ПРОСТОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО РЕЛЯТИВИСТСКОЙ НЕИНВАРИАНТНОСТИ УРАВНЕНИЙ КЛАССИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Г.И.Шипов
shipov@aha.ru, website http://www.shipov.com

Введение

Я понимаю, какое негодование вызовет название моей работы у огромного числа исследователей, привыкших к тому, что все ведущие теоретики современности вот уже сто лет считают этот вопрос закрытым и не подлежащим обсуждению. В действительности же, все не так просто, как думает большинство. Общественное мнение в этом, казалось бы, элементарном вопросе отражено в многочисленных учебниках по электродинамике, но это вовсе не означает, что оно верно и, следовательно, окончательно.

Для разъяснения своей позиции я вынужден вернутся к основам электродинамики и шаг за шагом проследить за ходом мысли теоретиков, которые создавали образ современного понимания инвариантности уравнений Максвелла-Лоренца относительно преобразований Лармора-Лоренца. По ходу изложения я укажу пункты, в которых экспериментальные данные были дополнены теоретическими соображениями и мысленными экспериментами.

Я сразу приведу общепринятое (якобы) "доказательство"релятивистской инвариантности (т.е. справедливости уравнений электродинамики для скоростей заряженных частиц, сколь угодно близких к скорости света) уравнений Максвелла-Лоренца, записанных в четырехмерном виде

$$\frac{\partial F^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} j^i \quad i, j, k... = 0, 1, 2, 3, \tag{1}$$

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x^i} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x^k} = 0, \tag{2}$$

$$mc\frac{du^i}{ds} = \frac{e}{c} F^{ik} u_k \tag{3}$$

при преобразованиях Лармора-Лоренца [1]

$$x' = (x - vt)\beta \ , \quad y' = y \ , \quad z' = z \ , \quad t' = (t - \frac{xv}{c^2})\beta \ , \tag{I}$$

$$E'_x = E_x \ , \quad E'_y = (E_y - \frac{v}{c} H_z)\beta \ , \quad E'_z = (E_z + \frac{v}{c} H_y)\beta \ , \tag{II}$$

$$H'_x = H_x \ , \quad H'_y = (H_y + \frac{v}{c} E_z)\beta \ , \quad H'_z = (H_z - \frac{v}{c} E_y)\beta \ ,$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \ . \tag{4}$$

Здесь штрихом обозначены координаты, время и электромагнитные поля в системе отсчета S', которая движется относительно системы S с постоянной скоростью $v = const$ вдоль оси X.

Например, при "доказательстве"релятивистской инвариантности уравнений (1) обычно приводят следующие аргументы. В правой части уравнений (1) стоит контравариантный 4-вектор тока j^i, умноженный на скаляр $-4\pi/c$, т.е. правая часть уравнений (1) - контравариантный 4-вектор. В левой части уравнений (1) мы имеем контравариантный тензор электромагнитного поля F^{ik}, на который действует ковариантный оператор $\partial/\partial x^k$. В результате этого действия в левой части уравнений (1) также стоит контравариантный вектор. Применяя к правой и левой частям уравнений (1) преобразования Лармора-Лоренца (I) (II), получим штрихованные уравнения

$$\frac{\partial F^{i'k'}}{\partial x^{k'}} = -\frac{4\pi}{c} j^{i'} \quad i', j', k' ... = 0, 1, 2, 3, \tag{5}$$

записанные в системе отсчета S'. Поскольку уравнения (1) и (5) не меняют своего вида при преобразованиях (I) и (II), то они инвариантны относительно этих преобразований. Подобным образом происходит "доказательство"релятивистской инвариантности уравнений (2) и (3). На самом деле мы не доказываем, а постулируем релятивистскую инвариантность уравнений электродинамики, поскольку это доказательство может быть получено только прямыми вычислениями и если это проделать, то мы обнаружим, что при больших ускорениях заряженных частиц (т.е. в сильных электромагнитных полях) никакой релятивистской инвариантности уравнений Максвелла-Лоренца относительно преобразований Лармора-Лоренца не существует. В этом случае необходимо модернизировать уравнения электродинамика так, чтобы их релятивистская инвариантность выполнялась для любых полей и ускорений. С моей точки зрения, этот факт является одной из причин кризиса современной научной парадигмы. Ошибочное понимание релятивистской инвариантности уравнений электродинамики ставит под сомнение релятивистскую инвариантность уравнений квантовой электродинамике, о которой ее создатель П. Дирак однажды произнес следующие печальные слова [2]:

> *Правильный вывод состоит в том, что основные уравнения неверны. Их нужно существенно изменить, с тем, чтобы в теории вообще не возникали бесконечности и чтобы уравнения решались точно, по обычным правилам, без всяких трудностей. Это условие потребует каких-то очень серьезных изменений: небольшие изменения ничего не дадут.*

Я полностью присоединяюсь к мнению П.Дирака и не только потому, что он гениальный физик, но и потому что мне удалось найти такое обобщение уравнений электродинамики, в котором классические и квантовые принципы теории имеют единую основу [11]. Я также могу с уверенностью сказать, что нашел релятивистски инвариантные уравнения электродинамики, которые не только разрешают некоторые трудности теории, но и дают возможность понять "аномальные"электродинамические эксперименты.

1 Уравнения классической электродинамики, полученные из эксперимента и уравнения Максвелла

Мы запишем уравнения классической электродинамики, полученные непосредственно из эксперимента, в дифференциальной форме:

закон Кулона

$$div\mathbf{E} = 4\pi\rho, \tag{6}$$

закон Ампера

$$rot\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}, \tag{7}$$

закон отсутствия свободных магнитных зарядов

$$div\mathbf{H} = 0, \tag{8}$$

закон Фарадея

$$rot\mathbf{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} = 0. \tag{9}$$

Первые три из этих законов получены из экспериментов с постоянными токами и только закон Фарадея найден при исследования свойств переменных токов.

Заслуга Максвелла состоит в том, что он обобщил закон Кулона (6) на случай, когда плотность заряженной материи ρ зависит от времени. Действительно, пусть мы имеем плотность одного заряда в виде

$$\rho = e\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \tag{10}$$

где δ – дельта функция Дирака. Тогда ток $\mathbf{j}$ можно представить как

$$\mathbf{j} = e\mathbf{v}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0),$$

где $\mathbf{v} = \partial\mathbf{r}_0/\partial t$ –скорость заряда, поскольку $\mathbf{r}_0$ – координата заряда.

Определим частную производную $\partial\rho/\partial t$ в виде [3]

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = \frac{\partial\rho}{\partial\mathbf{r}_0}\frac{\partial\mathbf{r}_0}{\partial t} = -\mathbf{v}grad\rho = -div(\rho\mathbf{v}) = -div\mathbf{j}.$$

Для плотности ρ, зависящей от времени, из закона Кулона (6) следует

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = div\frac{1}{4\pi}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}.$$

Объединяя последние два уравнения, имеем

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + div\mathbf{j} = div\left(\frac{1}{4\pi}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{j}\right) = 0 \tag{11}$$

Используя это соотношение, Максвелл производит замену

$$\mathbf{j} \to \left(\mathbf{j} + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right)$$

в уравнениях (7). Окончательно Максвелл записал уравнения поля электродинамики в виде системы

$$div\mathbf{E} = 4\pi\rho, \quad rot\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \tag{12}$$
$$div\mathbf{H} = 0, \quad rot\mathbf{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0.$$

В полученном теоретическом обобщении четырех экспериментальных законов (6) - (9) фактически используется закон сохранения заряда

$$e = \int \rho dV = const, \quad dV = dxdydz, \tag{13}$$

записанный в виде

$$\frac{de}{dt} = \frac{d}{dt}\int \rho dV = \int \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho\mathbf{v})\right) dV = 0, \tag{14}$$

или

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\mathbf{j} = 0. \tag{15}$$

2 Ограничения, возникающие при доказательстве инвариантности уравнений Максвелла относительно преобразований Лармора-Лоренца

Для доказательства инвариантности уравнений Максвелла необходимо записать их покомпонентно

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi\rho \ , \tag{16}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{1}{c}\frac{\partial H_x}{\partial t} \ , \quad \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{1}{c}\frac{\partial H_y}{\partial t} \ , \quad \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{1}{c}\frac{\partial H_z}{\partial t} \ , \tag{17}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0 \ , \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= \frac{1}{c}(\frac{\partial E_x}{\partial t} + 4\pi\rho u_x) \ , \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= \frac{1}{c}(\frac{\partial E_y}{\partial t} + 4\pi\rho u_y) \ , \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= \frac{1}{c}(\frac{\partial E_z}{\partial t} + 4\pi\rho u_z) \ , \end{aligned} \tag{19}$$

и проделать необходимые вычисления, используя преобразования Лармора-Лоренца (I) и (II).

2.1 Теорема Лармора-Эйнштейна

Еще в 1900 году Лармор в своей книге "Эфир и материя"[1] показал, что уравнения Максвелла вне источников, записанные в системе S

$$div\mathbf{E} = 0 \ , \quad rot\mathbf{E} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \ , \quad div\mathbf{H} = 0 \ , \quad rot\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \ ,$$

не меняют своего вида в системе S'

$$div'\mathbf{E}' = 0 \ , \quad rot'\mathbf{E}' = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t'} \ , \quad div'\mathbf{H}' = 0 \ , \quad rot'\mathbf{H}' = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t'} \ ,$$

при условии, что скорость света во всех инерциальных системах отсчета постоянна ($c = const$), а координаты и поля в этих системах связаны преобразованиями (I) и (II). Для этого Лармор использовал систему уравнений(16)- (19) без зарядов и, с помощью соотношений (I) и (II), необходимыми вычислениями провел доказательство. Через пять лет Эйнштейн в своей знаменитой работе [4] повторил эти вычисления и доказал инвариантность уравнений Максвелла без зарядов относительно преобразований Лармора-Лоренца.

2.2 Теорема Эйнштейна-Пуанкаре для уравнений Максвелла с источниками поля

Почти одновременно Эйнштейн [4] и Пуанкаре [10] показали, что уравнения Максвелла с источниками поля

$$div\mathbf{E} = 4\pi\rho \ , \quad rot\mathbf{E} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \ , \quad div\mathbf{H} = 0 \ , \quad rot\mathbf{H} = \frac{1}{c}(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 4\pi\rho\mathbf{u}) \ ,$$

записанные в системе S, инвариантны относительно преобразований Лармора-Лоренца (I) и (II), т.е. принимают в системе S' вид

$$div'\mathbf{E}' = 4\pi\rho' \ , \quad rot'\mathbf{E}' = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t'} \ , \quad div'\mathbf{H}' = 0 \ , \quad rot'\mathbf{H}' = \frac{1}{c}(\frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t'} + 4\pi\rho'\mathbf{u}') \ ,$$

если компоненты скорости заряда и плотность заряда преобразуются как

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x v/c^2} \ , \quad u'_y = \frac{u_y}{\beta(1 - u_x v/c^2)} \ , \quad u'_z = \frac{u_z}{\beta(1 - u_x v/c^2)} \ , \tag{20}$$

$$\rho' = \rho(1 - \frac{u_x v}{c^2})\beta \ . \tag{21}$$

Соотношения (20) получаются из равенства $\mathbf{u}' = d\mathbf{x}'/dt'$ после подстановки в него координатных преобразований (I), а равенство (21) следует из условия неизменности уравнений поля с источниками в системах отсчета S и S'.

3 Третий (неявный) постулат специальной теории относительности

В своей основополагающей статье 1905 года [4] Эйнштейн постулирует два принципа специальной теории относительности: 1) принцип равноправия всех инерциальных систем отсчета, связанных преобразованиями Лармора-Лоренца; 2) принцип неизменности скорости света в инерциальны системах отсчета, движущихся с разными (но постоянными) скоростями. В этой же работе, при доказательстве инвариантности уравнений движения заряда относительно преобразований Лармора-Лоренца (I) и (II), Эйнштейн *неявно вводит третий дополнительны постулат*, утверждающий инвариантность заряда при переходе из системы отсчета S в систему S', т.е.

$$e' = e = inv. \tag{22}$$

Покажем, что в общем случае при преобразованиях Лармора-Лоренца соотношение (22) не выполняется. Действительно, в системе отсчета S заряд e определяется через плотность заряда ρ как

$$e = \frac{1}{4\pi}\int \rho dxdydz \ .$$

Соответственно, в системе отсчета S' мы должны записать

$$e' = \frac{1}{4\pi}\int \rho' dx'dy'dz' \ .$$

При движении системы отсчета S' вдоль оси X, объем $dV = dxdydz$ преобразуется как

$$dx'dy'dz' = \beta dxdydz \ .$$

Учитывая соотношение (21), имеем для точечного заряда с плотностью (10)

$$e' = \frac{1}{4\pi}\int \rho(1-\frac{u_x v}{c^2})\beta^2 dxdydz \ = e\beta^2(1-\frac{vu_x}{c^2}). \tag{23}$$

Совершенно очевидно, что равенства (22) и (23) совпадают только при условии, что

$$(1-\frac{vu_x}{c^2})\beta^2 = 1 \ . \tag{24}$$

Это уравнение имеет смысл, если

$$(1-\frac{vu_x}{c^2}) = \beta^{-2}$$

и, следовательно,

$$u_x = v = const \ . \tag{25}$$

В результате этого простого анализа, мы приходим к выводу, что условие инвариантности заряда $e' = e = inv$ при преобразованиях Лармора-Лоренца выполняется если:

а) система отсчета S' связана с зарядом;

б) заряд в уравнениях Максвелла движется прямолинейно и равномерно.

Из (21) находим, что при этих условия плотность заряда преобразуется как

$$\rho' = \rho\beta^{-1}.$$

Конечно же не я первый заметил, что релятивистская инвариантность уравнений Максвелла при преобразованиях Лармора-Лоренца ограничена равномерным и прямолинейным движением источников поля. Вот что пишет студен В. Паули (ему тогда было 19 лет) об уравнениях Максвелла [5]:

> *Уравнения Максвелла строго справедливы только для равномерно движущихся тел и степень их точности, вообще говоря, тем больше, чем меньше ускорение материи.*

Жаль толь, что Паули не дал аналитического вывода, подобного сделанному нами выше, подтверждающего его высказывания. Иначе, возможно, мы имели бы совсем другую электродинамику.

4 Ограничения, возникающие при доказательстве инвариантности уравнений движения заряда

Условие (25) было использовано Эйнштейном при доказательстве инвариантности уравнений движения заряда во внешних поля [4]. Эйнштейн делает следующие выкладки. Пусть в системе отсчета S заряд e с массой покоя m движется согласно уравнениям

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = eE_x, \quad m\frac{d^2y}{dt^2} = eE_y, \quad m\frac{d^2z}{dt^2} = eE_z. \tag{26}$$

Перейдем в систему отсчета S', которая движется со скоростью $v = \mathrm{const}$ вдоль оси X. Полагая, что в системе S' уравнения (26) не меняют своего вида, запишем

$$m'\frac{d^2x'}{dt'^2} = e'E'_x, \quad m'\frac{d^2y'}{dt'^2} = e'E'_y, \quad m'\frac{d^2z'}{dt'^2} = e'E'_z. \tag{27}$$

Записав уравнения в системе отсчета S', Эйнштейн сразу предполагает инвариантность заряда $e' = e = inv$ и массы покоя $m' = m = inv$. Но, как было показано выше, из инвариантности заряда следует, что для выполнения этой инвариантности заряд должен двигаться прямолинейно и равномерно и, кроме того, система отсчета S' связана с самим зарядом. Ясно, что прямолинейное и равномерное движение заряда возможно только в отсутствии внешних электромагнитных полей. Эйнштейн это прекрасно понимает и поэтому называет раздел, где он доказывает инвариантность уравнений движения не свободного заряда - "Динамика (слабо ускоренного) электрона"4. Для слабо ускоренной частицы условия (22) и (25) выполняются лишь приближенно

$$u'_x \simeq 0, \qquad u_x \simeq v = \mathrm{const}, \qquad e' \simeq e = \mathrm{inv}, \qquad m' = m. \tag{28}$$

Пусть теперь в системе отсчета S' заряд «мгновенно покоится». Выражение «мгновенно покоится» означает, что система отсчета S' связана в данный момент с самим зарядом. Для заряда, движущегося прямолинейно и равномерно, S' является системой отсчета, в которой он «мгновенно покоится» во всех точках траектории. В случае малого ускорения, когда выполняются условия (28), система отсчета S' является ускоренной квазиинерциальной системой. Поэтому для перехода из инерциальной системы S в квазиинерциальную систему S' Эйнштейн использует "приближенные"преобразования Лармора-Лоренца (I) и (II). Вычисляя компоненты ускорения в уравнениях (27), Эйнштейн находит [4]

$$\frac{d^2x'}{dt'^2} = \frac{du'_x}{dt'} = \frac{1}{\beta}\frac{\dot{u}_x(1-u_xv/c^2)+(u_x-v)\dot{u}_xv/c^2}{(1-u_xv/c^2)^3} \ , \tag{29}$$

$$\frac{d^2y'}{dt'^2} = \frac{du'_y}{dt'} = \frac{1}{\beta}\frac{\dot{u}_y(1-u_xv/c^2)+u_y\dot{u}_xv/c^2}{(1-u_xv/c^2)^3} \ , \tag{30}$$

$$\frac{d^2z'}{dt'^2} = \frac{du'_z}{dt'} = \frac{1}{\beta}\frac{\dot{u}_z(1-u_xv/c^2)+u_z\dot{u}_xv/c^2}{(1-u_xv/c^2)^3} \ , \tag{31}$$

где

$$\dot{u}_x = du_x/dt, \quad \dot{u}_y = du_y/dt, \quad \dot{u}_z = du_z/dt. \tag{32}$$

Используя первые два условия (28), можно записать производные (29–31) в виде

$$\frac{d^2x'}{dt'^2} = \beta^3\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt^2}(u_x\beta), \tag{33}$$

$$\frac{d^2y'}{dt'^2} = \beta^2\frac{d^2y}{dt^2}, \tag{34}$$

$$\frac{d^2z'}{dt'^2} = \beta^2\frac{d^2z}{dt^2}. \tag{35}$$

Первое из этих соотношений доказывается следующим образом. Из условия малости ускорения $u_x(t) \simeq v = \mathrm{const}$ вместо (4) можно считать, что

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1-u_x^2(t)/c^2}} \simeq \mathrm{const}, \tag{36}$$

поэтому

$$\frac{d}{dt}(u_x\beta) = \beta\dot{u}_x + u_x\dot{\beta} = \beta\dot{u}_x + \beta^3\dot{u}_x\frac{u_x^2}{c^2} = \beta^3\dot{u}_x\left(\frac{u_x^2}{c^2}+\frac{1}{\beta}\right) = \beta^3\dot{u}_x.$$

Здесь было использовано соотношение

$$\left(\frac{u_x^2}{c^2}+\frac{1}{\beta^2}\right) \simeq 1,$$

которое следует из (36). Подставляя (33)–(35) в уравнения (27) и учитывая соотношения (28), а также преобразование полей (II), запишем уравнения (27) в виде

$$m\beta^3\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt}(mu_x\beta) = eE_x, \tag{37}$$

$$m\beta\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d}{dt}(mu_y\beta) = e(E_y - \frac{v}{c}H_z),$$

$$m\beta\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d}{dt}(mu_z\beta) = e(E_z + \frac{v}{c}H_y).$$

Поскольку $v \simeq u_x$ и $u_y = u_z = 0$, то мы можем переписать уравнения (37) как

$$\frac{d}{dt}(mu_x\beta) = e(E_x + \frac{u_y}{c}H_z - \frac{u_z}{c}H_y), \tag{38}$$
$$\frac{d}{dt}(mu_y\beta) = e(E_y + \frac{u_z}{c}H_z - \frac{u_x}{c}H_z),$$
$$\frac{d}{dt}(mu_z\beta) = e(E_z + \frac{u_x}{c}H_y - \frac{u_y}{c}H_x).$$

Естественно, что в случае больших ускорений, вызываемых сильными электромагнитными полями, уравнения движения (38) должны иметь совсем другой вид.

5 Четырехмерная запись уравнений классической электродинамики

Далее, следуя Г. Минковскому, можно записать уравнения (38) в четырехмерном виде. Для этого введем четырехмерное псевдоевклидово пространство Минковского с интервалом

$$ds = cdt\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left[(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2 + (\frac{dz}{dt})^2\right]\right\}^{1/2} = \tag{39}$$
$$= cdt\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2},$$

четырехмерный вектор скорости u^i с компонентами

$$u^i = (\beta\ , \frac{u^\alpha}{c}\beta), \qquad \alpha = 1,2,3 \tag{40}$$

и четырехмерный тензор электромагнитного поля $F^{ik} = -F^{ki}$ с компонентами

$$F^{ik} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -H_z & H_y \\ E_y & H_z & 0 & -H_x \\ E_z & -H_y & -H_x & 0 \end{pmatrix}, \quad i,k = 0,1,2,3. \tag{41}$$

5.1 Четырехмерная запись уравнений движения заряда

Используя соотношения (39)–(41), перепишем уравнения (38)
следующим образом:

$$\frac{d}{ds}(mu^\alpha) = \frac{e}{c^2}F^{i\alpha}u_i, \quad \alpha, \beta ... = 1,2,3. \tag{42}$$

Добавляя к уравнениям (42) уравнение для мощности электрических сил, которое через величины (39)–(41) запишется как

$$\frac{d}{ds}(mu^0) = \frac{e}{c^2}F^{i0}u_i, \tag{43}$$

получим уравнения движения классической электродинамики (3), записанные в четырехмерном виде. При выводе этих уравнений мы нигде не вышли за рамки приближенных равенств (28). Поэтому четырехмерная запись уравнений движения сохраняет условие малости ускорений заряда и в общем случае четырехмерные уравнения движения (3) не являются релятивистски инвариантными уравнениями.

5.2 Четырехмерная запись уравнений Максвелла

Перепишем систему уравнений с источниками поля в виде

$$\begin{gathered}
\frac{1}{c}\frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial H_z}{\partial y} + \frac{\partial H_y}{\partial z} = -\frac{4\pi}{c}\rho u_x \ , \\
\frac{1}{c}\frac{\partial E_y}{\partial t} - \frac{\partial H_x}{\partial z} + \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\frac{4\pi}{c}\rho u_y \ , \\
\frac{1}{c}\frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial H_y}{\partial x} + \frac{\partial H_x}{\partial y} = -\frac{4\pi}{c}\rho u_z \ , \\
\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi\rho \ .
\end{gathered} \tag{44}$$

Используя тензор электромагнитного поля (41), запишем первые три из этих уравнений как

$$\frac{\partial F^{\alpha k}}{\partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} j^\alpha \quad \alpha = 1,2,3, \tag{45}$$

а четвертое уравнение в виде

$$\frac{\partial F^{0k}}{\partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} j^0 \ . \tag{46}$$

Здесь четырехмерный вектор плотности тока имеет следующие компоненты

$$j^k = (\rho c, \rho u_\alpha), \quad \alpha = 1,2,3, \tag{47}$$

и

$$x^k = (ct, x_\alpha), \quad \alpha = 1,2,3$$

– четырехмерные координаты пространства Минковского. Объединяя уравнения (45) и (46), получим уравнения (1), представляющие собой четырехмерную запись уравнений Максвелла с источниками. С помощью тензора электромагнитного поля (41) уравнения поля (17) и (18) также приводятся к четырехмерной записи, имеющей вид уравнений (2). Таким образом, четырехмерная запись уравнений Максвелла означает всего лишь компактную запись трехмерных уравнений и ничего не добавляет к доказательству ковариантности этих уравнений относительно преобразований Лармора-Лоренца. Как было показано Эйнштейном, при доказательстве релятивистской инвариантности уравнений Максвелла были получены соотношения (20) и (21). Однако третий постулат $e' = e$ требует, чтобы система отсчета S' была связана с зарядом, создающим поле, причем заряд должен двигаться равномерно и прямолинейно или с малым ускорением. В противном случае доказать релятивистскую инвариантность уравнений Максвелла невозможно.

6 Пределы применимости специального принципа относительности в электродинамике

Выше было показано, что принятая теоретиками четырехмерная запись уравнений классической электродинамики допустима только при условии, что выполняется третий неявный постулат теории, требующий инвариантности заряда относительно преобразований Лармора-Лоренца. При этом все системы отсчета оказываются связанными с зарядами, двигающимися с малыми ускорениями, т.е. квазиинерциально. Следуя Эйнштейну, мы будем считать, что для квазиинерциальных систем отсчета справедлив (приближенно, конечно) специальный принцип относительности и определим пределы его применимости.

Величину внешних полей, для которых справедлив специальный принцип относительности в электродинамике Максвелла–Лоренца, можно определить следующим образом. Умножим уравнения движения (3), записанные в виде

$$\frac{d^2x^i}{ds^2} = \frac{e}{mc^2}F^{ik}\frac{dx_k}{ds}.$$

на $r_e = e^2/mc^2$ – классический радиус электрона (характерный параметр классической электродинамики)

$$\frac{e^2}{mc^2}\frac{d^2x^i}{ds_0^2} = \frac{e^3}{m^2c4}F^{ik}\frac{dx_k}{ds_0}.$$

Условие малости ускорения означает, что безразмерное ускорение в левой части этих уравнений мало, откуда следует

$$\left|\frac{e^3}{m^2c^4}F^{ik}\frac{dx_k}{ds_0}\right| \ll 1. \tag{48}$$

Ускорение, удовлетворяющее неравенству (48), как раз и определяет границы применимости специального принципа относительности в электродинамике.

В структурном виде неравенство (48) можно записать как

$$\left|\frac{e^3}{m^2c^4}\frac{F}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right| \ll 1. \tag{49}$$

Из этого неравенства следует, что специальный принцип относительности в электродинамике нарушается:

а) в сильных электромагнитных полях;

б) при ультрарелятивистских скоростях заряженных частиц.

6.1 Сильные электромагнитные поля

При нерелятивистских скоростях из (49) следует

$$|F| \ll \frac{m^2c^4}{e^3}.$$

Подставляя сюда заряд и массу электрона, имеем следующую оценку для сильных электромагнитных полей

$$E, H \ll 10^{16}\text{ед. СГСЕ.} \qquad (50)$$

Электромагнитные поля, удовлетворяющие неравенству (50), являются слабыми, и для малых времен наблюдения специальный принцип относительности для таких полей выполняется с достаточной степенью точности. Для заряда, равного заряду электрона, слабые поля E и H появляются на расстояниях

$$r \geq r_e = e^2/mc^2 \simeq 2,8 \times 10^{-13} \text{ см} \qquad (51)$$

от электрона.

6.2 Ультрарелятивистские скорости

Из соотношений (50) и (51) следует, что для нерелятивистских частиц отклонения от законов электродинамики (за счет нарушения специального принципа относительности) должны наблюдаться на ядерных расстояниях. Действительно, начиная с экспериментов Э.Резерфорда [6] по упругому рассеянию нерелятивистских α - частиц на ядрах золота и по сегодняшний день, физики наблюдают отклонение от законов электродинамики Максвелла-Лоренца при взаимодействии частиц в сильных электромагнитных поля. Для объяснения этих явлений пришлось ввести в теорию "руками"феноменологические ядерные потенциалы, не следующие не из каких уравнений.

Неравенство (49) позволяет ответить на самом собой напрашивающийся вопрос, почему уравнения классической и, особенно, квантовой электродинамики так точно описывают атомные явления? Дело в том, что на атомных расстояниях порядка 10^{-8} см напряженности электромагнитных полей достигают величины порядка 10^8 ед. СГСЕ. Из неравенства (49) находим, что для таких полей нарушение законов электродинамики Максвелла-Лоренца будет наблюдаться при ультрарелятивистских скоростях электронов, отличающихся от скорости света в восьмом знаке после запятой, т.е при $v \geq 0,99999999c$. Именно поэтому теоретические предсказания квантовой электродинамики подтверждается на атомных расстояниях с большой точностью.

Для электромагнитных полей больших чем атомные, отклонения от законов электродинамики могут наблюдаться и уже наблюдаются и при упругом рассеянии релятивистских электронов на ядрах [7]. Правда, как и в случае опытов Резерфорда, для объяснения наблюдаемых отклонений физики ввели "руками"в теорию размеры ядер - так называемые электромагнитные ядерные формфакторы.

Вероятнее всего, введенные в физику феноменологические ядерные потенциалы и электромагнитные формфакторы просто имитируют электромагнитные явления, связанные с нарушением специального принципа относительности.

Сделанные нами выводы оказываются справедливыми как для классической, так и для квантовой электродинамики. Вот что говорит П. Дирак о границах применимости квантовой электродинамики [1]:

Существующая квантовая теория хороша до тех пор, пока мы не пытаемся распространить ее слишком далеко, а именно когда мы не пытаемся применить ее к частицам высоких энергий, а также в области малых расстояний .

Заключение

В современной физике электродинамика представляется совершенной теорией, по образу и подобию которой строятся некоторые другие теории. Поэтому многие трудности электродинамики, связанные с ограниченностью специального принципа относительности автоматически переносятся на другие теории микромира. Основные проблемы существующей электродинамики связаны, как было показано, с тем, что мы пытаемся записывать ее уравнения в инерциальной системе отсчета, не существующей, по мнению Эйнштейна, в природе. Чтобы разрешить указанную проблему, в 1972 г. я опубликовал статью "Общерелятивистская электродинамика с тензорным потенциалом"[8], в которой была проведена геометризация уравнений электродинамики. В этой работе была использована *параметрическая геометрия Римана*, метрический тензор которой зависит не только от координат, но и от физического параметра $k = e/m$ - удельного заряда пробной заряженной частицы. Как и в теории гравитации Эйнштейна, уравнения общерелятивистской электродинамики записываются релятивистски инвариантным образом относительно ускоренных систем отсчета и применимы для любых ускорений. Они переходят в уравнения электродинамики Максвелла– Лоренца в приближении слабых полей и слаборелятивистских скоростей в соответствии с неравенством (48). Более того, решение ее уравнений позволили найти короткодействующие добавки к потенциалу Кулона и объяснить опыты Резерфорда, не прибегая к использованию феноменологических ядерных потенциалов [9].

Список литературы

[1] *Лармор Дж.* Эфир и материя, Кембридж, 1900 г.

[2] *Дирак П.А.М* В кн. Пути физики, М.: Энергатомиздат, 1983, 62.

[3] *Ландау Л.Д.,Лифшиц Е.М.* Теория поля. М.: Наука, 1973.

[4] *Einstein A.* // Ann. Phys. 1905. Vol. 17. P.891.

[5] *Паули В.* Теория относительности. М.;Л.: Гостехтеориздат, 1947, с. 149.

[6] *Rutherford E.* // Philos. Mag. 1919. Vol. 37. P.537.

[7] *Hofstadter R.* // Rev. Mod. Phys. 1956. Vol. 28, №3. P.814.

[8] *Шипов Г.И.* // Изв. вузов. Физика. 1972. №10. С. 98–104.

[9] *Губарев Е.А., Сидоров А.Н., Шипов Г.И.* // Тр. V семинара «Гравитационная энергия и гравитационные волны». ОИЯИ, Дубна. 1993. С. 232–238.

[10] *Пуанкаре А.* В сб. статей: Принцип относительности. М.: Атомиздат, 1973, сс. 90-97.

[11] *Шипов Г.И.* Теория физического вакуума, теория, эксперименты, технологии М.: Наука, 1997, с.450.