Proc. Knkl. nederl. akad. 1926. Vol. 28. P. 400-411.
- [20] Шипов Г.И. Программа всеобщей относительности и теория вакуума. М., 1988. Деп. в ВИНТИ, N 6947–В88.
- [21] Ольховский И.И. Курс теоретической механики для физиков. М.: Наука, 1970.
- [22] Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. // Введение в теорию квантовых полей. М.: Наука, 1976. С.29.
- [23] Newman E., Penrose R. // J. Math. Phys. 1962. Vol. 3, №3. P.566 – 587.