

ПОЛЯ И СИЛЫ ИНЕРЦИИ В МЕХАНИКЕ И ГРАВИДИНАМИКЕ

Шипов Г.И., Подаровская М.И.

Введение

Прежде всего определим, что из себя представляет фундаментальная теоретическая физика? Наиболее подробно ответ на этот вопрос дан в работе [1], в которой отмечено, что часто под фундаментальной физикой подразумевают конструктивную, феноменологическую или конструктивно-феноменологическую теории, заполонившие ведущие физические журналы. По мнению авторов, фундаментальная физическая теория имеет шесть основных признаков: 1) создается одним физиком - супергением; 2) должна быть фальсифицируемой [2], т.е. иметь четкие границы применимости; 3) обобщать существующую классическую механику; 4) использовать новый физический принцип, обобщающий принципы старой теории; 5) использовать новый математический аппарат, обобщающий математический аппарат старой теории; 6) предсказывать и объяснять новые фундаментальные эксперименты, рассматриваемые в рамках старой теории как аномальные.

Если применить эти критерии к наиболее передовым физическим теориям - Стандартной модели и теории Струн, то можно увидеть, что эти теории не могут быть названы фундаментальными теориями. В самом деле, Стандартная модель характеризуется как конструктивно-феноменологическая, а теория Струн как конструктивная теория. На рис.1 представлены фундаментальные частицы, которые описывают сильные, электромагнитные и слабые



Рис. 1. Фундаментальные частицы Стандартной модели

взаимодействия (гравитационные взаимодействия не учитываются) в Стандартной модели. Утверждается, что все элементарные частицы (их в настоящее время, с учетом резонансов, обнаружено более 400) образованы фундаментальными частицами, количество которых

равно 61, это: 1) 18 кварков (6 кварков 3 цветов) и 18 антикварков; 2) 6 лептонов и 6 антилептонов; 3) 12 переносчиков различных взаимодействий (8 глюонов для сильного взаимодействия, 3 тяжелых бозона W^- , W^+ , Z^0 слабого взаимодействия, один фотон для электромагнитного взаимодействия. На рис.2 представлены динамические уравнения (лагранжиан)

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{SM} = & -\frac{1}{2}\partial_\nu g_\mu^a \partial_\nu g_\mu^a - g_s f^{abc} \partial_\mu g_\nu^a g_\mu^b g_\nu^c - \frac{1}{4}g_s^2 f^{abc} f^{ade} g_\mu^b g_\nu^c g_\mu^d g_\nu^e - \partial_\nu W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& M^2 W_\mu^+ W_\mu^- - \frac{1}{2}\partial_\nu Z_\mu^0 \partial_\nu Z_\mu^0 - \frac{1}{2c_w^2} M^2 Z_\mu^0 Z_\mu^0 - \frac{1}{2}\partial_\mu A_\nu \partial_\mu A_\nu - igc_w (\partial_\nu Z_\mu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
& W_\nu^+ W_\mu^-) - Z_\nu^0 (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\mu^- \partial_\nu W_\mu^+) + Z_\mu^0 (W_\nu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\nu^- \partial_\nu W_\mu^+)) - \\
& ig s_w (\partial_\nu A_\mu (W_\mu^+ W_\nu^- - W_\nu^+ W_\mu^-) - A_\nu (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\mu^- \partial_\nu W_\mu^+) + A_\mu (W_\nu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& W_\nu^- \partial_\nu W_\mu^+)) - \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\mu^- W_\nu^+ W_\nu^- + \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\nu^- W_\mu^+ W_\nu^- + g^2 c_w^2 (Z_\mu^0 W_\mu^+ Z_\nu^0 W_\nu^- - \\
& Z_\mu^0 Z_\nu^0 W_\mu^+ W_\nu^-) + g^2 s_w^2 (A_\mu W_\mu^+ A_\nu W_\nu^- - A_\mu A_\nu W_\mu^+ W_\nu^-) + g^2 s_w c_w (A_\mu Z_\nu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
& W_\nu^+ W_\mu^-) - 2A_\mu Z_\mu^0 W_\nu^+ W_\nu^-) - \frac{1}{2}\partial_\mu H \partial_\mu H - 2M^2 \alpha_h H^2 - \partial_\mu \phi^+ \partial_\mu \phi^- - \frac{1}{2}\partial_\mu \phi^0 \partial_\mu \phi^0 - \\
& \beta_h \left(\frac{2M^2}{g^2} + \frac{2M}{g} H + \frac{1}{2}(H^2 + \phi^0 \phi^0 + 2\phi^+ \phi^-) \right) + \frac{2M^4}{g^2} \alpha_h - \\
& g\alpha_h M (H^3 + H\phi^0 \phi^0 + 2H\phi^+ \phi^-) - \\
& \frac{1}{8}g^2 \alpha_h (H^4 + (\phi^0)^4 + 4(\phi^+ \phi^-)^2 + 4(\phi^0)^2 \phi^+ \phi^- + 4H^2 \phi^+ \phi^- + 2(\phi^0)^2 H^2) - \\
& gM W_\mu^+ W_\mu^- H - \frac{1}{2}g \frac{M}{c_w^2} Z_\mu^0 Z_\mu^0 H - \\
& \frac{1}{2}ig (W_\mu^+ (\phi^0 \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^0) - W_\mu^- (\phi^0 \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu \phi^0)) + \\
& \frac{1}{2}g (W_\mu^+ (H \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu H) + W_\mu^- (H \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu H)) + \frac{1}{2}g \frac{1}{c_w} (Z_\mu^0 (H \partial_\mu \phi^0 - \phi^0 \partial_\mu H) + \\
& M (\frac{1}{c_w} Z_\mu^0 \partial_\mu \phi^0 + W_\mu^+ \partial_\mu \phi^- + W_\mu^- \partial_\mu \phi^+) - ig \frac{s_w^2}{c_w} M Z_\mu^0 (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + ig s_w M A_\mu (W_\mu^+ \phi^- - \\
& W_\mu^- \phi^+) - ig \frac{1-2c_w^2}{2c_w} Z_\mu^0 (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) + ig s_w A_\mu (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) - \\
& \frac{1}{4}g^2 W_\mu^+ W_\mu^- (H^2 + (\phi^0)^2 + 2\phi^+ \phi^-) - \frac{1}{8}g^2 \frac{1}{c_w^2} Z_\mu^0 Z_\mu^0 (H^2 + (\phi^0)^2 + 2(2s_w^2 - 1)^2 \phi^+ \phi^-) - \\
& \frac{1}{2}g^2 \frac{s_w^2}{c_w} Z_\mu^0 \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + W_\mu^- \phi^+) - \frac{1}{2}ig^2 \frac{s_w^2}{c_w} Z_\mu^0 H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}g^2 s_w A_\mu \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + \\
& W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}ig^2 s_w A_\mu H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) - g^2 \frac{s_w}{c_w} (2c_w^2 - 1) Z_\mu^0 A_\mu \phi^+ \phi^- - \\
& g^2 s_w^2 A_\mu A_\mu \phi^+ \phi^- + \frac{1}{2}ig_s \lambda_{ij}^a (\bar{q}_i^\sigma \gamma^\mu q_j^\sigma) g_\mu^a - \bar{e}^\lambda (\gamma \partial + m_e^\lambda) e^\lambda - \bar{\nu}^\lambda (\gamma \partial + m_\nu^\lambda) \nu^\lambda - \bar{u}_j^\lambda (\gamma \partial + \\
& m_u^\lambda) u_j^\lambda - \bar{d}_j^\lambda (\gamma \partial + m_d^\lambda) d_j^\lambda + ig s_w A_\mu (-\bar{e}^\lambda \gamma^\mu e^\lambda) + \frac{2}{3}(\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu u_j^\lambda) - \frac{1}{3}(\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu d_j^\lambda) + \\
& \frac{ig}{4c_w} Z_\mu^0 \{ (\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{e}^\lambda \gamma^\mu (4s_w^2 - 1 - \gamma^5) e^\lambda) + (\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu (\frac{4}{3}s_w^2 - 1 - \gamma^5) d_j^\lambda) + \\
& (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (1 - \frac{8}{3}s_w^2 + \gamma^5) u_j^\lambda) \} + \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^+ ((\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) U^{lep}{}_{\lambda\kappa} e^\kappa) + (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) C_{\lambda\kappa} d_j^\kappa)) + \\
& \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^- ((\bar{e}^\kappa U^{lep}{}_{\kappa\lambda}^\dagger \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{d}_j^\kappa C_{\kappa\lambda}^\dagger \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_j^\lambda)) + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^+ (-m_e^\kappa (\bar{\nu}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa} (1 - \gamma^5) e^\kappa) + m_\nu^\lambda (\bar{\nu}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa} (1 + \gamma^5) e^\kappa) + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^- (m_e^\lambda (\bar{e}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa}^\dagger (1 + \gamma^5) \nu^\kappa) - m_\nu^\kappa (\bar{e}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa}^\dagger (1 - \gamma^5) \nu^\kappa) - \frac{g}{2} \frac{m_\lambda^\lambda}{M} H (\bar{\nu}^\lambda \nu^\lambda) - \\
& \frac{g}{2} \frac{m_\kappa^\lambda}{M} H (\bar{e}^\lambda e^\lambda) + \frac{ig}{2} \frac{m_\kappa^\lambda}{M} \phi^0 (\bar{\nu}^\lambda \gamma^5 \nu^\lambda) - \frac{ig}{2} \frac{m_\kappa^\lambda}{M} \phi^0 (\bar{e}^\lambda \gamma^5 e^\lambda) - \frac{1}{4} \bar{\nu}_\lambda M_{\lambda\kappa}^R (1 - \gamma_5) \hat{\nu}_\kappa - \\
& \frac{1}{4} \bar{\nu}_\lambda M_{\lambda\kappa}^R (1 - \gamma_5) \hat{\nu}_\kappa + \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^+ (-m_d^\kappa (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 - \gamma^5) d_j^\kappa) + m_u^\lambda (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 + \gamma^5) d_j^\kappa) + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^- (m_d^\lambda (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 + \gamma^5) u_j^\kappa) - m_u^\kappa (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 - \gamma^5) u_j^\kappa) - \frac{g}{2} \frac{m_\lambda^\lambda}{M} H (\bar{u}_j^\lambda u_j^\lambda) - \\
& \frac{g}{2} \frac{m_\lambda^\lambda}{M} H (\bar{d}_j^\lambda d_j^\lambda) + \frac{ig}{2} \frac{m_\lambda^\lambda}{M} \phi^0 (\bar{u}_j^\lambda \gamma^5 u_j^\lambda) - \frac{ig}{2} \frac{m_\lambda^\lambda}{M} \phi^0 (\bar{d}_j^\lambda \gamma^5 d_j^\lambda) + \bar{G}^a \partial^2 G^a + g_s f^{abc} \partial_\mu \bar{G}^a G^b g_\mu^c + \\
& \bar{X}^+ (\partial^2 - M^2) X^+ + \bar{X}^- (\partial^2 - M^2) X^- + \bar{X}^0 (\partial^2 - \frac{M^2}{c_w^2}) X^0 + \bar{Y} \partial^2 Y + igc_w W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{X}^0 X^- - \\
& \partial_\mu \bar{X}^+ X^0) + ig s_w W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{Y} X^- - \partial_\mu \bar{X}^+ Y) + igc_w W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- X^0 - \\
& \partial_\mu \bar{X}^0 X^+) + ig s_w W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- Y - \partial_\mu \bar{Y} X^+) + igc_w Z_\mu^0 (\partial_\mu \bar{X}^+ X^+ - \\
& \partial_\mu \bar{X}^- X^-) + ig s_w A_\mu (\partial_\mu \bar{X}^+ X^+ - \\
& \partial_\mu \bar{X}^- X^-) - \frac{1}{2}gM (\bar{X}^+ X^+ H + \bar{X}^- X^- H + \frac{1}{c_w} \bar{X}^0 X^0 H) + \frac{1-2c_w^2}{2c_w} igM (\bar{X}^+ X^0 \phi^+ - \bar{X}^- X^0 \phi^-) + \\
& \frac{1}{2c_w} igM (\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-) + igMs_w (\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-) + \\
& \frac{1}{2}igM (\bar{X}^+ X^+ \phi^0 - \bar{X}^- X^- \phi^0) .
\end{aligned}$$

Рис. 2. Лагранжиан Стандартной модели

Стандартной модели, которая содержит более 20 феноменологических параметров, взятых из опыта и, как мы видим, все еще «находится в пути». Феноменологическая часть Стандартной модели «постепенно приспосабливается» к экспериментальным данным, поэтому Стандартная модель никогда не будет опровергнута, что указывает на ее фальсифицируемость. Эйнштейн определял феноменологические теории как бессодержательные.

Можно задать вопрос, почему нам приходится заниматься развитием бессодержательной теории? Ответ – из-за отсутствия фундаментальной теории элементарных частиц, которая должна со временем заменить конструктивно-феноменологическую Стандартную модель. В современной теоретической физике на роль фундаментальной теории элементарных частиц претендует конструктивная теория Струн, которую, в лучшем случае, можно рассматривать как раздел математической физики, но не как новую фундаментальную физическую теорию. Из 6 требований, определяющих новую фундаментальную теорию, теория Струн соответствует только пятому, да и то с натяжкой, поскольку использование нового математического аппарата без глубоких физических обоснований лишает любую математическую конструкцию физического содержания. На рис. 3 представлены 6 типов

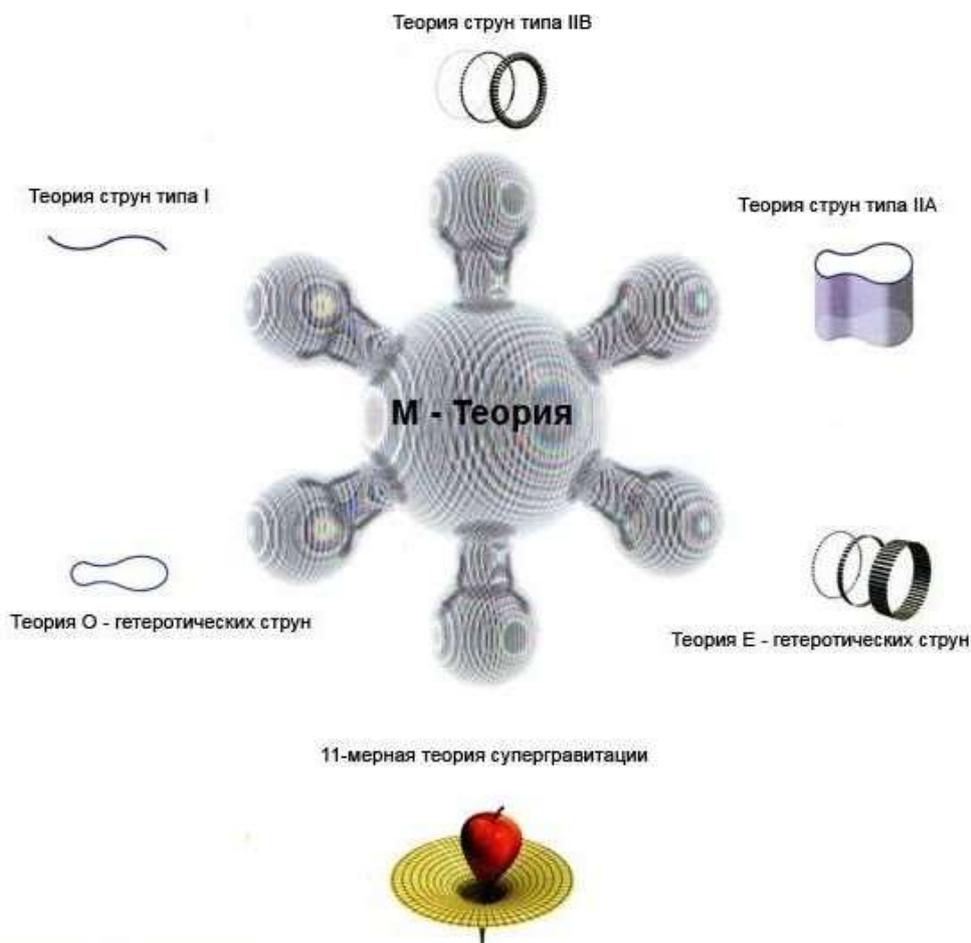


Рис.3. Различные виды теории Струн объединены в М-теорию

теории Струн, объединенные в М-теорию (теория «Всего»). В отличие от Стандартной модели, теория Струн представляет собой чисто конструктивную теорию и, по мнению

большинства теоретиков, является вершиной развития квантовой теории поля. Теория Струн описывает все типы взаимодействий, включая гравитационные. На рис. 4 представлен пример метрики теории Струн, описывающий гравитационные взаимодействия

$$\begin{aligned}
g_{\mu\nu}(x, y) = & g_{\mu\nu}(x, 0) - \kappa_5^2 \left[T_{\mu\nu} + \frac{1}{3}(\lambda - T)g_{\mu\nu} \right] |y| \\
& + \left[-\mathcal{E}_{\mu\nu} + \frac{1}{4}\kappa_5^4 \left(T_{\mu\alpha}T_{\nu}^{\alpha} + \frac{2}{3}(\lambda - T)T_{\mu\nu} \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{1}{6}\kappa_5^4(\lambda - T)^2 - \Lambda_5 \right) g_{\mu\nu} \right] y^2 \\
& + \left[2K_{\mu\beta}K_{\alpha}^{\beta}K_{\nu}^{\alpha} - (\mathcal{E}_{\mu\alpha}K_{\nu}^{\alpha} + K_{\mu\alpha}\mathcal{E}_{\nu}^{\alpha}) - \frac{1}{3}\Lambda_5K_{\mu\nu} - \nabla^{\alpha}\mathcal{B}_{\alpha(\mu\nu)} \right. \\
& + \frac{1}{6}\Lambda_5(K_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}K) + K^{\alpha\beta}R_{\mu\alpha\nu\beta} + 3K^{\alpha}{}_{(\mu}\mathcal{E}_{\nu)\alpha} - K\mathcal{E}_{\mu\nu} \\
& + (K_{\mu\alpha}K_{\nu\beta} - K_{\alpha\beta}K_{\mu\nu})K^{\alpha\beta} - \frac{\Lambda_5}{3}K_{\mu\nu} \left. \right] \frac{|y|^3}{3!} + \left[\frac{\Lambda_5}{6} \left(R - \frac{\Lambda_5}{3} + K^2 \right) g_{\mu\nu} \right. \\
& + \left(\frac{K^2}{3} - \Lambda_5 \right) K_{\mu\alpha}K_{\nu}^{\alpha} + (3K_{\mu}^{\alpha}K_{\alpha}^{\beta} - K_{\mu\alpha}K^{\alpha\beta})\mathcal{E}_{\nu\beta} + (K_{\sigma}^{\alpha}K^{\sigma\beta} + \mathcal{E}^{\alpha\beta} \\
& + KK^{\alpha\beta})R_{\mu\alpha\nu\beta} - \frac{1}{6}\Lambda_5R_{\mu\nu} + 2K_{\mu\beta}K_{\sigma}^{\beta}K_{\alpha}^{\sigma}K_{\nu}^{\alpha} + K_{\sigma\rho}K^{\sigma\rho}KK_{\mu\nu} \\
& + \mathcal{E}_{\mu\alpha} \left(K_{\nu\beta}K^{\alpha\beta} - 3K_{\sigma}^{\alpha}K_{\nu}^{\sigma} + \frac{1}{2}KK_{\nu}^{\alpha} \right) + \left(\frac{7}{2}KK_{\mu}^{\alpha} - 3K_{\sigma}^{\alpha}K_{\mu}^{\sigma} \right) \mathcal{E}_{\nu\alpha} \\
& - \frac{13}{2}K_{\mu\beta}K_{\alpha}^{\beta}K_{\nu}^{\alpha} + (R - \Lambda_5 + 2K^2)\mathcal{E}_{\mu\nu} - K_{\mu\alpha}K_{\nu\beta}\mathcal{E}^{\alpha\beta} - 4K^{\alpha\beta}R_{\mu\nu\gamma\alpha}K_{\beta}^{\gamma} \\
& \left. - \frac{7}{6}K^{\sigma\beta}K_{\mu}^{\alpha}R_{\nu\sigma\alpha\beta} \right] \frac{y^4}{4!} + \dots
\end{aligned}$$

Рис.4. Метрика теории Струн, обобщающая метрику теории Эйнштейна

Так же, как и Стандартная модель теория Струн является нефальсифицируемой теорией, не имеет новых фундаментальных оснований и не предсказывает новых явлений, которые могли бы быть проверены в настоящее время, а не через 100-150 лет.

1. О чрезмерной роли математики и недооценка роли физических основ при создании фундаментальной теории

Опираясь на историю физики, мы видим, что новая фундаментальная физическая теория получает всеобщее признание, когда она пройдет 5 основных этапа:

- 1) мотивацию обобщения теории (философское осмысление ограниченности основ существующей фундаментальной теории - 30% от всей работы);
- 2) постановка задачи (выбор новых физических основ для построения теории - 30% от всей работы);
- 3) выбор формы решения проблемы (нового математического аппарата теории - 15% от всей работы);
- 4) процесс решения проблемы (открытие новых динамических уравнений - 15% от всей работы);
- 5) проверка теории (принцип соответствия, сравнение предсказаний теории с аномальным экспериментом - 10% от всей работы).

Отсюда следует, что математика составляет лишь 30% от всей работы по созданию новой фундаментальной теории, а большую часть – 70% занимает физика, а именно мотивация, использующая физическую интуицию, постановка задачи, которая сводится к поиску основ, и проверка теории в эксперименте. Именно этим объясняется безуспешность построения Единой Теории Поля лучшими математиками планеты в начале прошлого века [3-6] и лучшим физиком Альбертом Эйнштейном [7-12], который, увлекшись работами [3-6], последовал за математиками Г. Вейлем, А. Эддингтоном и Т. Калуцой.

Ситуация в физике значительно усложнилась, когда в конце XIX и в начале XX веков появились аномальные эксперименты, необъяснимые уравнениями фундаментальной физики, существующей в то время. Имеются в виду аномальные эксперименты, положившие начало созданию таких конструктивных теорий как квантовая механика и квантовая теория поля (спектр излучения абсолютно черного тела, дискретность излучения атомных систем, открытие спина электрона и т.д.) а также феноменологических теорий, таких как теория ядерных сил и теория слабых взаимодействий (эксперименты Резерфорда [13], открытие нейтрино и т.д.). По меткому выражению А. Эйнштейна, феноменологические и конструктивные теории возникают под давлением экспериментальных фактов, а не в результате философского осмысления основ существующей фундаментальной теории. Такое положение дел отразилось даже на психологии современного физика-теоретика, когда любые дискуссии философского плана об основах фундаментальной физики прерываются на полуслове и сопровождаются жесткой установкой – «заткнись и вычисли!» [14]. Ли Смолин определяет вычислительную работу в теоретической физике как разновидность интеллектуального ремесла, в то время как философское осмысление основ физики представляет собой работу Пророка. Он сокрушается по поводу того, что лидерство в теоретической физике и направление ее развития определяют теоретики, которые занимаются развитием теории Струн и которые, фактически, являются интеллектуальными ремесленниками, а не Пророками, как это должно быть [14].

2. Механика, в которой нет инерциальной системы отсчета

Со времен Ньютона механика составляла основу всей теоретической физики и всякое фундаментальное обобщение в теоретической физике сопровождалось обобщением механики. Ни в одном разделе физики нет таких затянувшихся на столетия дискуссий между теоретиками, как в механике. Важнейшим предметом дискуссий в механике являются силы инерции и источники этих сил. Из опыта следует, что силы инерции действуют на материальные объекты, которые движутся ускоренно. Это явление носит всеобщий характер, поскольку все виды материи в этом мире, в той или иной степени, взаимодействуют друг с другом, т.е. движутся с относительным ускорением. Это значит, что «правильные» уравнения движения материальных объектов во всех разделах физики (механике, электродинамике, гравитационной динамике, гидродинамике, ядерной физике и т.д.) *изначально* должны учитывать силы инерции. Другое дело, что в случае малых относительных ускорений силами инерции можно пренебречь и ввести понятие равномерного и прямолинейного движения и понятие (квази)инерциальной системы отсчета, но это будет лишь приближение и только. В такой (принципиально ускоренной) системе отсчета силами инерции можно пренебречь, но, как оказалось, «вместе с водой, мы выплеснули ребенка», поскольку в физике нет более

фундаментальной проблемы, чем *проблема полей инерции и сил инерции, которые эти поля создают* [15-17].

2.1. Силы инерции, угловые координаты и изменение геометрии при вращении

Действительно, уравнения ускоренного нерелятивистского движения материальной точки массы m во внешнем поле с потенциальной энергией U имеют вид [18]

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} - m\vec{W} - m[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]] - 2m[\vec{\omega}\vec{v}] - m\left[\frac{d\vec{\omega}}{dt}\vec{r}'\right]. \quad (1)$$

В правой части этих уравнений стоят 4 силы инерции, наблюдаемые в эксперименте, при этом три из них порождены угловой скоростью вращения $\vec{\omega}$ в пространственных углах $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ (например, в углах Эйлера), а четвертая - угловой скоростью вращения $\vec{W} = d\vec{V}/dt = c d\vec{\theta}/dt$, где c - скорость света, в пространственно-временных углах $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ [15]. Отсюда следует, что изучение свойств сил инерции описывается вращением в бти углах $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$. Такое вращение происходит в четырехмерном пространстве трансляционных координат x, y, z, ct . Уже из этого короткого исследования следуют фундаментальные выводы: 1) источником сил инерции является бти мерное вращение материи; 2) пространство трансляционных координат x, y, z, ct четырехмерно; 3) полное пространство событий при описании сил инерции образовано бтю неголономными вращательными координатами $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ и 4)мя голономными трансляционными координатами x, y, z, ct , поэтому геометрия такого пространства должна отличаться от геометрии Евклидова пространства механики Ньютона.

Последний вывод находит экспериментальное подтверждение в опыте Ньютона, в котором можно наблюдать изменение двумерной геометрии поверхности воды в ведре при его вращении. На рис.5 представлены фотографии поверхности воды в прозрачном сосуде без

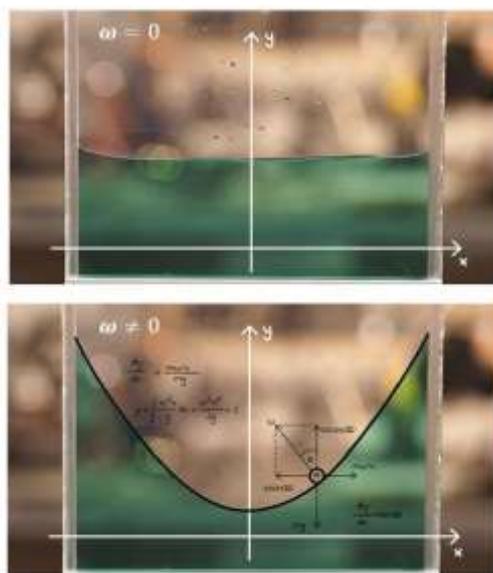


Рис.5. Экспериментальное доказательство изменения геометрии при вращении воды

вращения ($\omega=0$) и при вращении ($\omega \neq 0$). Для постоянной скорости вращения процесс образования геометрии поверхности описывается уравнениями (1), в которых $-\partial U/\partial \vec{r}$ – гравитационная сила и $-m[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]]$ – центробежная сила инерции, действующие на массу $m = \rho V$ на поверхности воды. В результате вычислений (см. рис. 5 внизу), получаем параболу $y = \omega^2 x^2/2g + C$, где g – ускорение свободного падения, C – константа интегрирования. Из этой формулы видно, что причиной изменения геометрии поверхности воды являются силы инерции, действующие как на поверхности (в нашем случае), так и внутри воды. Поэтому внутри и на поверхности протяженного объекта *мы всегда имеем поле сил инерции, порожденное полем инерции*. Термин поле инерции был впервые введен А. Эйнштейном при формулировке сильного принципа эквивалентности – *равномерно ускоренное движение тела порождает (локально) поле инерции эквивалентное однородному гравитационному полю*. Для свободно падающего тела сильный принцип эквивалентности описывается уравнениями

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} - m\vec{W} = m\vec{g} - m\vec{W} = 0, \quad (2)$$

следующими из уравнений (1). Отсюда получаем $\vec{g} = \vec{W}$. Заметим, что это равенство описывает наблюдаемое в свободно падающем лифте состояние невесомости массы m , что означает покой или равномерное и прямолинейное движение массы относительно стенок лифта Эйнштейна. Из уравнений (2) следует выполнение закона сохранения полной энергии $E = T + U = const$ для свободно падающей массы m . Однако упускается из вида, что гравитационное поле получаем \vec{g} зависит от голономных трансляционных координат $\vec{g} = \vec{g}(x, y, z)$, а поле инерции $\vec{W} = d\vec{V}/dt = c\overline{d\theta}/dt$ от неголономных вращательных координат $\vec{W} = \vec{W}(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$. Это логическое противоречие снимается, если мы будем писать зависимость полей \vec{g} и \vec{W} как от трансляционных координат x, y, z, ct , так и от вращательных координат $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, а именно $\vec{g}(x, y, z, ct, \theta_1, \theta_2, \theta_3) = \vec{W}(x, y, z, ct, \theta_1, \theta_2, \theta_3)$.

Наблюдаемое локально состояние невесомости внутри космического корабля, движущегося по стационарной орбите вокруг Земли, позволяет обобщить сильный принцип эквивалентности на неоднородные гравитационные поля. В этом случае уравнения движения (1) записываются как

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} - m[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]] = m\vec{g}(\vec{r}) - m[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]] = 0, \vec{r} = \vec{r}'. \quad (3)$$

В этих уравнениях гравитационная сила $m\vec{g}(\vec{r})$, действующая на массу $m = \rho V$ внутри корабля, уравновешена центробежной силой $-m[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]]$. Именно это обстоятельство является причиной состояния невесомости космонавтов внутри космического корабля. Из уравнений (3) следует равенство $\vec{g}(\vec{r}) = [\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]]$, из которого следует, что $\vec{g}(x, y, z) = [\vec{\omega}(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)[\vec{\omega}(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)\vec{r}(x, y, z)]]$. Здесь мы опять получаем логически противоречивую запись равенства, следующую из уравнений (3). Противоречие снимается, если положить $\vec{g}(x, y, z, ct, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) = [\vec{\omega}(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)[\vec{\omega}(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)\vec{r}(x, y, z, ct)]]$. В полученных соотношениях углы $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ описывают вращение матери в пространственных углах,

например, в углах Эйлера, которые великий ученый ввел для описания вращательного движения твердого тела [19].

Л. Эйлер безусловно понимал, что он создал механику принципиально нового типа. Это следует из названия его работы [19] – «Открытие нового принципа механики», но он, не будучи физиком, не обратил внимания на некоторые фундаментальные физические вопросы, которые отличают механику твердого тела от механики материальной точки Ньютона. Он не заметил, что для описания вращательного движения тела вводится ось вращения, которая, в общем случае, вызывает пространственную анизотропию во взаимодействиях с внешними телами. Это свойство нарушает изотропию пространства ньютоновской механики материальной точки. Л. Эйлер не рассматривал вопрос изменения внутренней геометрии вращающегося тела, полагая ее Евклидовой из-за отсутствия изменения расстояний между точками абсолютно твердого тела. Заметим, что это предположение так же абстрактно, как понятие инерциальной системы отсчета, и от него надо отказаться ввиду отсутствия в природе абсолютно твердых тел.

Уравнения (2) и (3) прямо указывают на важнейшую роль сил инерции в природе – эти силы обеспечивают существование стационарных траекторий (траекторий либрации) в

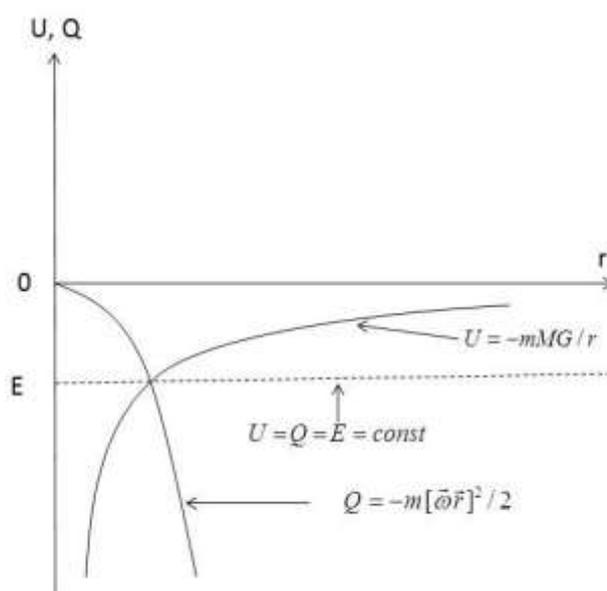


Рис. 6. Условия образования траекторий либрации в гравитинамике

поле центральных сил и, как оказалось, не только гравитационных [15]. На рис. 6 представлены кривая отрицательной потенциальной энергии $U = -mMG/r$ массы m в гравитационном поле, созданном массой $M \gg m$ и отрицательная потенциальная энергия $Q = -m[\vec{\omega}\vec{r}]^2/2$ центробежной силы инерции. Точка пересечения этих энергий определяет энергию полную энергию $E = U = Q = const$ стационарной траектории.

В 1767 г. Л. Эйлер, решая ограниченную задачу трех тел с массами $M_1 \gg M_2 \gg m$, использовал уравнения (1), записанные в виде

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\partial U_1}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial U_2}{\partial \vec{r}} - m[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]], \quad (4)$$

где $U_1 = -mM_1G/r_1$, $U_2 = -mM_2G/r_2$ и ω - угловая скорость вращения точек либрации Эйлера L1, L2, L3 и точек либрации Лагранжа L4, L5 (найжены Лагранжем в 1772 г.), в которых гравитационные силы $-\partial U_1/\partial \vec{r}$ и $-\partial U_2/\partial \vec{r}$, действующие на массу m , скомпенсированы центробежной силой инерции $-m[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]]$ (рис. 7). На самом деле, мы имеем

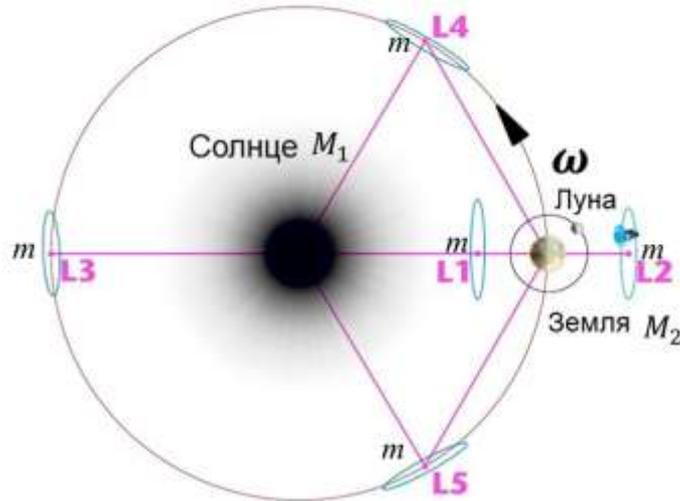


Рис.7. Точки либрации Эйлера-Лагранжа в системе Солнце-Земля- масса m

область либрации, которая находится вблизи точки либрации, как это показано на рис. 7. Точки либрации имеют не только чисто теоретический интерес, но практическое приложение в космосе. Например, в системе Земля – Луна точка L1 может служить идеальным местом заправочной станции, с которого можно добраться до Земли или Луны с минимальным количеством топлива. Точка либрации L2 системы Земля—Луна, расположена на луче Земля—Луна, за Луной, на расстоянии примерно 65000 км. Спутник, движущийся вблизи L2, может служить ретранслятором для связи наземного пункта с космическим аппаратом, находящимся на обратной стороне Луны или на орбите искусственного спутника Луны.

Выдвигаются космические проекты для использования в системе Земля - Луна точки L4 и L5. Они были бы чрезвычайно удобны с точки зрения навигации, поскольку расстояние и время в пути между Землей и объектами, помещенными в точки либрации, всегда будут одинаковыми. Такие спутники "зависнут" неподвижно относительно Земли, и мы получаем удобный способ для пополнения запасов и транспортировки пассажиров. Здесь мы имеем новейшую космическую технологию, в которой силы (и поля) инерции играют определяющую роль. На фоне сделанного анализа, определение некоторыми теоретиками [20] сил инерции как фиктивных (псевдо) сил звучит, по меньшей мере, как лингвистический нонсенс.

Отсутствие физического осмысления вращательного движения привело к тому, что до сих пор в теоретической механике считается (по умолчанию), что механика твердого тела Эйлера следует из механики материальной точки Ньютона [20]. С этим мнением

несогласны исследователи, которые занимаются практическим использованием гироскопических систем. Вот что пишет по этому вопросу известный специалист по теории гироскопов К. Магнус [21]:

«Чтобы объяснить поведение вращающегося тела, часто проводят аналогию между вращательным движением тела и движением материальной точки (т.е. механики Ньютона (прим. автора)). Однако эта аналогия в теории гироскопа скорее вредна, чем полезна, так как область, в которой она справедлива, кончается как раз там, где начинаются типичные гироскопические явления (прецессия и нутация (прим. автора))».

Другой специалист по теории гироскопов Р. Граммель пишет [22]:

«Анизотропия твердого тела, порождаемая его вращением, не имеет аналога в механике материальной точки (т.е. механике Ньютона (прим. автора)). Если нанести удар по покоящейся материальной частице, она начинает двигаться в направлении ударного импульса. И, напротив, совсем не обязательно, чтобы приложение к покоящемуся телу ударного момента вызвало вращение тела именно вокруг той оси, относительно которой действовал момент».

2.2 Три закона вращательного движения твердого тела и пространство $A_3(3)$

Механика твердого тела Эйлера аналитически описывается шестью уравнениями, причем из них три поступательных уравнения движения

$$\frac{d}{dt} \vec{P} = \vec{F}. \quad (5)$$

описывают движение центра масс твердого тела, которые записаны в (квази)инерциальной системе отсчета и подобны уравнениям движения материальной точки механики Ньютона. Напомним, что в (5) $\vec{F} = \sum \vec{F}_i$ - суммарная внешняя сила, действующая на центр масс, $P = \sum \vec{P}_i = \sum m_i v_i$ - суммарный импульс центра масс. Для уравнений (5) справедливы три закона механики Ньютона, сформулированные И. Ньютоном в 1686 г. [23]. Через сто лет Л. Эйлер в работе [19] находит, кроме уравнений (5), вращательные уравнения движения твердого тела, записанные в (квази)инерциальной системе отсчета в виде

$$\frac{d}{dt} \vec{L} = \vec{M}, \quad (6)$$

где $\vec{L} = \sum \vec{L}_i = \sum m_i [\vec{r}_i \vec{v}_i] = J \vec{\omega}$, - суммарный угловой момент, $\vec{\omega}$ - угловая частота вращения, J - момент инерции, $\vec{M} = \sum \vec{M}_i = [\vec{r}_i \vec{F}_i]$ - суммарный момент внешней силы.

Ни в одном их учебников по теоретической механике вы не найдете словесной формулировки законов механики твердого тела, сформулированных подобно законам механики материальной точки Ньютона. Чтобы заполнить этот пробел и преодолеть разногласие между теоретиками и практиками в понимании физики вращательного движения твердого тела, сформулируем три упрощенных закона механики твердого тела (МТТ) при вращении по одному углу и по формальной аналогии с тремя законами механики Ньютона.

I закон.

«Твердое тело покоится или вращается вокруг устойчивой оси сколь угодно долго, если на него не действуют момент внешней силы $\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}]$, при этом ось вращения сохраняет свое направление».

Аналитически I закон МТТ записывается как

$$\frac{d}{dt}(J\vec{\omega}) = J\frac{d}{dt}(\vec{\omega}) = 0. \quad (7)$$

Здесь J – момент инерции твердого тела, $\vec{\omega}$ – угловая частота вращения.

II закон.

«Твердое тело изменяет состояние покоя или направление оси вращения и величину угловой скорости $\omega = |\vec{\omega}|$, если на него действует момент внешней силы $\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}]$, при этом изменения носят анизотропный характер и зависят от точки приложения момента \vec{M} ». Аналитическая запись II закона имеет вид

$$J\frac{d}{dt}(\vec{\omega}) = \vec{M}. \quad (8)$$

III закон.

«Момент действия \vec{M}_1 равен моменту противодействия \vec{M}_2 » или

$$\vec{M}_1 = \vec{M}_2. \quad (9)$$

В отличие от материальной точки механики Ньютона, твердое тело в механике Эйлера имеет 6 степеней свободы и для описания его движения необходимо использовать 6 координат: 3 трансляционных голономных координат x, y, z , имеющих размерность длины и 3 безразмерных неголономных вращательных координаты $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. Выбирая трехгранник Эйлера, представляющий собой тройку единичных ортогональных реперов

$$(\vec{e}_1)^2 = (\vec{e}_2)^2 = (\vec{e}_3)^2 = 1, \quad \vec{e}_1\vec{e}_2 = \vec{e}_2\vec{e}_3 = \vec{e}_3\vec{e}_1 = 0, \quad (10)$$

Заметим, что если область определения голономных координат x, y, z от $-\infty$ до $+\infty$, то область определения неголономных координат Эйлера $\varphi_1 = \varphi, \varphi_2 = \theta, \varphi_3 = \psi$ определяется соотношениями [18]

$$\varphi_1 = \varphi = \angle \vec{e}_1 \vec{e}'_\xi, \quad \varphi_2 = \theta = \angle \vec{e}_3 \vec{e}'_3, \quad \varphi_3 = \psi = \angle \vec{e}_\xi \vec{e}', \quad (11)$$

$$0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \psi \leq 2\pi, \quad (12)$$

где вектор \vec{e}'_ξ определяет положительное направление линии узлов $O'\xi$ [18]. Из соотношений (5)-(10) следует, что пространство событий механики твердого тела: 1) шестимерно; 2) неголономно; 3) имеет везде «абсолютное время» t ; 4) на множестве голономных координат x, y, z действует группа трансляций T_3 ; 5) на множестве неголономных координат

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ группа вращений O_3 . Все эти свойства должны отображаться в структуре пространства событий. Напомним, что полная энергия свободного вращающегося твердого тела представляет собой сумму $E = mv^2/2 + J\omega^2/2$, где первый член представляет собой кинетическую энергию движения центра масс во внешнем пространстве координат x, y, z , а второй член- кинетическую энергию вращения тела во «внутреннем» пространстве вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. Учитывая все сказанное выше и, опираясь на гипотезу Э. Картана о том, что вращение материи порождает кручение пространства [24], приходим к выводу, что геометрия пространства событий механики Эйлера представляет собой частный случай расслоенного пространства абсолютного параллелизма $A_3(3)$ [25]. Для описания собственного вращения твердых тел, Л. Эйлер ввел три неголономные угловые координаты – углы Эйлера $\varphi_1 = \varphi, \varphi_2 = \theta, \varphi_3 = \psi$ и определил бесконечно малый поворот вокруг трех осей соотношением $\vec{d}\vec{\chi} = d\chi\vec{e}_\chi = \vec{e}_3 d\varphi + \vec{e}_\xi d\theta + \vec{e}_3' d\psi$ [20]. Записывая условия ортогональности триады Эйлера (8) в ковариантном виде

$$e^A_\alpha e^\alpha_B = \delta^A_B, e^A_\alpha e^\beta_A = \delta_\alpha^\beta, \quad (13)$$

где $\alpha, \beta \dots = 1, 2, 3$ - векторные индексы, а индексы $A, B \dots = 1, 2, 3$ нумеруют вектора триады, представим бесконечно малый поворот триады Эйлера как [26]

$$d\chi^\beta_\alpha = e^\beta_A de^A_\alpha, \quad (14)$$

Откуда, после возведения в квадрат, следует вращательная метрика

$$d\tau^2 = d\chi^\alpha_\beta d\chi^\beta_\alpha = T^\alpha_{\beta\gamma} T^\beta_{\alpha\sigma} dx^\gamma dx^\sigma = \Omega^\alpha_\beta \Omega^\beta_\alpha ds^2, \quad (15)$$

заданная на «внутреннем» пространстве вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. В соотношении (15) мы ввели обозначения

$$T^\beta_{\alpha\gamma} = e^\beta_A e^A_{\alpha,\gamma} = -e^A_\beta e^\alpha_{A,\gamma}, \gamma = \frac{\partial}{\partial x^\gamma}, \quad (16)$$

$$\Omega^\alpha_\beta = T^\alpha_{\beta\gamma} dx^\gamma/ds, \quad \Omega_{\alpha\beta} = -\Omega_{\beta\alpha}, \quad (17)$$

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta, g_{\alpha\beta} = \eta_{AB} e^A_\alpha e^B_\beta, \eta_{AB} = \eta^{AB} = \text{diag}(1, 1, 1) \quad (18)$$

$$\alpha, \beta \dots = 1, 2, 3, \quad A, B \dots = 1, 2, 3.$$

В соотношениях (17) *неголономная триада Эйлера* e^A_α образует объект неголономности

$$\Omega^{\cdot\alpha}_{\beta\gamma} = T^\alpha_{[\beta\gamma]} = -e^\alpha_\alpha e^a_{[\beta,\gamma]} = -e^\alpha_\alpha (e^a_{\beta,\gamma} - e^a_{\gamma,\beta})/2, \quad (19)$$

который оказывается кручением пространства абсолютного параллелизма $A_3(3)$ [15]. Отметим, что кручение (19) находится в полном соответствии с гипотезой Картана, утверждающей, что вращение материи порождает кручение пространства [24]. В самом деле, кручение (17) образует коэффициенты вращения Риччи $T^\beta_{\alpha\gamma}$ по следующему правилу [15]

$$T^\alpha_{\beta\gamma} = -\Omega^{\cdot\alpha}_{\beta\gamma} + g^{\alpha\eta} (g_{\beta\rho} \Omega^{\cdot\rho}_{\eta\gamma} + g_{\gamma\rho} \Omega^{\cdot\rho}_{\eta\beta}), \quad (20)$$

а $T^\alpha_{\beta\gamma}$, в свою очередь, определяют в (17) угловую скорость вращения триады Эйлера $\Omega_{\alpha\beta}$, связанную с твердым телом. Соотношение (18) представляет собой метрику «внешнего» пространства, заданную на множестве трансляционных координат x, y, z и, как это следует из соотношений (14)-(20), связь между вращательной метрикой $d\tau^2$ и трансляционной метрикой ds^2 неголономна.

Механика, в которой объект неголономности (19) отличен от нуля мы будем называть *неголономной механикой*, поскольку связь между дифференциалами трансляционных координат dx^γ «внешнего» пространства и дифференциалами вращательных координат $d\chi^\beta_\alpha$ «внутреннего» пространства неголономна. Переход из «внешнего» во «внутреннее» пространство происходит с помощью неголономной триады e^A_α , при этом триада Эйлер e^A_α по координатному индексу α преобразуется в группе трансляций $T(3)$ как вектор

$$e^A_{\alpha'} = \frac{\partial x_{\alpha'}}{\partial x_\alpha} e^A_\alpha, \left\| \frac{\partial x_{\alpha'}}{\partial x_\alpha} \right\| \in T(3), \alpha = 1, 2, 3. \quad (21)$$

По локальному (внутреннему) индексу A триада преобразуется в группе вращений $O(3)$

$$e^{A'}_\alpha = \Lambda^A_A e^A_\alpha, \Lambda^A_A \in O(3), A = 1, 2, 3. \quad (22)$$

Поэтому голономные преобразования из группы трансляций $T(3)$ в группу вращений $O(3)$ в общем случае *недопустимы*. Исключение составляет случай, когда вращение происходит по одной угловой координате. С помощью триады e^A_α можно переходить от координатных индексов $\alpha, \beta, \gamma \dots$ к локальным $A, B, C \dots$ индексам. Например, поле (20), антисимметричное по индексам α и β можно представить в виде

$$T^A_{B\gamma} = e^A_\alpha T^\beta_{\alpha\gamma} e^\beta_B. \quad (23)$$

Используя это свойство, можно записать уравнения (16) как

$$\frac{de^A_\alpha}{ds} = T^A_{B\gamma} \frac{dx^\gamma}{ds} e^B_\alpha = \Omega^A_B e^B_\alpha. \quad (24)$$

Представим эти уравнения в виде

$$\frac{D^* e^A_\alpha}{ds} = \frac{de^A_\alpha}{ds} - \Omega^A_B e^B_\alpha = 0. \quad (25)$$

где D^* ковариантная производная относительно связности $T^A_{B\gamma}$ [15]. Соотношение (25) представляет собой ковариантную запись формулы (24). Наглядно структура пространства $A_3(3)$ неголономной механики представлена на рис.8. На этом рисунке изображено базовое пространство трансляционных координат x, y, z , на котором задана трансляционная метрика $ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = \eta_{AB} e^A_\alpha e^B_\beta dx^\alpha dx^\beta$ и действует локальная группа трансляций $T(3)$. В каждой точке M базового («внешнего») пространства задано пространство угловых координат φ, θ, ψ (слой), изображенное в виде сферы («внутреннее» пространство), на котором

задана вращательная метрика $d\tau^2 = d\chi^\alpha d\chi^\beta_\alpha = T^\alpha_{\beta\gamma} T^\beta_{\alpha\sigma} dx^\gamma dx^\sigma$ и действует локальная группа вращений $O(3)$. Подобное пространство существует в теории калибровочных полей. Например, в уравнения (24) входит поле $T^A_{B\gamma}$, у которого локальные индексы калибровочные индексы A и B , а индексы α и γ координатные индексы. Калибровочной группой в

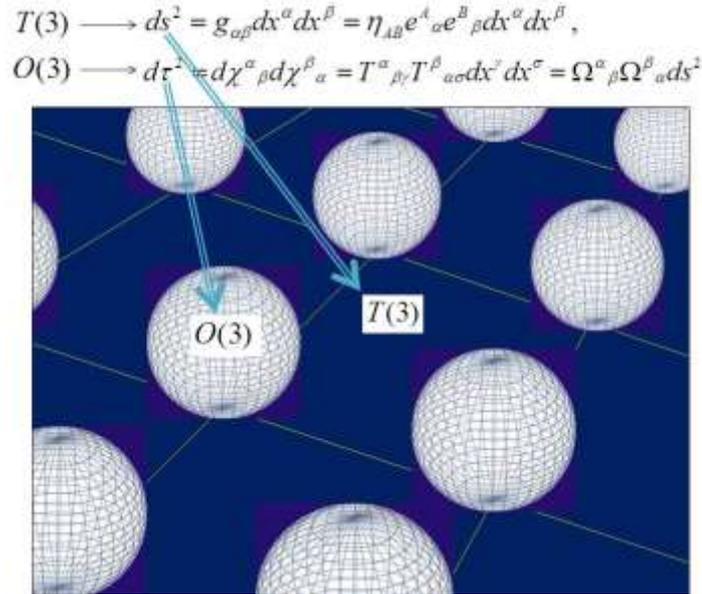


Рис.8. Структура расслоенного пространства абсолютного параллелизма $A_3(3)$

нашем случае оказывается группа вращений $O(3)$, при этом калибровочное поле $T^A_{B\gamma}$ принимает ясный физический смысл - в соответствии с формулой (17) оно определяет угловую скорость вращения матери, например, твердого тела и порождено *полем инерции* $T^A_{B\gamma}$. Впервые поле $T^A_{B\gamma}$ было интерпретировано как поле инерции в 1977 г. в работе [27]. В 2005 г. неголономная механика была представлена на международной конференции в Бельгии (Льеж), посвященной 100 летию создания специальной теории относительности [28].

Таким образом, пространство событий нерелятивистской вращающейся материи наделено структурой расслоенной геометрии абсолютного параллелизма $A_3(3)$. Оно обладает кручением (19), проявляющим себя в эксперименте как поле инерции (20). Механика ускоренно движущихся систем отсчета является неголономной. В такой механике всякое движение есть вращение (тезис Декарта), которое определяется через калибровочное поле $T^A_{B\gamma}$, интерпретируемо физически как поле инерции.

Важно отметить, что пространство, представленное на рис. 8, напоминает многомерные пространства, называемые в теории Струн пространствами Калаби-Яу [29], при этом роль скрытых параметров, в нашем случае, играют угловые переменные, имеющие ясный физический смысл.

Уравнения движения (24) и (25) представляют собой уравнения геодезических пространства абсолютного параллелизма $A_3(3)$. В отличие от уравнений геодезических Евклидова пространства $d^2x^\alpha/ds^2 = 0$, уравнения (24) и (25) содержат поле инерции $T^A_{B\gamma}$,

порождающее силы инерции. В результате *центр масс даже свободного от внешних сил, но вращающегося твердого тела, будет двигаться ускоренно под действием сил инерции.* Действительно, уравнения движения твердого тела (5) и (6) свободного от внешних сил и моментов в ускоренной системе отсчета, связанной с вращающимся твердым телом, принимают вид [18]

$$\frac{d'}{dt}\vec{P} = -[\vec{\omega}\vec{P}], \quad (26)$$

$$\frac{d'}{dt}\vec{L} = -[\vec{\omega}\vec{L}], \quad (27)$$

где $-\left[\vec{\omega}\vec{P}\right]$ и $-\left[\vec{\omega}\vec{L}\right]$ - суммарные силы и моменты сил инерции, действующие на массы m_i твердого тела. Соответственно \vec{P} - суммарный импульс, а $\vec{L} = J\vec{\omega}$ - суммарный момент. Из уравнений (26) и (27) видно, что эти уравнения взаимозависимы и *изменение угловой скорости вращения, в общем случае, приводит к изменению движения центра масс.* Специалистам по теории гироскопов это хорошо известно ([21] стр.112). На рис. 9 представлены траектории материальной точки, расположенной на оси фигуры *свободного*

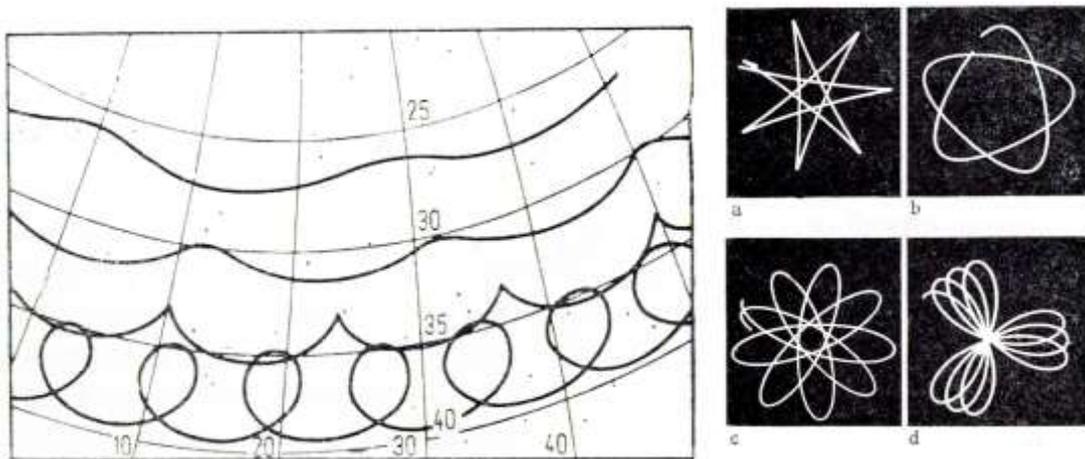


Рис.9. Слева экспериментальные траектории некоторой точки оси фигуры симметричного свободного гироскопа (по Гебелейну); справа (по Лойбе) [21 стр. 126, 127]

симметричного гироскопа при его нутации. Как видим, это движение отличается от прямолинейного и равномерного движения свободной материальной точки. Действительно, преобразование уравнений (5) и (6) во вращающуюся систему отсчета, жестко связанную с твердым телом, для любого вектора \vec{A} задается соотношением [18]

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{d'\vec{A}}{dt} + [\vec{\omega}\vec{A}], \quad (28)$$

что эквивалентно введению ковариантной производной в уравнения геодезических (25). Уравнения (25) показывают, что геодезическое движение (движение по инерции) в геометрии $A_3(3)$ отлично от прямолинейного и равномерного, при этом выполняется закон сохранения полной энергии вращающегося тела [21].

2.3. Зависимость массы от угловой скорости

На сайте Российской Академии Естественных Наук мы находим следующую о научных открытиях, научных идеях, научных гипотезах [30]:

«Не принимаются заявки на научные открытия, научные идеи, научные гипотезы, содержащие утверждения, противоречащие фундаментальным научным законам и принципам (обоснование возможности создания “вечного двигателя”, получения КПД более единицы, возможности движения за счет внутренних сил и др.)...».

Нам известна теорема классической механики, согласно которой импульс центр масс изолированной системы невозможно изменить под действием внутренних сил. Эта теорема справедлива в механике Ньютона и, частично, в механике абсолютно твердого тела, когда расстояния между точками тела не меняется. Если же тело пластично, то центр масс может изменять свое положение под действием внутренних сил. Это факт отражен в ряде учебников по теоретической механике [31-35]. Вот, например, что говорит в своей книге Я. Л. Геронимус:

«В законах количеств движения и кинетических моментов внутренние силы не фигурировали, ибо их главный вектор и главный векторный момент относительно любого центра равны нулю; но алгебраическая сумма работ внутренних сил в общем случае материальной системы не равна нулю, как показано в п. 5° § 2, она равна нулю в частном случае абсолютно твёрдого тела, но уже для упругого тела не равна нулю [41]».

На эту тему имеются две статьи, опубликованные в ДАН, это: 1) статья Геловани В.А. и Смольякова Э.Р. Гипотеза о влиянии высших производных на движение центра масс. ДАН, 2000, т. 375, № 2, с. 159-162 [36]; 2) статья Смольякова Э.Р. «Нелинейные законы движения и обоснование законов движения инерцоидов» ДАН, 2003, т. 393, № 6, с. 770-775 (представлена академиком РАН Емельяновым С.В.) [37]. Эти работы подтверждают сделанный нами ранее вывод о связи полей и сил инерции с *третьей производной* ([38] стр. 14).

В общем случае, первый закон (7) вращательной механики твердого тела записывается в виде

$$\frac{d}{dt}(J_{\alpha\beta}\omega^\alpha) = J_{\alpha\beta} \frac{d}{dt}\omega^\alpha = 0, \alpha, \beta \dots = 1,2,3, \quad (29)$$

где

$$J_{\alpha\beta}(x'_\alpha) = \sum_i m_i \{ \sum_\gamma x'_{i\gamma} x'_{i\gamma} \delta_{\alpha\beta} - x'_{i\alpha} x'_{i\beta} \} \quad (30)$$

- тензор инерции твердого тела [18], который, как мы видим, не зависит от времени. Тензор (30) зависит от формы вращающегося твердого тела. В общем случае, твердое тело может вращаться вокруг трех осей сразу, при этом мы имеем собственную угловую скорость вращения ω твердого тела, направленную по оси вращения тела (главная ось), и две угловых скорости вращения главной оси – прецессию Ω_1 и нутацию Ω_2 , направленные по двум другим осям. Соответственно, для твердых тел различной формы мы имеем разные значения тензоров (30) при вращении вокруг трех осей. Обычно выделяется главная ось вращения с максимальным моментом инерции, ось с минимальным моментом инерции и промежуточная ось, при этом, как показывает эксперимент, если задать твердому телу

произвольное вращение, то оно, в конечном счете, начнет устойчиво вращаться вокруг оси с максимальным моментом инерции.

На рис. 10 представлен космический эксперимент В. Джанибекова, в котором твердое тело в виде вращающейся гайки движется со скоростью центра масс $v \approx const$ внутри космического корабля <https://www.youtube.com/watch?v=GJlaK5JgTiQ>. Гайка движется

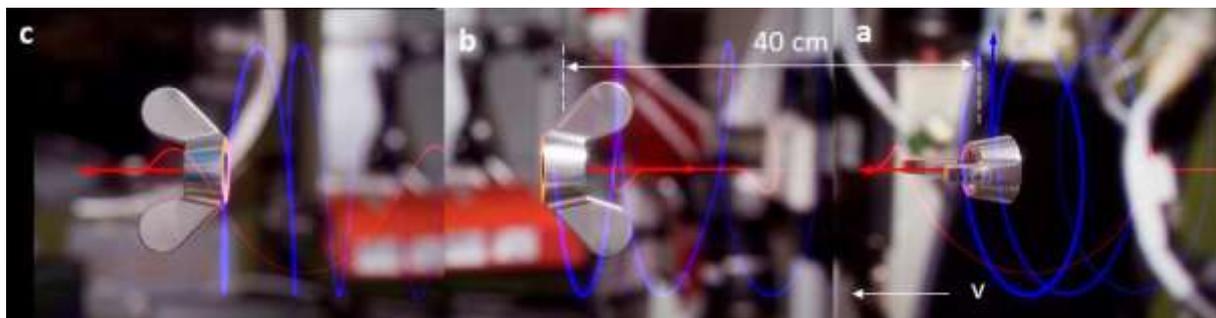


Рис. 10. Эффект Джанибекова

несколько секунд прямолинейно и равномерно примерно 40 см, а затем быстро переворачивается, меняя направление вектора угловой скорости вращения. Снова движется 40 см прямолинейно и равномерно, после чего опять быстро переворачивается. При этом некоторые материальные точки гайки движутся по причудливым криволинейным траекториям, подобным тем, что представлены на рис. 9. Естественно, что причиной такого макроквантования динамики гайки являются силы инерции, которые приводят к вращению гайки вокруг оси с максимальным моментом инерции.

Эффект макроквантования Джанибекова проведен в космосе в условиях невесомости, когда отсутствует сила тяжести. Существуют эксперименты, в которых наблюдается макроквантование в гироскопических системах. На рис. 11 представлена

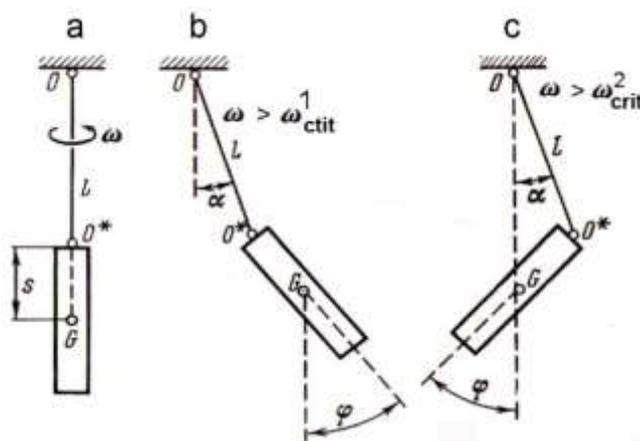


Рис.11. Макроквантование гироскопа в поле тяжести

схема эксперимента, в котором цилиндрический гироскоп на струне вертикально вращается с некоторой угловой скоростью ω (рис.11 а)). При увеличении $\omega > \omega^1_{crit}$ ось гироскопа скачком меняет свое направление и переходит в новое устойчивое состояние вращения (рис.11 б)). При $\omega > \omega^2_{crit}$ происходит «квантовый скачек» с очередной сменой направления оси вращения ([20] стр. 148-167).

Наибольший интерес для практического использования новых знаний о полях и силах инерции представляет собой неголономная механика пластичного тела. В случае пластичного тела расстояние между двумя точками тела меняется с течением времени, при этом уравнения (29) принимают вид

$$\frac{d}{dt} \left(J_{\alpha\beta}(t) \omega^\beta(t) \right) = J_{\alpha\beta}(t) \frac{d}{dt} \omega^\beta + \omega^\beta \frac{d}{dt} J_{\alpha\beta}(t) = 0. \quad (31)$$

На рис. 12 показаны экспериментальные проявления уравнений (31). Слева, на фото а) экспериментатор сидит на скамейке Жуковского и держит в руках гироскоп, вращающийся по часовой стрелке с угловой скоростью ω . Ось гироскопа ориентирована параллельно полу комнаты. Затем, экспериментатор начинает поворачивать ось гироскопа против часовой стрелки так, что его правая рука оказывается выше левой, при этом экспериментатор начинает вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через его тело, против часовой стрелки (фото б)). Если из положения а) он начнет поворачивать ось гироскопа по часовой стрелке так, что его левая рука окажется выше правой, то его тело начнет



Рис.11. Демонстрация изменения величины и направления угловой скорости вращения $\vec{\omega}$ пластичного тела под действием внутренних сил инерции

вращаться вокруг вертикальной оси по часовой стрелке (фото с)). Таким образом, уравнения (31) описывают изменение угловой скорости вращения $\vec{\omega}$ пластичного тела не только по величине, но и по направлению https://www.youtube.com/watch?v=U_ASf1wf5tw, причем это изменение происходит под действием внутренних сил инерции, которыми экспериментатор управляет, находясь внутри системы. К этому мы привыкли и не видим в этом ничего странного, поскольку в уравнениях (31) полный угловой момент сохраняется и вращение происходит в пространственных углах φ_1, φ_2 , вокруг двух пространственных осей.

Если мы будем исследовать вращение объектов в пространстве с четверкой x, y, z, ct трансляционных координат (в 10 мерном пространстве $A_4(6)$ [15]), то в этом пространстве имеется еще одна ось вращения. Эта ось находится в пространственно-временном секторе, т.е. вращение происходит в пространственно-временных углах $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ и, кроме

уравнений (31), появляются уравнения сохранения полного импульса с переменной массой $m = m(\omega(t))$

$$\frac{d}{dt}(m(t)\vec{v}) = m(t)\frac{d}{dt}\vec{v} + \vec{v}\frac{d}{dt}m(t) = 0. \quad (32)$$

Из уравнения (32) следует, что масса, и, следовательно, энергия тела должна зависеть от частоты ω , т.е. $E = m(\omega)c^2$. При этом изменение массы должно быть вызвано не реактивным выбросом массы, а в результате управления внутренними силами инерции, аналогично тому, как меняется тензор инерции $J_{\alpha\beta}(t)$ в уравнениях (31).

Зависимость энергии от угловой частоты вращения тела известна в нерелятивистской классической механике. Например, энергия, движущегося поступательно и вращающегося тела, записывается в виде $E = m_0v^2/2 + J\omega^2/2 = m_0v^2/2 + L\omega/2$, $L = m_0\omega$, где J – момент инерции, m_0 масса покоя, ω – угловая скорость вращения тела и L – угловой момент. Из этой формулы видно, что в системе, где центр масс вращающегося тела покоится ($v = 0$), масса покоя m_0 будет зависеть от угловой частоты вращения ω в соответствии с формулой $E = m_0c^2 = L\omega/2$. Для частицы со спином s , можно провести замену $L/2 \rightarrow \hbar/2 = s$, откуда следует известная формула Планка

$$E = \hbar\omega \quad (33)$$

и зависимость массы m_0 от угловой скорости ω «внутреннего вращения»

$$m_0(\omega) = \hbar\omega/c^2. \quad (34)$$

Используя поля и силы инерции, можно управлять угловой частотой вращения $\omega(t)$ элементов внутри массы m_0 . В этом случае равенство (34) запишется как $m_0(t) = \hbar\omega(t)/c^2$ и мы получаем для нее уравнения движения (32).

Экспериментальная зависимость массы твердого тела от угловой частоты вращения была обнаружена в ряде работ. Первые наблюдения потери веса у вращающегося гироскопа были опубликованы в 1958 г. в России Н. Козыревым, причем гироскоп Козырева прецессировал, поскольку основание гироскопа находилось в состоянии вибрации [38]. Опыты

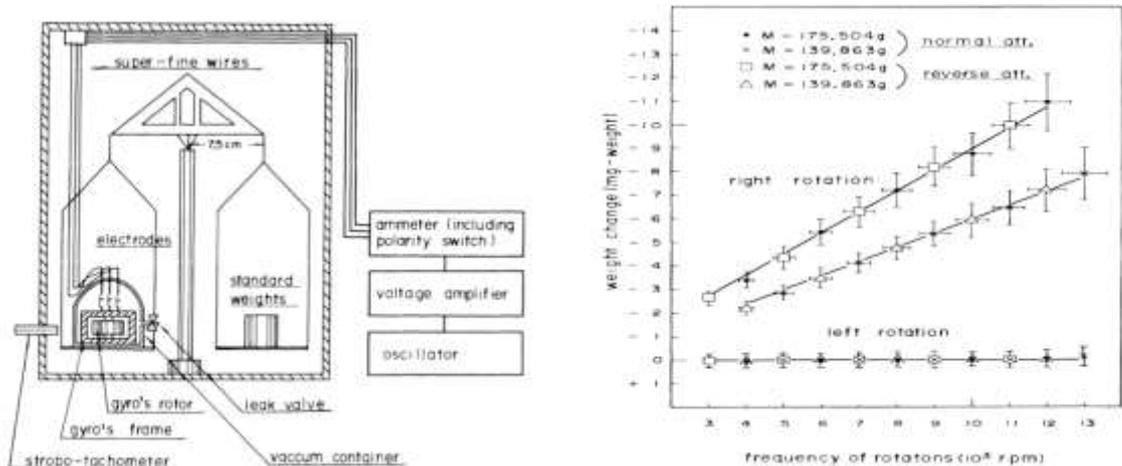


Рис.12. Потеря веса вращающимся гироскопом

Н. Козырева были повторены японскими исследователями Х. Хаясаки и С. Такеучи [39] (рис.12). Их экспериментальные результаты по изменению веса гироскопов с массой 175.504 ± 0.001 г. и 139.863 ± 0.001 г. учитывали экранировку от внешнего магнитного поля Земли и некоторые другие факторы, вклад которых в изменение веса оказался незначительным. Авторы считают, что ускорение свободного падения \vec{g} в их эксперименте не меняется, поэтому полученные результаты интерпретируются как изменение инерционной массы гироскопа при его вращении. На рис. 12 справа представлены графики экспериментальных исследований, которые интересны тем, что вращение гироскопов вправо приводит к изменению веса гироскопов, в то время как вращение влево не меняет их веса.

Зависимость инерционной массы от угловой частоты прецессии $\vec{\Omega}_\Pi$ гироскопа следует из уравнений механики твердого тела с одной неподвижной точкой (точкой опоры)

$$\frac{d'\vec{P}}{dt} = m\vec{g} + \vec{R} - [\vec{\omega}\vec{P}], \quad \frac{d'\vec{L}}{dt} = [\vec{r}_c m\vec{g}] - [\vec{\omega}\vec{L}], |\vec{r}_c| = l. \quad (35)$$

Здесь $|\vec{r}_c| = l$, - расстояние от точки опоры до центра масс гироскопа, \vec{R} - реакция опоры. При вертикальном расположении оси вращения гироскопа прецессия в уравнениях (35) отсутствует, поскольку в этом частном случае выполняются соотношения $\vec{P} = m[\vec{\omega}\vec{r}_c] = 0$, $\vec{M} = [\vec{r}_c m\vec{g}] = 0$, $\vec{\omega} = \vec{\omega}_r$, $m\vec{g} + \vec{R} = 0$, откуда следует $\vec{R} = -m\vec{g}$, т.е. сила реакции опоры равна весу гироскопа и центр масс гироскопа находится в покое. Другой результат получаем в случае прецессии ось вращения гироскопа. Тогда импульс центра масс отличен от нуля и определяется как

$$\vec{P} = m[\vec{\omega}\vec{r}_c] = m(\vec{\omega}_r + \vec{\Omega}_\Pi)\vec{r}_c = m[\vec{\Omega}_\Pi\vec{r}_c] \neq 0,$$

где $\vec{\Omega}_\Pi$ - угловая скорость прецессии. В учебнике [18] на стр. 359 показано, что в случае прецессии реакция опоры $\vec{R} \neq m\vec{g}$ и будет отличаться от значения $m\vec{g}$ на величину порядка $\vec{\Omega}_\Pi^2$, т.е. весы покажут изменение веса прецессирующего гироскопа. Это теоретический вывод подтверждается экспериментально простыми экспериментами. На рис. 13 представлены результаты эксперимента, в котором, для измерения веса прецессирующего гироскопа использовались электронные весы. Частота собственного вращения гироскопа составляла 10 об/сек, в то время как частота прецессии была равна 0.9 об/сек.



Рис.13. Слева измерен вес подставки и гироскопа без прецессии; справа вес того же гироскопа на подставке во время его прецессии

Вес гироскопа с подставкой составлял 46.45 ± 0.01 гр. Измерение веса прецессирующего на подставке гироскопа дало значение 46.3 ± 0.01 гр., т.е. разность в весе была 0.15 ± 0.01 гр., что составляет значительную величину. В процессе измерения гироскоп был изолирован от внешнего пространства стеклянными перегородками для исключения влияния аэродинамических эффектов. Эксперименты, проведенные с использованием электронных весов, обладающих на порядок большей точностью, подтвердили изменение массы прецессирующего гироскопа http://www.youtube.com/watch?v=nABni2d_wG4.

Таким образом, вес (гравитационная масса) прецессирующего гироскопа и вес гироскопа без прецессии будут различаться друг от друга, причем такое различие можно интерпретировать как квадратичную зависимость массы прецессирующего гироскопа от угловой скорости прецессии $\vec{\Omega}_\Pi$ в соответствии с формулой

$$m^* = m(1 - \Omega_\Pi^2 l \sin^2 \theta / g \cos \theta), \quad (36)$$

где θ - угол прецессии, $\Omega_\Pi = \mu l g / L$ - угловая скорость прецессии. Формула получена в предположении, что $\Omega_\Pi \ll \omega$. Из формулы (36) видно, что измеряемый вес прецессирующего гироскопа уменьшается. Еще один эксперимент, демонстрирующий уменьшение веса прецессирующего гироскопа, смотрите здесь <https://www.youtube.com/watch?v=rngnZuoCj05Y>.

Эти эксперименты показывают, что представление о массе тела, сформулированное в рамках механики материальной точки Ньютона, ограничено и не может быть использовано в общем случае. Согласно Ньютону, «масса есть мера тела сопротивляться движению или сопротивлению изменению движения». С другой стороны, «масса есть мера количества материи». В механике Ньютона масса точечной частицы понятие абстрактное и так же нереально, как понятие инерциальной системы отсчета. Действительно, реальное тело имеет конечные размеры и его масса, в простейшем случае, определяется в соответствии с формулой $m = \rho V$, где ρ плотность вещества тела, V – объем тела. Чтобы получить материальную точку мы устремляем объем тела $V \rightarrow 0$ к нулю и получаем, что плотность точечной частицы должна стремиться к бесконечности $\rho \rightarrow \infty$, что физически неприемлемо.

2.4. Масса как мера поля инерции и связь этого поля с квантовой механикой

В механике Декарта, в которой все движения сводятся к вращению, плотность и масса объекта определяются как [15]

$$\rho = \frac{2g^{jm}}{vc^2} \{ \nabla_{[i} T_{|j|m]}^i + T_{s[i}^i T_{|j|m]}^s \}, i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad (37)$$

$$m = \int \rho \sqrt{-g} dV = \int \frac{2g^{jm}}{vc^2} \{ \nabla_{[i} T_{|j|m]}^i + T_{s[i}^i T_{|j|m]}^s \} \sqrt{-g} dV, \quad (38)$$

где T_{jk}^i - поле инерции, $dV = dx dy dz$ – объем, g - детерминант метрического тензора g^{jm} , c - скорость света, ν - множитель, определяемый условиями задачи, ∇_i - ковариантная производная. Последовательный вывод уравнений (37) и (38) можно найти в математической части работы [15]. Из (38) следует, что масса объекта есть мера поля инерции T_{jk}^i . Если учесть, что 4D скорость вращения материи Ω^i_j определяется как [15]

$$\Omega^i_j = \frac{d\chi^i_j}{ds} = T^i_{jk} \frac{dx^k}{ds} = \frac{De^i_a}{ds} e^a_j, \quad T^i_{jk} = -\Omega^{..i}_{jk} + g^{im}(g_{js}\Omega^{..s}_{mk} + g_{ks}\Omega^{..s}_{mj}) \quad (39)$$

где

$$\Omega_{ij} = -\Omega_{ji} = \frac{1}{c^2} \begin{pmatrix} 0 & -W_1 & -W_2 & -W_3 \\ W_1 & 0 & -c\omega_3 & c\omega_2 \\ W_2 & c\omega_3 & 0 & -c\omega_1 \\ W_3 & -c\omega_2 & c\omega_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (40)$$

то масса (38) определяется через кручение $\Omega^{..i}_{jk} = T^i_{[jk]}$ пространства абсолютного параллелизма $A_4(6)$ [15]. В математике кручение пространства

$$\Omega^{..i}_{jk} = -T^i_{[jk]} = -\frac{1}{2} e^i_a (\nabla_k e^a_j - \nabla_j e^a_k) = e^i_a \nabla_{[j} e^a_{k]}, \quad a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3, \quad (41)$$

называют *торсионным полем* (математический термин), в физике поле T^i_{jk} проявляет себя как *поле инерции*.

Опуская выкладки, приведем окончательные выражения для плотности (37) и массы (38) для частного случая, когда система отсчета (квази)инерциальна и масса m не зависит от времени [15]

$$\rho = m\psi^*\psi \cong m\delta(\vec{r}), \quad (42)$$

$$\psi(x^i) = \sqrt{\left| \frac{1}{4\pi r_g} \right|} \phi(x^i), \quad \int \psi^* \psi dV = 1, \quad r_g = \frac{2mG}{c^2}, \quad \phi(x^i) = \exp\{-i(k_i x^i)\}. \quad (43)$$

Здесь ψ нормированное на единицу поле инерции, представленное в виде плоской волны $\phi = \exp\{-i(k_i x^i)\}$, $\delta(\vec{r})$ – дельта функция Дирака, r_g гравитационный радиус частицы. В этом приближении частица массы m представляет собой 3D клубок поля инерции ψ , плотность которого мало отличается от плотности точечной частицы механики Ньютона, при этом *соотношение (41) представляется аналитическим выражением дуализма волна-частица в квантовой механике*.

Суммируя свойства полей инерции, мы видим следующую картину:

- 1) Поле инерции реально и порождает реальные силы инерции.
- 2) Силы инерции обеспечивают существование стационарных «точек» и орбит в гравитационных и электромагнитных полях - «точек» и траекторий либрации.
- 3) Источником полей и сил инерции является кручение $\Omega^{..i}_{jk}$ пространства абсолютного параллелизма $A_4(6)$.
- 4) Энергия и масса любого объекта зависит от угловой скорости внутреннего вращения - $E(\omega) = m(\omega)c^2$.
- 5) В (квази)инерциальной системе отсчета для плотности стабильной частицы выполняется дуализм волна-частица (42), (43).

Любой физик заметит, что свойство 2) было постулировано Н. Бором (Нобелевская премия) при построении квантовой теории атома водорода, поскольку экспериментально были

обнаружены стационарные состояния, при движении по которым электрон в атоме не излучает электромагнитных волн. Свойство 4) было введено в квантовую физику М. Планком (Нобелевская премия) в виде соотношения (33) для объяснения спектральной плотности электромагнитного излучения абсолютно черного тела, наблюдаемого в эксперименте. Наконец, свойство 5) дуализм волна-частица, был введен А. Эйнштейном (Нобелевская премия) при описании наблюдаемого в эксперименте фотоэффекта, в котором фотон, будучи электромагнитной волной, ведет себя как частица с импульсом

$$p = \hbar k. \quad (44)$$

Выражая в формулах (43) волновой вектор $k_i = p_i/\hbar$ через соотношения (33) и (44), получим в соотношениях (42) и (43) волну де Бройля

$$\psi = \psi_0 \exp\{-i(Et - \vec{k}\vec{x})/\hbar\}. \quad (45)$$

2.5. Уравнения поля инерции и геометризация квантовой механики

Уравнения, которые описывают динамику полей инерции T_{jk}^i , можно представить в виде расширенной системы уравнений поля Эйнштейна-Янга-Миллса [15]

$$\nabla_{[k} e_{j]}^a + T_{[kj]}^i e_i^a = 0, \quad (A)$$

$$R_{jm} - \frac{1}{2} g_{jm} R = \nu T_{jm}, \quad (B.1)$$

$$C_{jkm}^i + 2\nabla_{[k} T_{j|m]}^i + 2T_{s[k}^i T_{j|m]}^s = -\nu J_{jkm}^i, \quad (B.2)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3,$$

где уравнения (A) определяют кручение (41) пространства $A_4(6)$, уравнения (B.1) - полностью геометризованные уравнения Эйнштейна, уравнения (B.2) – полностью геометризованные уравнения Янга-Миллса. В уравнениях (B.1) тензор энергии-импульса материи T_{jm} и тензор тока J_{jkm}

$$T_{jm} = -\frac{2}{\nu} \left\{ (\nabla_{[i} T_{j|m]}^i + T_{s[i}^i T_{j|m]}^s) - \frac{1}{2} g_{jm} g^{pn} (\nabla_{[i} T_{|p|n]}^i + T_{s[i}^i T_{|p|n]}^s) \right\}. \quad (46)$$

$$J_{jkm} = 2g_{[k(i} T_{j)m]} - T g_{i[m} g_{k]j} / 3 \quad (47)$$

образованы полями инерции T_{jk}^i которые можно рассматривать как поля материи.

В математическом смысле уравнения (A) и (B) представляют собой структурные уравнения Картана геометрии абсолютного параллелизма $A_4(6)$. В научной литературе разработаны методы решения уравнений (A) и (B) [40,41], при этом в качестве искомых функций, в общем случае, выступают 20 независимых компонент тензора Римана R_{jkm}^i , 24 независимых компоненты поля инерции T_{jk}^i и шесть независимых компонент неголономной тетрады e^a_j . При использовании ограничений на искомые величины, исходя из физических соображений, мы находим те или иные физически значимые решения этих уравнений (A) и (B) [15].

Из уравнений (B.1) находим уравнения движения тензора материи (46) в виде

$$\nabla^*{}_i T^{ij} = 0, \quad (48)$$

где $\nabla^*{}_i$ – ковариантная производная относительно связности абсолютного параллелизма

$$\Delta^i{}_{jk} = \Gamma^i{}_{jk} + T^i{}_{jk} = e^i{}_a e^a{}_{j,k} \quad (49)$$

и $\Gamma^i{}_{jk} = \frac{1}{2} g^{im} (g_{jm,k} + g_{km,j} - g_{jk,m})$ – символы Кристоффеля и $g_{jk} = \eta_{ab} e^a{}_j e^b{}_k$, $\eta_{ab} = \eta^{ab} = \text{diag}(1 - 1 - 1 - 1)$ – метрический тензор внешнего пространства трансляционных координат $x_i = x_i(x_1, x_2, x_3, x_0)$. Рассмотрим приближение, когда выполняются условия, при которых справедливы соотношения (42)-(45). В этом случае тензор энергии-импульса материи (46) имеет вид

$$T_{jm} = mc^2 \delta(\vec{r}) u_j u_m = \rho c^2 u_j u_m = mc^2 \psi * \psi u_j u_m, \quad (50)$$

где плотность материи ρ определяется как в (42) и (43), а $u_m = dx_m/ds$, $u_m u^m = 1$ – единичный вектор 4D скорости. Подставляя (50) в (48), получаем:

1) обобщенное уравнение непрерывности

$$\nabla^*{}_i (\rho u^i) = \partial_i (\rho u^i) + \rho u^n \Gamma^j{}_{nj} + \rho u^n T^j{}_{nj} = 0; \quad (51)$$

2) уравнения, подобные гидродинамическим уравнениям Эйлера

$$\rho \frac{du^k}{ds} + \rho \Gamma^k{}_{mn} u^m u^n + \rho T^k{}_{mn} u^m u^n = 0; \quad (52)$$

3) уравнение для несжимаемой «жидкости»

$$\nabla^*{}_i \rho = \partial_i \rho = 0. \quad (53)$$

Уравнения (51) и (52) описывают движение клубка поля инерции, плотность которого определяется соотношениями (42) и (43). В (квази)инерциальной системе отсчета выполняется равенство $T^k{}_{mn} u^m u^n = 0$, поэтому уравнения (51) и (52) упрощаются и принимают вид

$$\nabla_i (\rho u^i) = \partial_i (\rho u^i) + \rho u^n \Gamma^j{}_{nj} = 0, \quad (54)$$

$$\rho \frac{du^k}{ds} + \rho \Gamma^k{}_{mn} u^m u^n = 0, \quad (55)$$

в которых силы инерции отсутствуют, хотя поле инерции $T^k{}_{mn}$ отлично от нуля и удовлетворяет условию антисимметрии по всем трем индексам [15]. Нарушение закона сохранения массы в уравнении (54) означает, что мы имеем аналитический аппарат, описывающий переменные массы. В приближении, когда выполняются соотношения (42) и (43) и допустим корпускулярно-волновой дуализм, уравнения (54) и (55) принимают вид уравнений движения: 1) либо уравнений движения точечной массы m

$$\nabla_i (m u^i) = \partial_i (m u^i) \approx 0, \quad m \frac{du^k}{ds} + m \Gamma^k{}_{mn} u^m u^n = 0; \quad (56)$$

2) либо уравнения плотности (42), образованной полем инерции (43)

$$\rho = \rho(\vec{x}, \vec{p}, t) = m\psi^*\psi, \quad (57)$$

поскольку $\psi = \psi(\vec{x}, \vec{p}, t)$, при этом уравнения движения (54), (55) оказываются нелинейными по ψ . Существует несколько возможностей свести уравнения (54), (55) к линейным уравнениям относительно поля инерции (43). Но в этом, вообще говоря, нет необходимости, поскольку для сравнения уравнений (54), (55) с экспериментом достаточно знать плотность (57). Действительно, рассматривая волновой клубок поля инерции как стационарное чисто полевое образование, близкое к сингулярной точечной частице, мы будем вычислять положение его центра масс, импульс центра масс и другие физические параметры как

$$\vec{x}_c = \langle \vec{x} \rangle = \frac{1}{m} \int \vec{x} \rho(\vec{x}, \vec{p}, t) dV = \int \vec{x} \psi^* \psi dV, \quad (58)$$

$$\vec{p}_c = \langle \vec{p} \rangle = \frac{1}{m} \int \vec{p} \rho(\vec{x}, \vec{p}, t) dV = \int \vec{p} \psi^* \psi dV, \quad (59)$$

где $dV = dx dy dz$. Перепишем соотношение (57) как

$$\rho(\vec{x}, \vec{p}, t) = mW(\vec{x}, \vec{p}, t), \quad (60)$$

тогда величину

$$W(\vec{x}, \vec{p}, t) = \psi^* \psi = |\psi|^2 \quad (61)$$

можно интерпретировать, в согласии с (58), «как плотность вероятности найти центр масс \vec{x}_c полевого клубка поля инерции с импульсом \vec{p}_c в данной точке пространства», в момент времени t , что находится в соответствии с интерпретацией подобной величины в квантовой механике. Если в уравнении (54) положить $\rho u^n \Gamma^j_{nj} = 0$, что соответствует сохранению массы клубка поля инерции, то, используя (61), его можно записать как

$$\partial_i (W u^i) = \frac{\partial W}{\partial t} + \text{div}(W \vec{v}) = 0. \quad (62)$$

Из соотношения (45) следует тождество

$$\vec{p} = -\frac{\hbar}{2i} \left[\ln \left(\frac{\psi}{\psi^*} \right) \right], \vec{v} = \frac{\vec{p}}{m}. \quad (63)$$

С помощью (63) уравнение (62) представляется в виде нелинейного уравнения вида

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (\psi^* \psi) &= i\hbar \left(\psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t} + \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) = \\ &= -\frac{\hbar^2}{2m} \text{div}(\psi^* \vec{v} \psi - \psi \vec{v} \psi^*) = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{1}{\psi} \nabla^2 \psi^* - \frac{1}{\psi^*} \nabla^2 \psi \right), \end{aligned} \quad (64)$$

которое распадается на два линейных по ψ уравнения Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = 0, i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi^* + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi^* = 0. \quad (65)$$

Если частица-поле без спина движется в некотором внешнем поле, то уравнение движения поля инерции ψ имеет вид

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial \psi}{\partial t} + [\psi, H] = 0, \quad (66)$$

где H гамильтониан и $[\psi, H]$ - скобки Пуассона. Полагая, что в (66) волновая функция ψ является волной де Бройля (45), получаем из (66) уравнение Шредингера, записанное в виде

$$\frac{d\psi}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\psi, \hat{H}], \quad (67)$$

где \hat{H} - оператор Гамильтона. В результате, мы приходим к выводу, что *уравнение Шредингера описывает простейшую динамику поля инерции в (квази)инерциальных системах отсчета.*

Для плотности устойчивого клубка поля инерции (42) справедливо уравнение Лиувилля (аналогия с устойчивой каплей жидкости)

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \{\rho, H\} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \left(-\frac{\partial \rho}{\partial x^i} \frac{\partial H}{\partial p_i} + \frac{\partial \rho}{\partial p^i} \frac{\partial H}{\partial x_i} \right) = 0, \quad (68)$$

где H - гамильтониан системы. В механике Декарта мы имеем дело не с каплей жидкости, а с протяженным волновым пакетом волн де Бройля (45). Для волн де Бройля в квантовой механике вместо (68) используют операторное уравнение фон Неймана

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} + [\rho, \hat{H}] = i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \rho}{\partial p^i} \frac{\partial \hat{H}}{\partial x_i} - \frac{\partial \rho}{\partial x^i} \frac{\partial \hat{H}}{\partial p_i} \right] = 0, \quad (69)$$

в котором \hat{H} - оператор Гамильтона.

2.6. Движение центра масс под действием управляемой пространственно-временной прецессии в механике Декарта

Из формулы (49) следуют уравнения

$$\frac{de^i_a}{ds} + \Gamma^i_{jk} e^j_a \frac{dx^k}{ds} + T^i_{jk} e^j_a \frac{dx^k}{ds} = 0, \quad (70)$$

которые описывают динамику в новой механике динамику ориентируемой материальной точки [26]. Эти уравнения можно рассматривать как обобщение уравнений Эйлера,

записанных в 4D вращающейся системе отсчета, связанной с твердым телом, размеры которого устремлены к нулю. Уравнения (70) распадаются на следующую систему уравнений

$$\frac{de^i_0}{ds} + \Gamma^i_{jk} e^j_0 \frac{dx^k}{ds} + T^i_{jk} e^j_0 \frac{dx^k}{ds} = 0, \quad (71)$$

$$\frac{de^i_A}{ds} + \Gamma^i_{jk} e^j_A \frac{dx^k}{ds} + T^i_{jk} e^j_A \frac{dx^k}{ds} = 0. \quad (72)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad A, B, C \dots = 0, 1, 2, 3$$

Выбирая вектор e^0_i касательным к траектории движения, получаем из (71) поступательные уравнения движения центра масс

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} + T^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0, \quad \frac{dx^i}{ds} = e^i_0, \quad (73)$$

при этом трехмерная часть уравнений (73) описывает вращение в псевдоевклидовых углах $\theta_1, \theta_2, \theta_3$. Уравнения (72) представляют собой 4D обобщение уравнений (24) и описывают вращение в пространственных углах $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$.

Для практического анализа механических систем в механике Декарта удобно использовать уравнения поля (A), (B), записав их в формализме 1 + 3 расщепления [44-47]. Уравнения (A), (B) в этом формализме принимают вид

$$\nabla_{[b} u_{a]} + T^c_{[ab]} u_c = \nabla_{[b} u_{a]} - A_{[a} u_{b]} + \omega_{[ab]} = 0, \quad (A^{1+3})$$

$$R^d_{abc} - 2A_a(\omega_{bc} - A_{[b} u_{c]})u^d - 2\nabla_{[c} A_{|a|} u_{b]} u^d + 2\nabla_{[c} \omega_{|a|b]} u^d + 2\nabla_{[c} \sigma_{|a|b]} u^d + \frac{2}{3} \theta_{[c} h_{b]a} u^d - \frac{2\theta}{3} (u_a \omega_{bc} - u_a A_{[b} u_{c]} + \omega_{a[c} u_{b]} + \sigma_{a[c} u_{b]} + \frac{\theta}{3} h_{a[c} u_{b]}) u^d = 0, \quad (B^{1+3})$$

где $a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3$ и поле инерции T^c_{ab} выражается через локальный единичный времени-подобный вектор $u_b = dx_b/d\tau$, $u_b u^b = -1$, $d\tau^2 = h_{ab} dx^a dx^b$, h_{ab} - метрический тензор трехмерной поверхности, ортогональной вектору u_b , следующим образом

$$T^c_{ab} = e^c_i \nabla_a e^i_b = e^c_0 \nabla_a e^0_b = u^c \nabla_a u_b = -A_a u_b u^c + \omega_{ab} u^c + \sigma_{ab} u^c + \frac{1}{3} \theta h_{ab} u^c. \quad (74)$$

Здесь четыре параметра: ускорение A_a , вращение ω_{ab} , сдвиг σ_{ab} и расширение θ описывают различные виды ускоренного движения системы отсчета e^c_i .

Из уравнений (B^{1+3}) следует известное в ОТО уравнение Райчаудури [64]

$$R_{ab} u^a u_b = \omega_{ab} \omega^{ab} - \sigma_{ab} \sigma^{ab} + \frac{1}{3} \theta^2 - \frac{d\theta}{d\tau}, \quad (75)$$

из которого видно, что можно управлять кривизной R_{ab} пространства, если мы сможем менять независимые параметры ω_{ab} , σ_{ab} и θ , т.е. менять локальные, искусственно созданные поля инерции. Используя уравнение (75), английский физик М. Алькубьерре [48] предложил космическое транспортное средство, которое движется в космосе, используя

двигатель, управляющий расширением пространства θ . Работы российских исследователей [49-52] показали, что использование параметра вращения ω_{ab} более перспективно, поскольку между параметром ускорения A_a и параметром вращения ω_{ab} существует связь [44]

$$\nabla_a \omega^a - A_a \omega^a = 0, \omega^a = \varepsilon^{abc} \omega_{bc} / 2, a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3, \quad (76)$$

которая следует из тождества Риччи $2\nabla_{[a}\nabla_{b]}u^a = R_{ab}{}^c{}_d u^d$. Соотношение (76) представляет собой новый закон сохранения механики, неизвестный до сих пор. Это приводит к неприятию многих изобретений, в которых закон (76) наблюдается экспериментально. Так, например, из закона сохранения (76) следует, что *неравномерное вращение* ω^a элементов двигателя внутри корпуса космического корабля должно порождать ускорение A_a его центра масс.

Этот вывод отменяет ту часть Положения 1.6 о научных открытиях, научных идеях, научных гипотезах, где речь идет о «невозможности движения за счет внутренних сил». В данном случае движение центра масс механической системы происходит под действием внутренних сил инерции, которые, как известно не удовлетворяют третьему закону механики Ньютона [18]. Именно это свойство сил инерции выводит их за рамки теоремы механики Ньютона, утверждающей невозможность движения изолированной системы под действием внутренних сил, которые по условиям теоремы должны удовлетворять третьему закону Ньютона.

Плотность материи (37) и масса (38) через параметры ускорение A_a , вращение ω_{ab} , сдвиг σ_{ab} и расширение θ выражаются следующим образом

$$\rho = \frac{1}{vc^2} \left(\nabla_a A^a + 2\omega^2 - 2\sigma^2 - \frac{d\theta}{d\tau} - \frac{1}{3}\theta^2 \right), \quad (77)$$

$$m = \int \rho \sqrt{-g} dV = \frac{1}{vc^2} \int \left\{ \nabla_a A^a + 2\omega^2 - 2\sigma^2 - \frac{d\theta}{d\tau} - \frac{1}{3}\theta^2 \right\} \sqrt{-g} dV, \quad (78)$$

где $\omega^2 = \omega_{ab}\omega^{ab}$, $\sigma^2 = \sigma_{ab}\sigma^{ab}$. Из (78) следует, что, меняя локально в механической системе параметры ω_{ab} , σ_{ab} и θ , мы меняем массу, при этом выполняется закон сохранения (32). Учитывая (76), мы приходим к выводу, что для практических целей удобнее всего использовать параметр вращения ω_{ab}

Впервые в России изменение скорости центра масс под действием контролируемых сил инерции было продемонстрировано инженером Н.В. Толчиным [49], который использовал пластичное тело – симметричный вибратор с установленным на нем управляющим элементом под названием мотор-тормоз. Задача мотор-тормоза состояла в том, чтобы изменять угловую скорость вращения грузов m симметричного вибратора в различных угловых секторах https://www.youtube.com/watch?v=bsXFBbqLn_0. Н.В. Толчин назвал свое изобретение *инерцоидом* и разработал несколько вариантов таких устройств, включая инерцоиды, установленные на крутильных весах [49].

Для аналитического описания симметричного вибратора, на базе которого построен инерцоид Толчина, был применен метод геометрического описания системы тел [50, 51], образующих симметричный вибратор. Уравнения геодезических двумерного пространства, которое рассматривается как пространство событий движущегося, записываются как

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0, i, j, k \dots = 1, 2, \quad (79)$$

где метрика пространства имеет вид $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$, а метрический тензор определяется как

$$g_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & g' \end{pmatrix}, g' = k^2(1 - k^2 \sin^2 \varphi). \quad (80)$$

Здесь φ угол вращения грузов m симметричного вибратора, $k^2 = 2m/(M + 2m)$, M масса центрального тела и координаты $x_1 = x_c, x_2 = r\varphi = \varphi'$, где $r = const$ - радиус вращения грузов m . Введя обозначения для скорости центра масс $v_c = dx_c/dt$, для угловой скорости $w = r\omega = rd\varphi/dt$ и расписывая уравнения (79) покомпонентно, имеем

$$dv_c/dt = 0, \quad (81)$$

$$dw/dt + w^2 d(\sqrt{g'})/\sqrt{g'} d\varphi' = 0, \quad (82)$$

где мы перешли к дифференцированию по времени t с помощью соотношений $v_c = dx_c/dt = dx_c/ds \cdot ds/dt$ и $w = d\varphi' = d\varphi'/ds \cdot ds/dt$. Интегрируя уравнения (81), (82), имеем

$$v_c = const, \omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi_0}}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} \quad (83)$$

где φ_0, ω_0 начальный угол и угловая скорость. Такой же результат мы получаем, используя формализм Лагранжа с функцией Лагранжа вида [51]

$$L = T = \frac{1}{2}(M + 2m)v^2 + mr^2\omega^2 - 2mrv\omega \sin \varphi, v(t) = v_c + k^2 r\omega \sin \varphi(t). \quad (84)$$

Вместо уравнений (79) в рамках неголономной механики Декарта мы имеем

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} + T^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0, i, j, k \dots = 1, 2, \quad (85)$$

Подробные вычисления, проделанные с использованием этих уравнений проведены в работе [51], здесь же мы приведем окончательный результат вычислений для скорости центра масс 4D гироскопа v_c и для угловой скорости ω

$$\frac{dv_c}{dt} = \left(\frac{L(t)}{2mr} \frac{k^2 \sin \varphi}{(1 - k^2 \sin^2 \varphi)} + k^2 \Phi \frac{r\omega - v \sin \varphi}{(1 - k^2 \sin^2 \varphi)} \right), \quad (86)$$

$$\frac{d\omega}{dt} - \frac{k^2 \omega^2 \cos \varphi \sin \varphi}{1 - k^2 \sin^2 \varphi} = \left(\frac{L(t)}{2mr^2} \frac{1}{(1 - k^2 \sin^2 \varphi)} + \frac{\Phi}{r} \frac{B\omega \sin \varphi - v}{(1 - k^2 \sin^2 \varphi)} \right). \quad (87)$$

Из этих уравнений следует, что скорость центра масс v_c 4D гироскопа можно изменить, управляя моментом $L(t)$, который создается мотор-тормозом, изменяющим угловую скорость вращения ω грузов m внутри системы.

При исследовании 4D гироскопа мотор-тормоз был заменен сервомотором (рис.14), который управлялся специально разработанной компьютерной программой. Программа тормозила и ускоряла вращение грузов в определенных угловых секторах, при этом 4D гироскоп двигался только вперед, опровергая возражения оппонентов, утверждавших, что причиной движения являются силы трения между колесами поддерживающей тележки и подстилающей поверхностью.

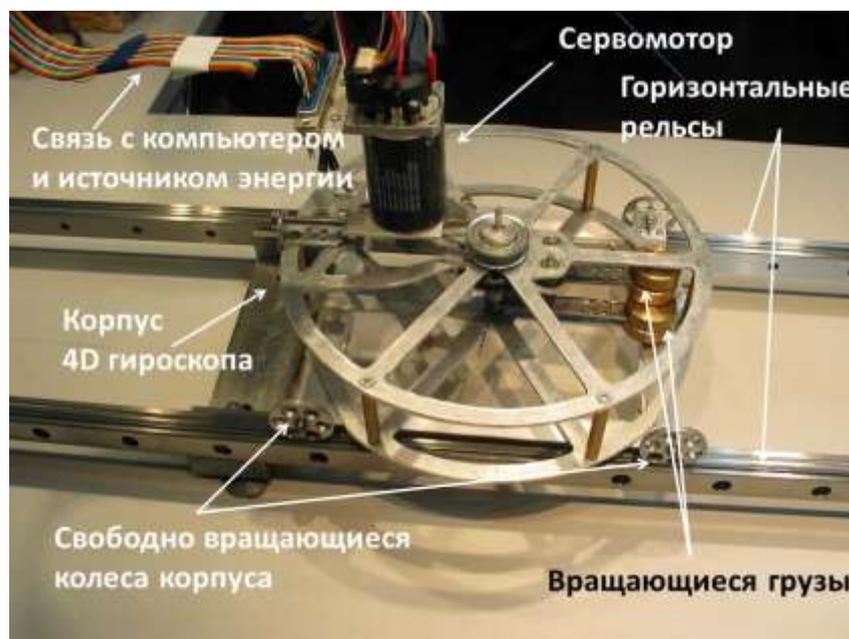


Рис.14. 4D гироскоп, управляемый через компьютер

На рис. 15 приведены сравнительные графики теоретических расчетов, проведенные с помощью математической программы Матлаб. Для этого, в рамках механики Ньютона,

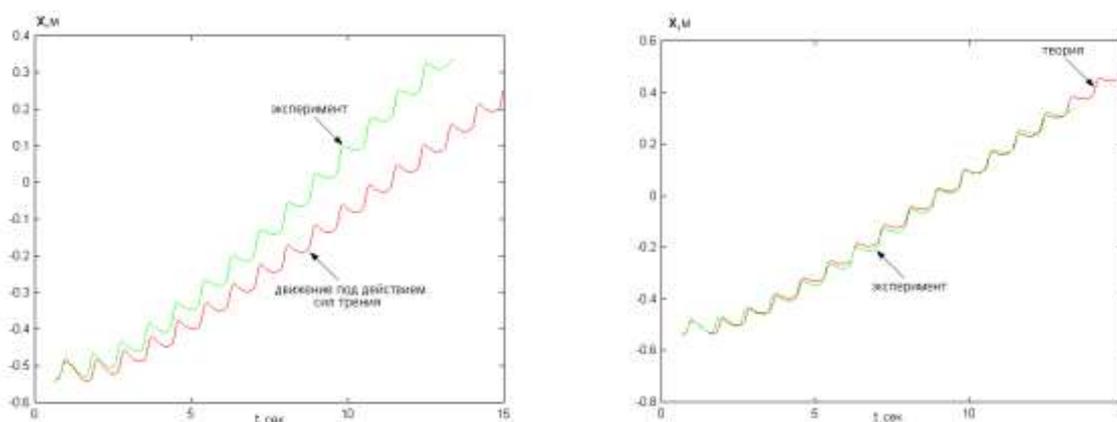


Рис.15. Сравнение экспериментальных и теоретических графиков: слева сравнивается теория Ньютона с учетом сил трения с экспериментом; справа сравнивается теория неголономной механики (уравнения (86) и (87)) с экспериментом

была построена теория движения 4D гироскопа за счет нелинейных сил трения и, затем, полученная теоретическая кривая сравнивалась с экспериментальным графиком (рис.15 слева). Справа на рис. 15 сравниваются теоретическая кривая, полученная из уравнений (86) и (87) с экспериментальной кривой. Это сравнение показывает, что причиной движения 4D являются внутренние силы инерции, действующие на его центр масс, а не силы трения.

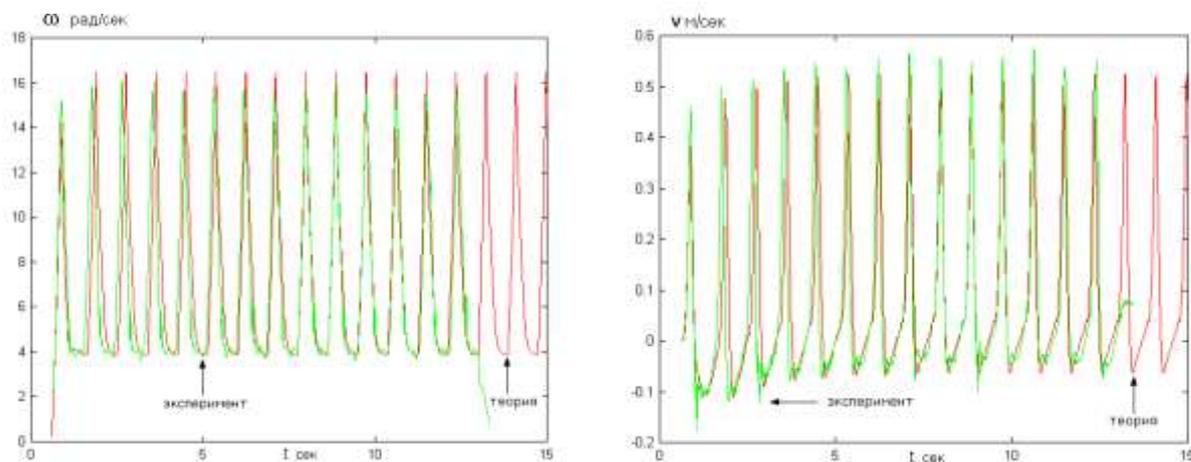


Рис. 16. Сравнение теоретических графиков с экспериментальными кривыми

На рис.16. сравниваются теоретические и экспериментальными графики: слева для угловой скорости ω вращения грузов m ; справа скорости $v(t) = v_c + k^2 r \omega \sin \varphi(t)$ корпуса 4D гироскопа.

Со времен Ньютона и до наших дней в официальной науке не было, и до сих пор нет, уравнений физики, удовлетворяющих требованию вращательной относительности. Никто не вводил вращательных координат как элементов пространства и, соответственно, вращательной метрики (15) пространства. Перечислим кратко фундаментальные результаты, проявленные благодаря ведению вращательной относительности в классической механике:

1. Торсионное поле T^i_{jk} проявляло себя в классической механике со времен Ньютона через силы инерции, но его значение в механике становится понятным только после введения в механику вращательной относительности.
2. В природе нет инерциальных систем отсчета. Поэтому с самого начала «правильная» классическая механика должна сразу формулироваться в ускоренных системах отсчета. Механика ускоренных систем отсчета не голономна, поскольку всякое ускоренное движение есть вращение и связь между голономными трансляционными координатами (например, координатами Декарта) и неголономными вращательными (например, углами Эйлера) неголономна.
3. Любое физическое движение сводится к вращению (гипотеза Декарта).
4. Введение неголономных вращательных координат в классической механике позволяет сделать четвертое обобщение (до этого были три: специальная, общая теории относительности и квантовая механика) классической механики, которое было названо механикой Декарта [28].

5. Законы сохранения механики Декарта обобщают законы сохранения механики Ньютона, поэтому возникла возможность создать транспортное средство принципиально нового типа, которое преобразует запас внутренней энергии аппарата в поступательную энергию центра масс [51].
6. Теоретические исследования 4D гироскопа приводят нас к выводу, что такой гироскоп является простейшим прибором для управления пространством и временем - [49-54].
7. Самым значимым следствием механики Декарта оказалась детерминированная квантовая теория (мечта Эйнштейна), в которой волновая функция оказалась реальным физическим полем – полем инерции, нормированным на единицу (соотношения (42),(43) и (45)).

3. Теоретические и экспериментальные предпосылки для обобщения теории гравитации Эйнштейна

Аналитическую основу теории гравитации Эйнштейна составляют уравнения поля

$$R_{jm} - \frac{1}{2} g_{jm} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{jm}, \quad i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad (88)$$

где T_{jm} - тензор энергии-импульса материи, не имеющий геометрической природы и, фактически, представляющий собой феноменологическую часть теории. Уравнения движения пробной точечной массы m записываются в виде уравнений геодезических риманова пространства [55]

$$m \frac{d^2 x^i}{ds^2} + m \Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0, \quad (89)$$

где Γ^i_{jk} символы Кристоффеля

$$\Gamma^i_{jk} = \frac{1}{2} g^{im} (g_{jm,k} + g_{km,j} - g_{jk,m}), \quad k = \frac{\partial}{\partial x^k}. \quad (90)$$

Эти величины рассматриваются в теории Эйнштейна как напряженности гравитационных полей, которые порождают кривизну Римана

$$R^i_{jkm} = 2\partial_{[k} \Gamma^i_{|j|m]} + 2\Gamma^i_{s[k} \Gamma^s_{|j|m]} \quad (91)$$

пространства событий. Формулы (88)-(91) заданы на множестве трансляционных координат $x_i = x_i(x_1, x_2, x_3, x_0)$, на котором действует риманова метрика

$$ds^2 = g_{ik}(x_i) dx^i dx^k \quad (92)$$

с симметричным метрическим тензором $g_{ik} = g_{ki}$, зависящим от трансляционных координат x_1, x_2, x_3, x_0 .

Основной физической принцип теории Эйнштейна утверждает эквивалентность гравитационной m_g и инерционной m_i масс (слабый принцип эквивалентности $m = m_g = m_i$), позволяющий записать уравнения (89) в виде

$$m_i \frac{d^2 x^i}{ds^2} + m_g \Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0. \quad (92)$$

Распространено мнение, что при создании релятивистской теории гравитации с уравнениями (88) и (92) А. Эйнштейн использовала сильный принцип эквивалентности, который гласит: – «равномерно ускоренное движение тела порождает (локально) поле инерции эквивалентное однородному гравитационному полю». Это мнение ошибочно, поскольку из уравнений (92) (в нерелятивистском приближении) не следуют уравнения (2), содержащие поле инерции \vec{W} и (компенсирующее его) однородное гравитационное поле \vec{g} внутри свободно падающего лифта. Хотя это утверждение очевидно, приведем его краткое доказательство. Для этого используем решение Шварцшильда [56]

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2\varphi_N}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{2\varphi_N}{c^2}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad \varphi_N = -MG/r \quad (93)$$

вакуумных уравнений Эйнштейна

$$R_{jm} = 0, \quad (94)$$

следующих из уравнений (88) и справедливых вне источников поля ($T_{jm} = 0$). В (93) φ_N – потенциал Ньютона, создаваемый центральной массой M . Представим метрический тензор g_{ik} в (93) в виде суммы

$$g_{ik} = \eta_{ik} + \gamma_{ik}, \quad (95)$$

где $\eta_{ik} = \eta^{ik} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ и $\gamma_{ik} = \gamma_{ki}$ – тензорный потенциал гравитационного поля. В слабых гравитационных потенциал γ_{ik} удовлетворяет условию

$$|\gamma_{ik}| \ll 1. \quad (96)$$

В этом приближении в метрике (93) выполняется неравенство $2\varphi_N/c^2 \ll 1$ и пространство можно рассматривать почти плоским

$$g_{ik} \approx \eta_{ik} = \text{diag}(1 - 1 - 1 - 1), ds \approx ds_0 = c dt \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}, R^i_{jkm} \approx 0. \quad (97)$$

В работе А. Эйнштейна [57] показано, что при условиях (96) и в нерелятивистском приближении из 10 компонент тензорного потенциала гравитационного поля γ_{ik} в уравнениях (92) отличны от нуля всего 4 компоненты $\gamma_{00}, \gamma_{10}, \gamma_{20}, \gamma_{30}$, образующие 4D векторный потенциал гравитационного поля θ_i

$$\theta_0 = \frac{c^2}{2} \gamma_{00}, \quad \theta_\alpha = \gamma_{\alpha 0} c^2, \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3, \quad (97)$$

а сами уравнения (92) принимают вид «гравитационной силы Лоренца»

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{E}_g + \frac{m}{c} [\vec{v}\vec{H}_g]. \quad (98)$$

Здесь гравитационные аналоги электромагнитных полей \vec{E}_g и \vec{H}_g определяются А. Эйнштейном как [57]

$$\vec{E}_g = -grad\theta_0 - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{\theta}}{\partial t}, \vec{H}_g = rot\vec{\theta}. \quad (99)$$

Используя решение (93), находим из (98)

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{E}_g = m\vec{g} = \frac{mMG}{r^2}. \quad (100)$$

Эти уравнения записаны в (квази)инерциальной системе отсчета и подобны уравнениям механики Ньютона. Они принципиально (качественно) отличаются от уравнений Ньютона, поскольку при условии $R^i_{jkm} = 0$, правая часть уравнений (100) обращается в нуль, в теории Ньютона отлична от нуля. Соответственно, исходные уравнения движения (92) тоже записаны в (квази)инерциальной системе отсчета. Их по праву можно релятивистским обобщением уравнений движения механики Ньютона, поскольку допускают совершить переход в ускоренную локально лоренцову систему отсчета, связанную, например, со свободно падающим лифтом Эйнштейна. Это оказалось возможным потому, что символы Кристоффеля Γ^i_{jk} в уравнениях (92) имеют не тензорный закон преобразования

$$\Gamma^{i'}_{j'k'} = \frac{\partial^2 x^i}{\partial x^{j'} \partial x^{k'}} \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i} + \frac{\partial x^j}{\partial x^{j'}} \frac{\partial x^k}{\partial x^{k'}} \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i} \Gamma^i_{jk}. \quad (101)$$

Переход в локально лоренцову систему отсчета определяется условием, что локально $\Gamma^i_{jk} = 0$ и уравнения (92) принимают вид уравнений $m_i d^2 x^i / ds^2 = 0$, которые, как и уравнения (2), описывают состояние невесомости в свободно падающем лифте Эйнштейна. Тем не менее, уравнения (92) теория гравитации Эйнштейна ограничены поскольку не описывают движение вращающихся тел и поэтому не удовлетворяют принципу вращательной относительности [15].

3.1. Ограниченность теории гравитации Эйнштейна

В уравнениях Эйнштейна (88) слева стоит геометрическая величина $G_{ik} = R_{ik} - g_{ik}R/2$ - тензор Эйнштейна. В плоской геометрии эта величина обращается в нуль. Справа в уравнениях (88) стоит тензор энергии-импульса материи T_{ik} , который не имеет геометрической природы, поэтому он не обращается в нуль даже в плоской геометрии. Отсюда следует, что правая и левая часть уравнений (88) не зависят друг от друга. А. Эйнштейн по этому поводу писал:

«Все попытки представить материю тензором энергии-импульса неудовлетворительны, и мы хотим освободить нашу теорию от специального выбора такого тензора».

Действительно, запишем уравнения (88) в виде

$$aG_{ik} = bT_{ik}, \quad (102)$$

где $a = 1$ и $b = 8\pi G/c^4$ - константы, отличные от нуля. Перейдем в уравнениях (102) к плоскому пространству, в котором $G_{ik} = 0$. В результате из (102) имеем

$$bT_{ik} = 0. \quad (103)$$

При $b \neq 0$ из (103) логически следует, что не геометризованный тензор энергии-импульса в уравнениях Эйнштейна (88) всегда равен нулю ($T_{ik} = 0$). Все попытки связать не геометрический тензор энергии-импульса материи T_{ik} с геометрическим тензором Эйнштейна G_{ik} несостоятельны. На это постоянно указывал А. Эйнштейна, говоря следующие слова:

«Однако такие тензоры энергии-импульса следует рассматривать как чисто временные и более или менее феноменологические способы представления структуры материи, и их присутствие в уравнениях делает невозможным определение того, насколько полученные результаты не зависят от специального предположения относительно состава материи. В действительности, единственными уравнениями гравитационного поля, которые бесспорно следуют из основных предположений общей теории относительности, являются уравнения для пустого пространства [58]».

Таким образом, А. Эйнштейн считал, что только уравнения (94) для пустого пространства (вакуумные уравнения Эйнштейна) имеют право называться «совершенными» уравнениями общерелятивистской теории гравитационного поля, а введенный «руками» тензор энергии-импульса материи T_{ik} в уравнениях (88) как временный выход из положения. Он потратил много времени на поиск полностью геометризованных (включая правую часть (88)) уравнений гравитационного поля. При этом А. Эйнштейн идет еще дальше, он говорит:

«Правая часть включает в себя все то, что не может пока быть объединено в единой теории поля. Конечно, я не одной минуты не сомневался в том, что такая формулировка есть только временный выход из положения, предпринятый с целью дать общему принципу относительности какое-то замкнутое выражение. Эта формулировка была ведь, по существу, не более чем теорией поля тяготения, несколько искусственно оторванного от единого поля еще неизвестной структуры [59]».

Иными словами, А. Эйнштейн считает, что необходимо найти в физике такое поле, которое: 1) имеет геометрическую природу; 2) имеет всеобщий характер и, в настоящее время, еще не осознано научным сообществом. Со времен Эйнштейна и до сих пор теоретики продолжают использовать уравнения (88) с правой частью, выбранной произвольно, в зависимости от цели, которую поставил перед собой исследователь. Более того, в таких важных разделах теоретической физики, как космология, правая часть в уравнениях (88) выбирается из условия, что источник гравитации имеет квантовую природу. При этом исследователи закрывают глаза на тот факт, что даже фундаментальные уравнения гравитации Эйнштейна для пустого пространства (94) еще не имеют адекватной квантовой формулировки. Большинство теоретиков не осознается, что современная квантовая теория не является фундаментальной теорией, а представляет собой конструктивную теорию, которая должна быть заменена на фундаментальную теорию. Вот что говорит об этом сам А. Эйнштейн:

«Мои усилия пополнить общую теорию относительности путем обобщения уравнений гравитации были предприняты отчасти в связи с предположением о том, что, по-видимому, разумная общерелятивистская теория могла бы дать ключ к более совершенной квантовой теории».

Здесь мы обращаем внимание читателя на гениальное предвидение А. Эйнштейна о существовании поля «пока неизвестной природы» и фундаментальной (совершенной) квантовой теории, следующей из уравнений Единой Теории Поля, найденных им, которая обобщает теорию относительности.

3.2. Влияние собственного вращения тела на движение его центра масс

Из полученных ранее результатов следует, что поле инерции (39) удовлетворяет уравнениям поля (A), (B.1) и (B.2), которые базируются на Всеобщем принципе относительности объединяющим поступательную и вращательную относительность [15], и есть то поле «неизвестной природы», при этом уравнения Шредингера (65) с волновой функцией (45) представляют собой простейшую фундаментальную квантовую теорию, описывающую динамику поля инерции (45).

Полученные нами ранее уравнения (73) обобщают уравнения движения (92) теории гравитации Эйнштейна. Используя соотношения (39) и (40), можно представить уравнения (73) в виде

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} + \Omega^i_j \frac{dx^j}{ds} = 0, \quad (104)$$

в котором $\Omega_{ji} = -\Omega_{ij}$ 4D угловая скорость вращения (40). Уравнения (104) предсказывают, что, например, в свободно падающем лифте Эйнштейна вращающаяся масса и масса без вращения движутся по разным траекториям. Действительно, в пространстве $A_4(6)$ теория гравитации, в которой справедливы уравнения (104), заданы две метрики:

- 1) на многообразии голономных трансляционных координат x, y, z, ct трансляционная метрика

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k, \quad g_{jk} = \eta_{ab} e^a_j e^b_k, \quad \eta_{ab} = \eta^{ab} = \text{diag}(1 - 1 - 1 - 1); \quad (105)$$

- 2) на многообразии неголономных вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ вращательная метрика

$$d\tau^2 = d\chi^a_b d\chi^b_a = T^a_{bk} T^b_{an} dx^k dx^n, \quad i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3. \quad (106)$$

В слабых гравитационных полях и при нерелятивистском приближении, можно считать, что для решения Шварцшильда (93), с учетом (105), выполняются соотношения

$$\frac{2\varphi_N}{c^2} \ll 1, \quad g_{ik} \approx \eta_{ik} = \text{diag}(1 - 1 - 1 - 1), \quad ds \approx ds_0 = cdt \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}, \quad (107)$$

$$R^i_{jkm} \approx 0, \quad e^{(0)}_0 \approx \left(1 + \frac{\varphi_N}{c^2}\right), \quad e^{(1)}_1 = e^{(2)}_2 = e^{(3)}_3 = \left(1 - \frac{\varphi_N}{c^2}\right), \quad \frac{v^2}{c^2} \ll 1. \quad (108)$$

Умножая уравнения (104) на m и расписывая 3D часть уравнений (104) с точностью до членов v^2/c^2 , находим уравнения движения частицы с учетом 4D вращения

$$m \frac{dv^\alpha}{dt} = -mc^2 \Gamma^\alpha_{00} - mc^2 \Omega^\alpha_0 - mc^2 \Omega^\alpha_\beta \frac{dx^\beta}{cdt}, \quad (109)$$

$$\alpha, \beta \dots = 1.2.3,$$

или, учитывая (40),

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - m\vec{W} - 2m[\vec{\omega}\vec{v}']. \quad (110)$$

На рис.17 представлен эксперимент, который показывает различие траекторий центра масс прецессирующего (рис.17 б) и не прецессирующего (рис.17 а) гироскопов в условиях невесомости http://www.youtube.com/watch?v=80fNo_3-5ws.

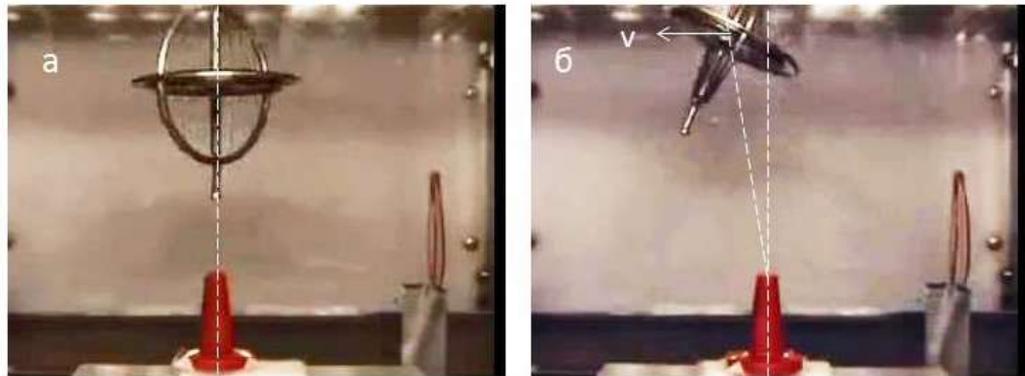


Рис.17. Различие траекторий гироскопов в невесомости: а) гироскоп без прецессии; б) прецессирующий гироскоп

В летающей лаборатории, летящей изначально горизонтально поверхности Земли с постоянной скоростью, гироскоп вращается без прецессии, опираясь на красную подставку. Затем, летающая лаборатория «пикирует», создавая условие невесомости. В результате центр масс гироскопа движется вертикально вверх с постоянной скоростью. Наблюдаемое явление теоретически объясняется решением уравнений Эйлера (35). При вертикальном расположении оси вращающегося гироскопа прецессия отсутствует и в уравнениях (35) выполняются соотношения

$$\vec{P} = m[\vec{\omega}\vec{r}_c] = 0, \vec{M} = [\vec{r}_c m\vec{g}] = 0, \vec{\omega} = \vec{\omega}_r, m\vec{g} + \vec{R} = 0, \quad (111)$$

откуда следует $\vec{R} = -m\vec{g}$, т.е. сила реакции опоры равна весу гироскопа и центр масс гироскопа находится в покое. Когда наступает состояние невесомости, уравнения принимают вид

$$\frac{d'\vec{P}}{dt} + [\vec{\omega}\vec{P}] = m\vec{g} + \vec{R}_0 - m\vec{W} = \vec{R}_0, \frac{d'\vec{L}}{dt} + [\vec{\omega}\vec{L}] = 0, \quad (112)$$

где $-m\vec{W}$ - сила инерции, компенсирующая гравитационную силу $m\vec{g}$ в состоянии невесомости, \vec{R}_0 - «остаточная» реакция опоры, действующая в момент перехода гироскопа в

состояние невесомости. Остаточная реакция порождает начальную скорость $\vec{V}_0 = \vec{R}_0 \Delta t / m$, где Δt - время действия \vec{R}_0 . В результате, центр масс гироскопа в состоянии невесомости движется вертикально вверх с постоянной скоростью $\vec{V}_0 = const.$

В случае прецессии ось вращения гироскопа наклонена по отношению вертикальной оси, совпадающей с вектором \vec{g} , при этом выполняются соотношения

$$\vec{P} = m[\vec{\omega} \vec{r}_c] = m[(\vec{\omega}_r + \vec{\Omega}_{II}) \vec{r}_c] = m[\vec{\Omega}_{II} \vec{r}_c] \neq 0, \quad (113)$$

где $\vec{\Omega}_{II}$ - угловая скорость прецессии. Из (113) следует в случае прецессии $\vec{R} \neq \mu \vec{g}$, и это должно привести к изменению траектории центра масс гироскопа в состоянии невесомости. Значение реакции будет отличаться от значения $-m\vec{g}$ на величину порядка $\vec{\Omega}_{II}^2$ [18]. Эта дополнительная сила зависит от угла наклона оси прецессирующего гироскопа. В момент отрыва гироскопа от опоры дополнительная сила мгновенно действует в направлении, противоположном наклону. Поэтому траектория центра масс прецессирующего гироскопа движется в состоянии невесомости, имея постоянную составляющую скорости в горизонтальном направлении (рис.17 б)).

В работе [60] экспериментально измерялось время падения право и левовращающихся гироскопов, имеющих частоту вращения 18000 об/мин, которое, затем, сравнивалось со временем падения гироскопа без вращения. Гироскоп весом 175 гр., изолированный

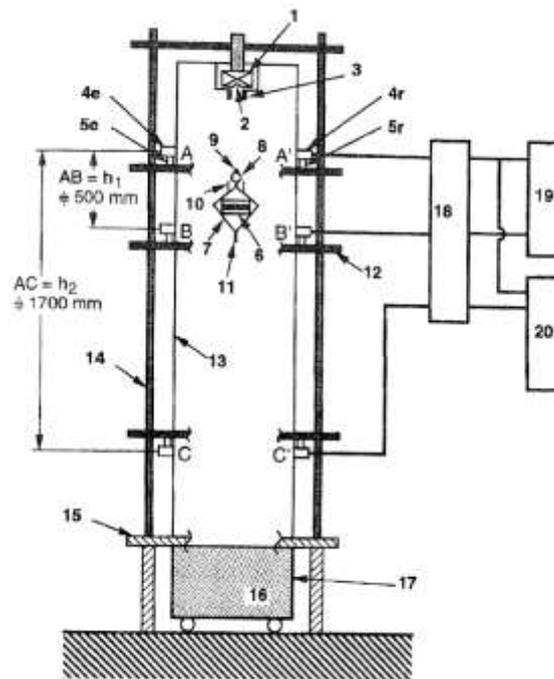


Рис.18. Установка для сравнения времени падение гироскопа с вращением и без него

изолированный от аэродинамических помех (рис.18), был подвешен, с помощью магнита 1. Когда падающий гироскоп пересекал шттырем 11 лазерную линию $A - A'$, запускался таймер для измерения времени падения. Когда шттырь гироскопа пересекал лазерную линию $C - C'$, таймер выключался. При этом расстояние от линии $A - A'$ до линии $C - C'$ равно 2.2 метра. В эксперименте учитывались возможное влияние на траекторию: 1) аэродинамических потоков; 2) электродинамических влияний магнита 1; 3) действие сил инерции [60]

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g}_0 - 2m[(\vec{\omega} + \vec{\Omega})\vec{v}'], \quad (114)$$

где $\vec{\Omega}$ - угловая скорость вращения Земли, $g_0 = 980.0658 \text{ см/сек}^2$ - ускорение свободного падения на широте эксперимента. Надо отметить, что использовать уравнение (114) надо использовать с осторожностью, поскольку гироскоп не материальная точка, а протяженный объект. Уж если учитывать действие сил инерции на гироскоп, то необходимо использовать уравнения Эйлера. Тем не менее, экспериментальные результаты работы [60] показывают, что:

$$\langle g_L - g_0 \rangle \geq 0.0029 \pm 0.0663 \text{ см/сек}^2, \quad (115)$$

$$\langle g_R - g_0 \rangle \geq -0.1392 \pm 0.0716 \text{ см/сек}^2. \quad (116)$$

Отсюда видно, что вращение гироскопа влево почти не влияет на падение гироскопа, однако *вращение вправо нарушает принцип эквивалентности*. Авторы называют это явление эффектом антигравитации. В работе [60] авторы утверждают, что в процессе падения гироскоп двигался без прецессии и без нутации. Однако, из уравнений (110) следует, что именно эти явления могут изменить траекторию центра масс вращающегося твердого тела.

3.3. Собственное вращение и высшие производные

Для описания движения тела, которая вращается вокруг собственной оси и, одновременно, движется по траектории в центральном гравитационном поле, можно использовать уравнения (24). Расписывая эти уравнения покомпонентно по локальному индексу, имеем

$$\frac{de^{(1)}_{\alpha}}{ds} = T^{(1)}_{(2)\gamma} \frac{dx^{\gamma}}{ds} e^{(2)}_{\alpha} = \Omega^{(1)}_{(2)} e^{(2)}_{\alpha}, \quad (117)$$

$$\frac{de^{(2)}_{\alpha}}{ds} = T^{(2)}_{(1)\gamma} \frac{dx^{\gamma}}{ds} e^{(1)}_{\alpha} + T^{(2)}_{(3)\gamma} \frac{dx^{\gamma}}{ds} e^{(3)}_{\alpha} = \Omega^{(2)}_{(1)} e^{(1)}_{\alpha} + \Omega^{(2)}_{(3)} e^{(3)}_{\alpha}, \quad (118)$$

$$\frac{de^{(3)}_{\alpha}}{ds} = T^{(3)}_{(2)\gamma} \frac{dx^{\gamma}}{ds} e^{(2)}_{\alpha} = \Omega^{(3)}_{(2)} e^{(2)}_{\alpha}. \quad (119)$$

Введем обозначение для касательного к траектории вектора $e^{(1)}_{\alpha} = t_{\alpha} = dx_{\alpha}/ds$, а так же обозначая $e^{(2)}_{\alpha} = n_{\alpha}$ и $e^{(3)}_{\alpha} = b_{\alpha}$,

$$\chi_1(s) = \kappa(s) = \Omega^{(1)}_{(2)} = 1/\rho_{\kappa}, \quad \chi_2(s) = \chi(s) = \Omega^{(2)}_{(3)} = 1/\rho_{\chi}, \quad (120)$$

где псевдоскаляры ρ_{κ} и ρ_{χ} - радиусы кривизны и кручения траектории соответственно. В результате уравнения (117)-(119) принимают вид уравнений Френе [61]

$$\frac{dt_\alpha}{ds} = \kappa(s)n_\alpha, t_\alpha = dx_\alpha/ds, \quad (121)$$

$$\frac{dn_\alpha}{ds} = -\kappa(s)t_\alpha + \chi(s)b_\alpha, \quad (122)$$

$$\frac{db_\alpha}{ds} = -\chi(s)n_\alpha. \quad (123)$$

В уравнениях Френе два псевдоскаляра однозначно определяют любую траекторию $x = x(s)$ с точностью до положения в пространстве. Из этих уравнений следуют поступательные уравнения движения начала O ориентируемой материальной точки

$$\frac{d^2x_\alpha}{ds^2} = \kappa(s)n_\alpha, \quad (124)$$

$$\frac{d^3x_\alpha}{ds^3} = \frac{d\kappa(s)}{ds}n_\alpha - \kappa^2(s)t_\alpha + \kappa(s)\chi(s)b_\alpha, \quad (125)$$

которые отличаются от уравнений механики Ньютона дополнительными уравнениями, содержащими третью производную d^3x_α/ds^3 . Переходя в уравнениях (124) от параметра s к параметру времени t , и, учитывая, что $d/dt = d/ds \cdot ds/dt$, имеем

$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} = a\vec{e}_{(1)} + \frac{1}{\rho_\kappa}v^2\vec{e}_{(2)}, \quad (126)$$

где $v = ds/dt = |\vec{v}|$ - скалярная скорость и $a = dv/dt = |\vec{a}|$. Из уравнений (117)-(119) и равенств (120) следует, что величина ρ_κ является псевдоскаляром, знак которого зависит от выбора системы отсчета. Поскольку $\rho_\kappa = |\vec{r}'| = r'$, то $v = \omega r'$, и (126), после умножения на массу m , можно записать как

$$m \frac{d^2\vec{x}}{dt^2} = -ma\vec{e}_{(1)} - m\omega^2 r' \vec{e}_{(2)} \quad (127)$$

Знак - выбран у псевдоскаляра ρ_κ и у скаляра a из физических соображений, чтобы в уравнениях (127) силы инерции в правой части совпадали с силами инерции в уравнениях (1). Ускорение a в (127) представим через угловую ω частоту как

$$a = |\vec{a}| = |\dot{\vec{\omega}}\vec{\rho}_\kappa| = |\dot{\vec{\omega}}\vec{r}'|$$

поэтому уравнения (127) записываются как

$$m \frac{d^2\vec{x}}{dt^2} = -m [\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}']] - m[\dot{\vec{\omega}}\vec{r}'], \quad (128)$$

куда вошли две (из четырех сил в (1)) силы инерции $-m[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}']]$ и $-m[\dot{\vec{\omega}}\vec{r}']$.

Итак, мы показали, что кручение (19) геометрии $A_3(3)$, образующее коэффициенты вращения Риччи (23) в уравнениях (117)-(119), порождает поля инерции $[\dot{\vec{\omega}}\vec{r}']$ и $[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}']]$.

Переходя в уравнениях (33) к параметру времени, имеем для третьей производной

$$\ddot{\vec{x}} = (\dot{a} - \kappa^2 v^3) \vec{e}_1 + (3v\dot{a}\kappa + v^2 \dot{\kappa}) \vec{e}_2 + \kappa \chi v^3 \vec{e}_3, \quad (129)$$

где мы обозначили $\ddot{x} = d^3x/dt^3$, $\dot{a} = da/dt$, $\dot{\kappa} = d\kappa/dt$. Умножая уравнения (129) на массу m , получим дополнительные уравнения движения ориентируемой материальной точки, содержащие третью производную

$$m\ddot{\vec{x}} = -m(\dot{a} - \kappa^2 v^3) \vec{e}_1 - m(3v\dot{a}\kappa + v^2 \dot{\kappa}) \vec{e}_2 - m\kappa \chi v^3 \vec{e}_3. \quad (130)$$

Уравнения (130) в механике Ньютона отсутствуют, хотя в работах [36, 37] было показано, что учет в механике высших производных позволяет центру масс механической системы двигаться под действием внутренних сил. В нашем случае такими силами оказываются силы инерции в уравнении (130), порожденные кручением (19) пространства $A_3(3)$.

Используя уравнения Френе (121)-(123) можно доказать следующую полезную формулу [62]

$$\chi(s) = \frac{(\dot{\vec{x}} \cdot \ddot{\vec{x}} \cdot \ddot{\vec{x}})}{(\dot{\vec{x}} \times \ddot{\vec{x}})^2}, \quad (131)$$

где $\dot{\vec{x}} = d\vec{x}/ds$, $\ddot{\vec{x}} = d^2\vec{x}/ds^2$, $\ddot{\vec{x}} = d^3\vec{x}/ds^3$. Из этой формулы следует, что кручение (131) траектории частицы обращается в нуль, если равна нулю третья производная, $\ddot{\vec{x}} = d^3\vec{x}/ds^3$. В этом случае траектория оказывается плоской (лежит в плоскости). Этот вывод имеет важные практические предложения, в том смысле, что кручение (131) описывает собственную частоту вращения (киральность), в отличие от кривизны $\kappa(s)$, которое связано (см. формулу (126)) с орбитальной частотой вращения. В теории гравитации Ньютона и Эйнштейна вращение материи не меняет геометрии пространства, поэтому неважно, вращается тело при движении в гравитационном поле или нет. Одна из опытов следует, и это предсказывают уравнения движения (24) и (104), что собственное вращение тел сказывается на их траектории.

Пожалуй, впервые с этим столкнулись при изучении точности стрельбы из нарезного оружия, когда снаряд, выпущенный из пушки с правой нарезкой ствола, отклонялся вправо от плоскости траектории, а с левой нарезкой влево [63]. Специалисты объясняют это явление эффектом Магнуса, который при полете снаряда может возникнуть при боковом ветре и зависит с какой стороны на снаряд действует ветер. Это объяснение качественное и если отражает реальное положение вещей, то лишь частично. На рис. 19 представлен полет

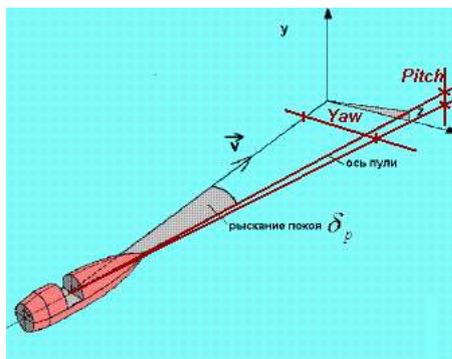


Рис. 19. Вращающаяся пуля движется как гироскоп

вращающейся пули как гироскопа. После того, как вращающаяся пуля вылетела из ствола, встречный поток воздуха вызывает ее прецессию (нутацией из-за малости амплитуды обычно пренебрегают) и возникает угол рыскания пули δ_p и подача «pitch», обеспечивающая подъем пули по оси y (рис.19). Обратим внимание, что угол рыскания возникает не случайным образом, а всегда вправо при правой нарезке ствола и влево при левой нарезке. Это указывает на существование постоянной причины, роль которой встречный воздух вряд ли способен выполнять.

3.4. Аномальные траектории американских спутников Эксплорер

Результаты космического эксперимента, вызвавшего в свое время переполох в НАСА, были поняты Вернером Фон Брауном и его окружением в 1957 г. как *ограниченность законов теории гравитации Ньютона и Эйнштейна*. Американский спутник Explorer-I был запущен 31 января 1958 года в 22 часа 48 минут по восточному времени, с площадки 26А на Мысе Канаверал. Сразу же после запуска реальная траектория Explorer-I недвусмысленно нарушила законы известной физики XX века. И это не получило никакого научного признания, призов или обсуждений... даже через 50 лет после абсолютно неожиданного открытия.

Explorer-I был запущен и двигался со скоростью 28.962 км/час (или 8 км/сек) и, облетев Землю, должен был вернуться обратно в полосу специальных радиоприемников, установленных в пустынях севернее Сан-Диего (Калифорния) через полтора часа после запуска спутника примерно в 0 часов 30 минут. Наступило установленное время, а ожидаемых сигналов от спутника не было. К 0 часов 41 минуте, казалось, все стало ясно. Вместо того чтобы выйти на орбиту и облететь Землю, спутник не вышел на расчетную орбиту. Наконец в 0 часов 42 минуты сигналы спутника были услышаны!

Ожидалось, что орбита будет иметь в перигее (самая низкая высота над Землей) около 224 км и в апогее (самая большая высота) 1575 км. На самом деле перигей и апогей оказались 360 км и, более значимо, 2534 км соответственно, с орбитальным периодом 114,7 минуты вместо 105 минут, как ожидалось. Поскольку реальными параметрами орбиты оказались 360 км и 2534 км, почти на 959 км в апогее выше расчетных, были проведены дополнительные исследования работы двигателя, которые показали, что двигатель не является причиной обнаруженных аномалий.



Рис.20. Пятидесятилетний секрет Вернера Фон Брауна: нарушение законов механики Ньютона и Эйнштейна при запуске Эксплореров I, II, III и т.д.

За срок чуть больше полутора лет, прошедших между первым появлением аномалии Explorer-I в сентябре 1959 года, фон Браун успешно запустил еще два спутника Explorer и все они демонстрировали тот же вид «загадочных аномалий орбит», что и Explorer-I !

В результате фон Браун пришел к выводу, что почти трехсотлетние общепринятые законы тяготения Ньютона каким-то образом оказались неверными, так же, как и его не подвергаемые сомнениям законы движения, и даже общая теория относительности Эйнштейна.

Вернер фон искал «альтернативное гравитационное решение» главной проблемы Explorer-I, не включающего «тривиальных ракетных объяснений». Иными словами, в отличие от публичных «оправданий» аномального поведения Explorer-I, в частном порядке он искал серьезную рабочую альтернативу теории Ньютона и Эйнштейна. На рис.20 слева изображена расчетная (красный цвет) и наблюдаемая (белый цвет) траектории первых американских спутников из серии Эксплорер (всего было 11 запусков). Объяснить расхождение почти в 1000 км между траекториями так никому и не удалось. Никто не обратил внимание, что при запуске вторая и третья ступени ракеты Юпитер вращались с угловой скоростью 750 оборотов в минуту (рис. 20 справа) <https://www.youtube.com/watch?v=qXV8U-6t13U> . Поэтому, на пути разгона ракеты, когда 2 и 3 ступени вращались, необходимо было использовать не уравнения механики Ньютона или Эйнштейна, а уравнения неголономной механики (24) и (104), учитывающие силы инерции, порожденные вращением спутника. Это подтверждает формула [15]

$$d\delta x^i - \delta dx^i = -\Omega_{jk}^i \delta x^j dx^k, \quad (132)$$

которая отражает известный в дифференциальной геометрии факт – бесконечно малые параллельные перенесения (трансляции) векторов δx^i и dx^k в геометрии абсолютного параллелизма $A_4(6)$ из точки A в точку B по разным путям порождает зазор, определяемый объектом неголономности Ω_{jk}^i . Этому не знали Вернер Фон Браун и все теоретики, которых он привлекал для объяснения аномальных размеров орбит спутника Explorer.

Американский исследователь Брюс де Пальма придумал простой, но очень эффектный эксперимент для сравнения движения вращающейся массы и такой же масс без вращения (рис. 21).

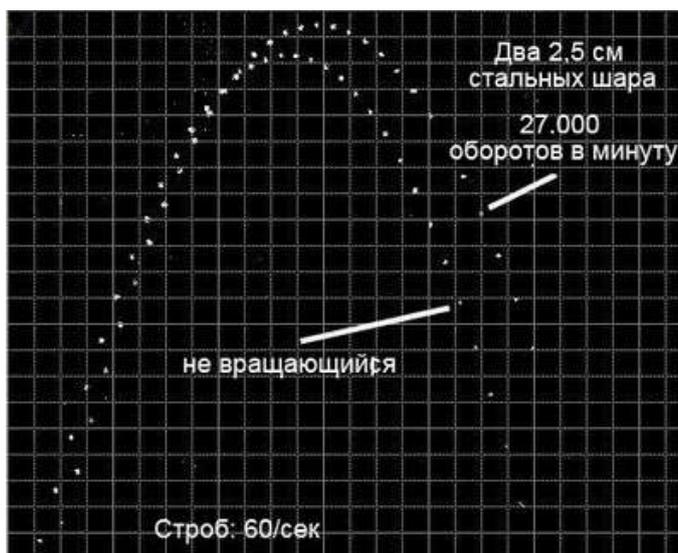


Рис.21. Эксперимент Брюса де Пальма

Для этого он использовал высоко оборотистую дрель, которая вращалась с максимальной угловой скоростью 27000 об/мин. На валу дрели крепится чашка, удерживающая стальной шарик диаметром 2.5 см. Рядом с ним, на специальном кронштейне, укрепленном на корпусе дрели, такая же чашка, на которой лежит такой же шарик. Дрель держат вертикально вверх, так что лежащие в обеих чашках шарики находятся на одном уровне. После включения дрели шарик в чашке на валу раскручивается до частоты вращения 27000 об/мин. Как только дрель набирает максимум оборотов, ассистент, держащий её, резко толкает дрель вверх с небольшим уклоном от вертикали. После толчка шарики вылетают с одинаковой начальной скоростью. Летящие шарики Брюс Де Пальма освещает стробоскопическими вспышками со скоростью 60 раз в секунду и производит съемку фотокамерой с открытым затвором. В результате на фотографии появляются траектории шариков, обозначенные светящимися точками. Оказалось, что вращающийся шарик взлетал выше и падал быстрее, чем не вращающийся (рис. 21). Этот неожиданный, сточки зрения теории гравитации Ньютона-Эйнштейна, результат интерпретируется как изменение ускорения свободного падения для вращающегося шарика, при этом на взлете $g = g_0 + \Delta g$, а на спуске $g = g_0 - \Delta g$.

4. Уравнения теории гравитации в пространстве $A_4(6)$

Выше было сказано, что уравнения (A) следуют из определения кручения (41). Действительно, умножая (41) слева на e^a_i и используя условие ортогональности

$$e^a_i e^i_b = \delta^a_b, \quad e^a_j e^i_a = \delta_j^i, \quad (133)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3$$

представим (41) как

$$\nabla_{[j} e^a_{k]} - \Omega^{i}_{jk} e^a_i = 0 \quad (134)$$

или, поскольку $-\Omega^{i}_{jk} = T^i_{[jk]}$,

$$\nabla_{[j} e^a_{k]} + T^i_{[jk]} e^a_i = 0. \quad (135)$$

пространства $A_4(6)$. Эти уравнения можно ввести несколькими способами, например, представив коэффициенты вращения Риччи в виде

$$T^i_{jk} = e^i_a \nabla_k e^a_j = -e^a_j \nabla_k e^i_a, \quad (133)$$

где ∇_k - ковариантная производная относительно символов Кристоффеля (90), в которых метрический тензор определяется как $g_{jk} = \eta_{ab} e^a_j e^b_k$. Умножая (133) слева на e^j_b и e^a_i и используя условия ортогональности

$$e^a_i e^i_b = \delta^a_b, \quad e^a_j e^i_a = \delta_j^i, \quad (134)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3,$$

получаем

$$T^a_{bk} = e^a_i e^j_b (e^i_a \nabla_k e^a_j = -e^a_j \nabla_k e^i_a), \quad (135)$$

или

$$a) T^a_{bk} - e^j_b \nabla_k e^a_j = 0, \quad b) T^a_{bk} + e^a_i \nabla_k e^i_b = 0, \quad (136)$$

что эквивалентно

$$a) \nabla_k e^a_j - e^b_j T^a_{bk} = 0, \quad b) \nabla_k e^j_b + e^j_a T^a_{bk} = 0. \quad (137)$$

Альтернируя эти соотношения по индексам k и j , получаем

$$a) \nabla_{[k} e^a_{j]} - e^b_{[j} T^a_{|b|k]} = 0, \quad b) \nabla_{[k} e^j]_b + e^j_a T^a_{|b|k]} = 0. \quad (138)$$

Тензор кривизны пространства S^i_{jkm} пространства $A_4(6)$, образованный с использованием связности (49), обращается в нуль [15]

$$S^i_{jkm} = 2\Delta^i_{j[|m|,k]} + 2\Delta^i_{n[k} \Delta^n_{|j|m]} = 0, \quad (139)$$

поэтому параллельный перенос произвольного вектора из точки A в точку B относительно связности (49) оказывается голономным (далекий параллелизм [64]). Связность (49) представляется в виде суммы $\Delta^i_{jk} = \Gamma^i_{jk} + T^i_{jk}$. Подставляя (49) в (138), получаем [65, 66, 15]

$$S^i_{jkm} = R^i_{jkm} + P^i_{jkm} = 0, \quad (140)$$

где R^i_{jkm} и P^i_{jkm} определяются соотношениями (91) и

$$P^i_{jkm} = 2\nabla_{[k} T^i_{|j|m]} + 2T^i_{n[k} T^n_{|j|m]}. \quad (141)$$

Если подставить (133) в (141), мы получим известное тождество Риччи

$$P^i_{jkm} = -2e^i_a \nabla_{[m} \nabla_k] e^a_j. \quad (142)$$

Учитывая (141), запишем (140) в виде

$$S^i_{jkm} = R^i_{jkm} + 2\nabla_{[k} T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k} T^s_{|j|m]} = 0. \quad (143)$$

Соотношения (138) и (143) носят характер тождеств и превращаются в уравнения (A) и (B) при условии, что величины e^i_a , T^i_{jk} и R^i_{jkm} являются независимыми величинами. Такой подход совпадает и с идеями идеям Ф. Клейна [67] сопоставить каждой геометрии некоторую характеризующую данную геометрию группу и с работами Э. Картана [68,81], в которых структурные уравнения группы совпадают со структурными уравнениями Картана.

Покажем, что уравнения гравитации (A), (B.1) и (B.2), сформулированные в рамках идей Ф. Клейна и Э.Картана, представляют собой структурные уравнения Картана геометрии абсолютного параллелизма $A_4(6)$.

4.1. Матричная запись уравнений поля инерции

Будем рассматривать геометрию $A_4(6)$ как групповое десятимерное многообразие, образованное четырьмя поступательными координатами x_i ($i = 0,1,2,3$) и шестью (силу соотношений (134)) угловыми координатами $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$. Пусть на этом многообразии действует группа четырехмерных трансляций T_4 и группа вращений $O(3.1)$. Введем инвариантную производную [69]

$$\nabla_a = e^i{}_a \partial_i, \quad (144)$$

компоненты которой представляют собой генераторы локальной группы трансляций T_4 . Если представить тетраду в виде суммы

$$e^i{}_a = \delta^i{}_a + a^i{}_a, \quad (145)$$

$$i, j, k \dots = 0,1,2,3, \quad a, b, c \dots = 0,1,2,3,$$

то поле $a^i{}_a$ можно рассматривать как потенциал калибровочного поля группы трансляций T_4 . В том случае, когда $a^i{}_a = 0$, генераторы (144) совпадают с генераторами глобальной группы трансляций евклидова пространства E_4 .

По координатному индексу k неголономная тетрада $e^i{}_a$ преобразуется как вектор

$$e^{i'}{}_a = \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i} e^i{}_a,$$

откуда, после подстановки (145), следует

$$a^{i'}{}_a = \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^k} e^k{}_a + \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^k} \delta^k{}_a - \delta^{k'}{}_a. \quad (146)$$

Определим тетраду теперь тетраду $e^i{}_a$ в виде

$$e^i{}_a = \nabla_a x^i \quad (147)$$

и запишем коммутационные соотношения для генераторов локальной группы трансляций (144) как

$$\nabla_{[a} \nabla_{b]} = -\Omega_{ab}{}^c \nabla_c, \quad (148)$$

где $-\Omega_{ab}{}^c$ – структурные функции группы трансляций T_4 пространства $A_4(6)$. Действуя оператором (148) на многообразие трансляционных координат x^i , получим структурные уравнения группы T_4 пространства $A_4(6)$ в виде

$$\nabla_{[a} \nabla_{b]} x^i = -\Omega_{ab}{}^c \nabla_c x^i, \quad (149)$$

или

$$\nabla_{[a} e^i{}_{b]} = -\Omega_{ab}{}^c e^i{}_c = T_{[ab]}^c e^i{}_c. \quad (150)$$

Переходя в уравнениях (150) от локальных индексов $a, b, c \dots = 0,1,2,3$ в производной ∇_a к координатным индексам $i, j, k \dots = 0,1,2,3$, приводит к уравнениям (A)

$$\nabla_{[k} e^a_{m]} + e^b_{[k} T^a_{|b|m]} = 0. \quad (A).$$

Это доказывает, что уравнения (A) являются структурными уравнениями группы трансляций T_4 .

и шестью (силу соотношений (134)) угловыми координатами $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$. Пусть на [многообразии вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ действует группа шестимерных вращений $O(3,1)$. Неголономные координаты $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ не образуют вектора или тензора, зато можно записать матрицу дифференциалов неголономных вращательных координат как

$$d\chi_{ab} = -d\chi_{ba} = \begin{pmatrix} 0 & -d\theta_1 & -d\theta_2 & -d\theta_3 \\ d\theta_1 & 0 & -d\varphi_3 & d\varphi_2 \\ d\theta_2 & d\varphi_3 & 0 & -d\varphi_1 \\ d\theta_3 & -d\varphi_2 & d\varphi_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (151)$$

По аналогии с группой трансляций введем ковариантную производную

$$\nabla_i^* = \nabla_i + T_i, \quad (152)$$

где T_i – матрица T^a_{bk} , у которой опущены матричные индексы a и b , причем ∇_i^* и ∇_i – ковариантные производные относительно связности геометрии абсолютного параллелизма (49) и символов Кристоффеля (90) соответственно. Будем рассматривать компоненты этой производной как генераторы группы вращений $O(3,1)$. Действуя этим оператором на многообразии угловых координат χ_{ab} , имеем

$$\nabla_i^* e^m = \nabla_i e^m + T_i e^m = 0, \quad (153)$$

откуда

$$\nabla_i e^m = -T_i e^m. \quad (154)$$

Отметим, что в (147) мы определили e^i_a на многообразии четырех трансляционных координат x^i как представителя угловых координат χ_{ab} , а в соотношении (154) мы определили 24 суперкоординаты T^a_{bk} через шесть компонент e^i_a .

Возьмем ковариантную производную ∇_k от соотношения (154)

$$\nabla_k \nabla_i e^m = -\nabla_k (T_i e^m) = -(\nabla_k T_i e^m + T_i \nabla_k e^m) = -(\nabla_k T_i e^m + T_i e^m e_m \nabla_k e^m).$$

Из (154) следует $T_i = -e_m \nabla_i e^m$, поэтому окончательно имеем

$$\nabla_k \nabla_i e^m = -(\nabla_k T_i + T_i T_k) e^m. \quad (155)$$

Альтернируя (155) по индексам k и i , находим

$$2\nabla_{[k} \nabla_{i]} e^m = R_{ki} e^m, \quad (156)$$

где

$$R_{ki} = 2(\nabla_{[i} T_{k]} + T_{[i} T_{k]}). \quad (157)$$

Восстанавливая в уравнениях (157) матричные индексы $a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3$, получим структурные уравнения группы вращений $O(3.1)$

$$R^a{}_{bkm} = 2 \left(\nabla_{[m} T^a{}_{|b|k]} + T^a{}_{c[m} T^c{}_{|b|k]} \right) = -2 \left(\nabla_{[k} T^a{}_{|b|m]} + T^a{}_{c[k} T^c{}_{|b|m]} \right). \quad (B)$$

В этих уравнениях величины $R^a{}_{bki}$ представляют собой структурные функции калибровочной группы вращений $O(3.1)$, а $T^a{}_{bk}$ – потенциалы калибровочного поля $R^a{}_{bki}$ этой группы.

Вектора $e^a{}_i$ геометрии $A_4(6)$ расположены в касательной к каждой точке многообразия x^i псевдоевклидовой плоскости и образуют векторное расслоение [70], поэтому десятимерное многообразие (четыре трансляционных координаты x^i и шесть вращательных координат (151)) геометрии $A_4(6)$ можно рассматривать как расслоение с координатами базы x^i и неголономными координатами слоя $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$. Если в базе действует калибровочная группа трансляций T_4 со структурными уравнениями (A), то в слое группа вращений $O(3.1)$ со структурными уравнениями (B).

Из формулы (147) бесконечно малые трансляции в базе x^i в направлении a определяется вектором

$$ds^a = e^a{}_i dx^i. \quad (158)$$

Образуя из (158) и ковариантного вектора $ds_a = e^i{}_a dx_i$ инвариантную свертку

$$ds^2 = ds^a ds_a = e^i{}_a e^a{}_i dx_i dx^i = \eta_{ab} e^a{}_j e^b{}_k dx^j dx^k = g_{jk} dx^j dx^k \quad (159)$$

где $\eta_{ab} = \eta^{ab} = \text{diag}(1 - 1 - 1 - 1)$ – метрический тензор касательного псевдоевклидова пространства и

$$g_{jk} = \eta_{ab} e^a{}_j e^b{}_k \quad (160)$$

- метрический тензор базы, заданный на группе трансляций T_4 (смотри ф-лы (105)).

С другой стороны, бесконечно малые вращения в слое χ_{ab} в направлениях a и b определяется тензором

$$d\chi^a{}_b = T^a{}_{bk} dx^k. \quad (161)$$

Образуя инвариант $d\tau^2 = d\chi^a{}_b d\chi^b{}_a$ получим метрику

$$d\tau^2 = d\chi^a{}_b d\chi^b{}_a = T^a{}_{bk} T^b{}_{an} dx^k dx^n = -D e^b{}_k D e^k{}_b, \quad (162)$$

с метрическим тензором

$$H_{kn} = T^a{}_{bk} T^b{}_{an}, \quad (163)$$

заданным на группе вращений $O(3.1)$. В (162) символ D означает абсолютный дифференциал по символам Кристоффеля $\Gamma^i{}_{jk}$.

Для вывода структурных уравнений Картана геометрии $A_4(6)$, введем 1- формы тетрады $e^a{}_m$ и связности абсолютного параллелизма $\Delta^a{}_{bm} = \Gamma^a{}_b + T^a{}_b = T^a{}_b$ [15]:

$$e^a = e^a{}_m dx^m, \quad (164)$$

$$\Delta^a_b = \Delta^a_{bm} dx^m. \quad (165)$$

Вычисляя внешние дифференциалы от e^a и Δ^a_b и учитывая абсолютный параллелизм геометрии $A_4(6)$, т.е.

$$de^a = d(e^a_m dx^m) = 0, \quad (166)$$

$$d\Delta^a_b = d(\Delta^a_{bm} dx^m) = 0, \quad (167)$$

Получаем из (166) первые и из (167) вторые структурные уравнения Картана геометрии $A_4(6)$ виде [15]

$$de^a + e^b \wedge T^a_b = 0, \quad (A)$$

$$R^a_b + dT^a_b - T^c_b \wedge T^a_c = 0, \quad (B)$$

Эти уравнения могут быть переписаны в смешенных индексах как [15]

$$\nabla_{[k} e^a_{m]} + e^b_{[k} T^a_{|b|m]} = 0, \quad (A)$$

$$R^a_{bkm} + 2\nabla_{[k} T^a_{|b|m]} + 2T^a_{c[k} T^c_{|b|m]} = 0. \quad (B)$$

Чтобы показать, что уравнения (A), (B) обобщают вакуумные уравнения Эйнштейна $R_{jm} = 0$, используем разложение тензора Римана на неприводимые части

$$R_{ijkl} = C_{ijkl} + g_{i[k} R_{m]j} + g_{j[k} R_{m]i} + R g_{i[m} g_{k]j} / 3. \quad (168)$$

Подставляя это соотношение в уравнения (B), можно представить их расширенной системы уравнений Эйнштейна-Янга Миллса [15]

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \nu T_{ik}, \quad (B.1)$$

$$C^i_{jkm} + 2\nabla_{[k} T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k} T^s_{|j|m]} = -\nu J^i_{jkm}, \quad (B.2)$$

где тензор энергии-импульса материи T_{ik} и тензорный ток J^i_{jkm} выражаются через поле инерции T^i_{jk} соотношениями (46), (47).

Таким образом, мы доказали, что уравнения (A), (B) являются структурными уравнениями группы трансляций T_4 (уравнения (A)) и группы вращений $O(3.1)$ (уравнения (B)), и, одновременно, первыми и (уравнения (A)) и вторыми (уравнения (B)) структурными уравнениями Картана геометрии абсолютного параллелизма геометрии $A_4(6)$.

5. Спинорная система отсчета, комплексная геометрия абсолютного параллелизма $A_4(6)$ и формализм Ньюмена-Пенроуза-Кармели

Простой и наглядной физической интерпретацией комплексного числа $z = x + iy$, $i = \sqrt{-1}$ является, например, вращение массы m по окружности (рис. 22). Если масса вращается с постоянной частотой $\omega = const$, то этому процессу можно сопоставить гармоническое колебание $x = A \cos \varphi = A \cos \omega t$ (рис.22 справа), которое описывается реальной частью комплексного числа $x = Re z = r \cos \varphi = r \cos \omega t$, $r = A$. Совершенно очевидно, что комплексное число в этом сравнении содержит больше физической информации, чем гармоническое колебание. В нашем случае, комплексное число, содержащее комплексно-

сопряженную часть, описывает правое и левое вращение, которому в гармоническом колебании, если учесть формулу Эйлера $e^{\pm i\omega t} = \cos \omega t \pm i \sin \omega t$, соответствуют положительные и отрицательные частоты в экспоненте. Кроме того, если колебание происходит в плоскости, то вращение массы m , вообще говоря, представляется трехмерным. В самом деле, если мы для описания вращения а) введем радиус вектор \vec{r} , б) касательный к окружности вектор скорости \vec{v} и в) псевдовектор угловой скорости $\vec{\omega}^+$, то из соотношения $\vec{v} = [\vec{\omega}^+ \vec{r}]$ следует, что псевдовектор $\vec{\omega}^+$ перпендикулярен плоскости, в которой расположены вектора \vec{r} и \vec{v} , причем в правой системе отсчета псевдовектор $\vec{\omega}^+$ направлен в ту сторону, откуда вращение видно против часовой стрелки. На рис. 22 псевдовектор $\vec{\omega}^+$

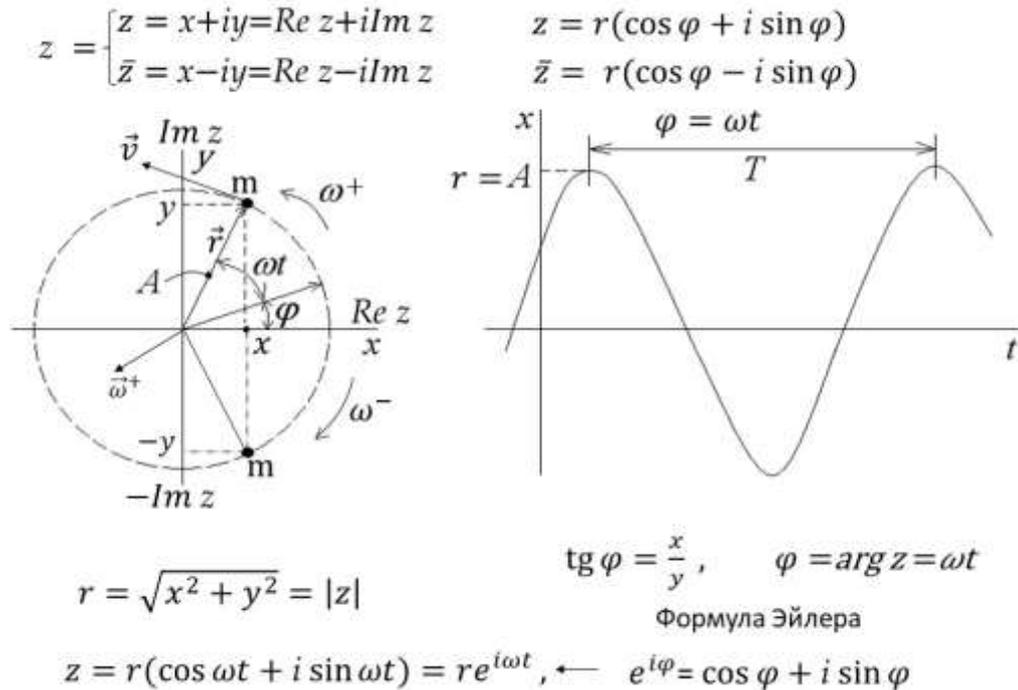


Рис.22. Физический смысл и различные формы представления комплексного числа

направлен на нас. Заметим, что при $\omega = 0$ комплексное число вырождается в действительное, при этом пропадает всякая физическая динамика, связанная с вращением и колебанием, и мы получаем стационарное состояние динамической системы. Поскольку механика Декарта сводит любую динамику к вращению, а теория струн, следуя квантовой механике, все сводит к «колебаниям струн», то использования комплексных и гиперкомплексных чисел (например, для описания многомерных вращений и колебаний) является эффективным, математическим аппаратом, значительно упрощающим физические вычисления [71].

Если $\omega \neq 0$, то особое место в физике занимают сопряженные комплексные числа, обладающие рядом важных физики свойств, а именно:

- 1) Сумма и произведение двух сопряженных чисел есть число действительное

$$z + \bar{z} = (x + iy) + (x - iy) = 2x, \quad (169)$$

$$z \cdot \bar{z} = (x + iy)(x - iy) = x^2 + y^2.$$

2) Сопряженное число к сопряженному есть исходное

$$\overline{\overline{z}} = z. \quad (170)$$

3) Деление сопряженных чисел z/\bar{z} при домножении знаменателя на z изменяет знаменатель от комплексности, что при $\bar{z} \neq 0$ позволяет записать комплексное число в каноническом виде

$$Re z = x = \frac{z + \bar{z}}{2}, \quad Im z = y = \frac{z - \bar{z}}{2i}, \quad |\bar{z}| = |z|. \quad (171)$$

5.1. Связь спинора с геометрией пространства. Матрицы Кармели

В 1913 г. Эли Картан открыл новый математический объект, названный *спинором* [72], тождественное преобразование которого при вращении равно 4π , а не 2π , как это имеет место для вектора. Исследуя группу движений изотропного вектора $\vec{x}(x_1, x_2, x_3)$ (вектора нулевой длины $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0$) в трехмерном комплексном евклидовом пространстве, Э. Картан обнаружил два комплексных числа ξ_0, ξ_1 , определяемые через компоненты вектора $\vec{x}(x_1, x_2, x_3)$ формулами

$$x_1 = \xi_0^2 - \xi_1^2, \quad x_2 = i(\xi_0^2 + \xi_1^2), \quad x_3 = -2\xi_0 \xi_1, \quad (172)$$

откуда

$$\xi_0 = \pm \frac{\sqrt{(x_1 - ix_2)}}{\sqrt{2}}, \quad \xi_1 = \pm \frac{\sqrt{-(x_1 + ix_2)}}{\sqrt{2}}, \quad \frac{\xi_0}{\xi_1} = -\frac{x_1 - ix_2}{x_3} = \frac{x_3}{x_1 + ix_2}. \quad (173)$$

Связь между отношением спиноров ξ_0/ξ_1 может быть выражена в матричных обозначениях $(\vec{x} \cdot \vec{\sigma})\xi = 0$, где $\sigma_\alpha (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ – матрицы Паули [73]

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (174)$$

поэтому

$$\vec{x} \cdot \vec{\sigma} = \begin{pmatrix} x_3 & x_1 - ix_2 \\ x_1 + ix_2 & -x_3 \end{pmatrix}. \quad (175)$$

Соотношение (175) задает общий вид сопоставления комплексной 2×2 матрицы с произвольным вектором \vec{x}

$$\vec{x} = (x_1, x_2, x_3) \leftrightarrow \begin{pmatrix} x_3 & x_1 - ix_2 \\ x_1 + ix_2 & -x_3 \end{pmatrix} \quad (176)$$

и обратно. Именно это сопоставление устанавливает связь между вещественными ортогональными матрицами группы вращений $SO(3)$ и группы $SU(2)$. Для физики использование матриц (176) означает переход от векторного базиса к более фундаментальному спинорному базису. Впервые в физике спинорный базис был введен в 1928 г. П. Дираком при

выводе из уравнения Кляйна-Гордона знаменитого уравнения Дирака [74], при этом были использованы матрицы Паули (174).

Не у кого не вызывает сомнения, что спиноры появились впервые в науке как геометрический объект [72] и физической теории П. Дирака оказались связанные с метрикой комплексного псевдоевклидова пространства $ds^2 = \eta_{ik} dx^i dx^k$, $\eta_{ik} = \eta^{ik} = \text{diag}(1 - 1 - 1 - 1)$, в которой метрический тензор определяется как

$$\eta^{ik} = (\gamma^i \gamma^k + \gamma^k \gamma^i)/2 = \eta^{ab} e_a^i e_b^k \leftrightarrow \eta^{ik} = \varepsilon^{AC} \varepsilon^{\dot{B}\dot{D}} \sigma_{AB}^i \sigma_{CD}^k \quad (177)$$

где $A, B, C \dots = 0, 1$, $\dot{D}, \dot{E}, \dot{F} \dots = \dot{0}, \dot{1}$ – спинорные индексы,

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}, \quad \gamma^1 = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_1 \\ -\sigma_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \gamma^2 = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_2 \\ -\sigma_2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \gamma^3 = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_3 \\ -\sigma_3 & 0 \end{bmatrix} \quad (178)$$

- матрицы Дирака, σ_α ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) – матрицы Паули (174),

$$\varepsilon^{AC} = \varepsilon_{AC} = \varepsilon^{\dot{B}\dot{D}} = \varepsilon_{\dot{B}\dot{D}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (179)$$

- фундаментальный спинор [75] и σ_{AB}^i – 4D – комплексные эрмитовы матрицы Дирака-Паули (или матрицы Пенроуза [75]).

В формуле (177) спинорные матрицы σ_{AB}^i и γ^k представляют собой изотропные вектора, лежащие световом конусе. Для связи двухкомпонентных спиноров ι^β, o^β , $\alpha, \beta \dots = 0, 1$ с обычной тетрадой e_b^k вводится комплексная световая тетрада $z^i_a = (l_a, n_a, m_a, \bar{m}_a)$, две компоненты которой l_a и n_a действительные изотропные вектора и две компоненты m_a и \bar{m}_a комплексные вектора, при этом $\bar{m}_a = \overline{m_a}$. Вектора l_a, n_a, m_a, \bar{m}_a комплексной световой тетрады связаны векторами вещественной тетрады e_b^k и со двухкомпонентными спинорами ι^β, o^β соотношениями [15].

$$e^k_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(l^k + n^k) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^i(o^\alpha \bar{o}^\beta + \iota^\alpha \bar{\iota}^\beta), \quad (180)$$

$$e^k_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(m^k + \bar{m}^k) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^i(o^\alpha \bar{\iota}^\beta + \iota^\alpha \bar{o}^\beta), \quad (181)$$

$$e^k_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(m^k - \bar{m}^k) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^i(o^\alpha \bar{\iota}^\beta - \iota^\alpha \bar{o}^\beta), \quad (182)$$

$$e^k_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(l^k - n^k) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^i(o^\alpha \bar{o}^\beta - \iota^\alpha \bar{\iota}^\beta), \quad (183)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad \alpha, \gamma, \dots = 0, 1, \quad \dot{\beta}, \dot{\mu}, \dots = \dot{0}, \dot{1}$$

Из (180) следует

$$l^a = \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^a o^\alpha \bar{o}^\beta, \quad n^a = \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^a \iota^\alpha \bar{\iota}^\beta, \quad a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3, \quad (184)$$

что позволяет интерпретировать спинор o^β (l^β) как «корень квадратный» из вектора l^a (n^a). В (184) спинорные матрицы $\sigma_{\alpha\beta}^a$ удовлетворяют условиям ортогональности

$$\sigma_{\alpha\beta}^a \sigma_b^{\alpha\beta} = \delta_b^a, \quad (185)$$

$$\sigma_{\alpha\beta}^a \sigma_a^{\rho\mu} = \delta_\alpha^\rho \delta_\beta^\mu, \quad (186)$$

На рис. 23 спинор o^β изображен в интерпретации Роджера Пенроуза в виде флага, флагшток которого равен изотропному вектору l^a а полотнище флага направлено от этой линии в направлении оси x . Флагшток спинора l^β равен изотропному вектору n^a , а полотнище флага отходит от этой линии в направлении $-x$ (рис. 23).

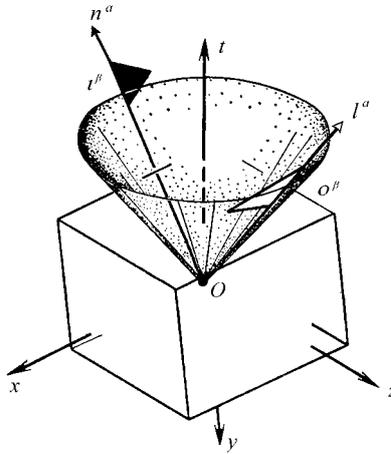


Рис. 23. Геометрическая интерпретация спинора (Р. Пенроуз [75])

5.2. Запись уравнений поля инерции в спинорной системе отсчета

Для перехода в спинорный базис (спинорную систему отсчета), мы используем сопоставление (176), при этом в геометрии $A_4(6)$ переход в спинорный базис производится путем замены матричных локальных индексов $a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3$ в уравнениях (A), (B) на спинорные индексы $A, B, C \dots = 0, 1, \dot{D}, \dot{E}, \dot{F} \dots = \dot{0}, \dot{1}$ по правилу

$$e^a_i \leftrightarrow \sigma_i^{A\dot{D}}$$

$$\partial_a = e^k_a \nabla_k \leftrightarrow \partial_{A\dot{D}} = \sigma_{A\dot{D}}^k \nabla_k$$

$$T^a_{bk} \leftrightarrow T^{A\dot{D}}_{B\dot{E}k} \quad (187)$$

$$R^a_{bkm} \leftrightarrow R^{A\dot{D}}_{B\dot{E}km}$$

$$\eta_{ab} \leftrightarrow \eta_{A\dot{D}B\dot{E}} = \varepsilon_{AB} \varepsilon_{\dot{D}\dot{E}}, \quad \varepsilon^{AB} \varepsilon_{AB} = \varepsilon^{\dot{D}\dot{E}} \varepsilon_{\dot{D}\dot{E}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3, \quad A, B, \dots = 0, 1, \quad \dot{C}, \dot{D}, \dots = \dot{0}, \dot{1}$$

и т.д. В этих соотношениях величины T^a_{bk} и R^a_{bkm} антисимметричны по локальным индексам a и b . Доказана теорема [15], что любой антисимметричный вещественный тензор F_{ab} , который преобразуется инвариантным образом в группе вращений $O(3,1)$, в спинорном базисе преобразуется в спинорной группе $SL(2, C)$ и расщепляется на симметричных спинтензора по правилу $F_{ab} \leftrightarrow F_{A\dot{B}C\dot{D}} = (\varepsilon_{\dot{B}\dot{D}}F_{AC} + \varepsilon_{AC}\bar{F}_{\dot{B}\dot{D}})/2$, при этом $\bar{F}_{\dot{B}\dot{D}} = F_{\dot{B}\dot{D}} = F_{\dot{B}\dot{D}}$. Используя это свойство, можно представить спинтензоры $T_{A\dot{B}C\dot{D}k}$ и $R_{A\dot{B}C\dot{D}kn}$ в виде

$$T_{A\dot{B}C\dot{D}k} = \frac{1}{2}(\varepsilon_{\dot{B}\dot{D}}T_{ACk} + \varepsilon_{AC}T_{\dot{B}\dot{D}k}^+), \quad (188)$$

$$R_{A\dot{B}C\dot{D}kn} = \frac{1}{2}(\varepsilon_{\dot{B}\dot{D}}R_{ACkn} + \varepsilon_{AC}R_{\dot{B}\dot{D}kn}^+), \quad (189)$$

где комплексные T_{ACk} , R_{ACkn} и комплексно-сопряженные $T_{\dot{B}\dot{D}k}^+$, $R_{\dot{B}\dot{D}kn}^+$ матрицы Кармели [76-80]

$$T_C^E{}_k = (T_{A\dot{B}})_C^E \sigma_k^{A\dot{B}} \quad (190)$$

$$R_{A\dot{B}C\dot{D}} = R_{kn} \sigma_{A\dot{B}}^k \sigma_{C\dot{D}}^n \quad (191)$$

Опуская подробности, о которых можно прочитать в математической части книги [15], запишем первые структурные уравнения Картана геометрии $A_4(6)$ в спинорном базисе $\sigma_{A\dot{D}}^k$ в виде

$$\begin{aligned} & \partial_{C\dot{D}}\sigma_{A\dot{B}}^i - \partial_{A\dot{B}}\sigma_{C\dot{D}}^i = \\ & = (T_{C\dot{D}})_A^P \sigma_{P\dot{B}}^i + \sigma_{A\dot{R}}^i (T^+_{\dot{D}C})^{\dot{R}}_{\dot{B}} - (T_{A\dot{B}})_C^P \sigma_{P\dot{D}}^i - \sigma_{C\dot{R}}^i (T^+_{\dot{B}A})^{\dot{R}}_{\dot{D}}, \quad (A^S) \\ & A, B, C \dots = 0, 1, \quad \dot{D}, \dot{E}, \dot{F} \dots = \dot{0}, \dot{1}, \end{aligned}$$

где комплексные спинорные матрицы Кармели [76-80] $(T_{C\dot{D}})_A^P$ и комплексно сопряженные матрицы $(T^+_{\dot{D}C})^{\dot{R}}_{\dot{B}}$ описывают поле инерции T^i_{jk} в спинорной системе отсчета.

Вторые структурные уравнения Картана геометрии $A_4(6)$ в спинорной системе отсчета записываются как [15]

$$\begin{aligned} R_{A\dot{B}C\dot{D}} = & \partial_{C\dot{D}}T_{A\dot{B}} - \partial_{A\dot{B}}T_{C\dot{D}} - (T_{C\dot{D}})_A^F T_{F\dot{B}} - (T^+_{\dot{D}C})^{\dot{F}}_{\dot{B}} T_{A\dot{F}} + \\ & + (T_{A\dot{B}})_C^F T_{F\dot{D}} + (T^+_{\dot{B}A})^{\dot{F}}_{\dot{D}} T_{C\dot{F}} + [T_{A\dot{B}}T_{C\dot{D}}], \quad (B^{S+}) \end{aligned}$$

$$+ \text{комплексно-сопряженные уравнения} \quad (B^{S-})$$

В обозначениях, принятых в работе Ньюмена-Пенроуза [78], компоненты спиноров в уравнениях (A^S) и (B^S) имеют вид:

1. Для компонент спинорной производной $\partial_{A\dot{B}}$

$$\partial_{A\dot{B}} = A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} D & \delta \\ \bar{\delta} & \Delta \end{bmatrix}}^{\dot{B} \begin{matrix} \dot{0} & \dot{1} \end{matrix}}; \quad (192)$$

2. Для компонент спинорного базиса $\sigma^i_{A\dot{B}}$

$$\sigma^i_{A\dot{B}} = A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} l^i = (Y^0, V, Y^2, Y^3) & m^i = (\xi^0, \omega, \xi^2, \xi^3) \\ \bar{m}^i = (\bar{\xi}^0, \bar{\omega}, \bar{\xi}^2, \bar{\xi}^3) & n^i = (X^0, U, X^2, X^3) \end{bmatrix}}^{\dot{B} \begin{matrix} \dot{0} & \dot{1} \end{matrix}}; \quad (193)$$

3. Для спинорных компонент матриц Кармели $T_{A\dot{B}}$ и $T_{AB\dot{C}\dot{D}}$

$$\begin{aligned} T_{0\dot{0}} &= \begin{pmatrix} \varepsilon & -\kappa \\ \pi & -\varepsilon \end{pmatrix}, & T_{0\dot{1}} &= \begin{pmatrix} \beta & -\sigma \\ \mu & -\beta \end{pmatrix} \\ T_{1\dot{0}} &= \begin{pmatrix} \alpha & -\rho \\ \lambda & -\alpha \end{pmatrix}, & T_{1\dot{1}} &= \begin{pmatrix} \gamma & -\tau \\ \nu & -\gamma \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (194)$$

и

$$(T_{A\dot{B}})_C^D = A\dot{B} \begin{pmatrix} 0\dot{0} \\ 0\dot{1} \\ 1\dot{0} \\ 1\dot{1} \end{pmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} \varepsilon & -\kappa & \pi & -\varepsilon \\ \beta & -\sigma & \mu & -\beta \\ \alpha & -\rho & \lambda & -\alpha \\ \gamma & -\tau & \nu & -\gamma \end{bmatrix}}^{CD \begin{matrix} 00 & 01 & 10 & 11 \end{matrix}}; \quad (195)$$

4. Для спинорных компонент тензора Римана $R_{A\dot{B}\dot{C}\dot{D}}$

$$\begin{aligned} R_{0\dot{1}0\dot{0}} &= \begin{pmatrix} \Psi_1 & -\Psi_0 \\ \Psi_2 + 2\Lambda & -\Psi_1 \end{pmatrix}, & R_{1\dot{0}0\dot{0}} &= \begin{pmatrix} \Phi_{10} & -\Phi_{00} \\ \Phi_{20} & -\Phi_{10} \end{pmatrix}, \\ R_{1\dot{1}1\dot{0}} &= \begin{pmatrix} \Psi_3 & -\Psi_2 - 2\Lambda \\ \Psi_4 & -\Psi_3 \end{pmatrix}, & R_{1\dot{1}0\dot{1}} &= \begin{pmatrix} \Phi_{12} & -\Phi_{02} \\ \Phi_{22} & -\Phi_{12} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (196)$$

$$R_{1\dot{1}0\dot{0}} = \begin{pmatrix} \Psi_2 + \Phi_{11} - \Lambda & -\Psi_1 - \Phi_{01} \\ \Psi_3 + \Phi_{21} & -\Psi_2 - \Phi_{11} + \Lambda \end{pmatrix}, \quad R_{1\dot{0}0\dot{1}} = \begin{pmatrix} -\Psi_2 + \Phi_{11} + \Lambda & \Psi_1 - \Phi_{01} \\ -\Psi_3 + \Phi_{21} & \Psi_2 - \Phi_{11} - \Lambda \end{pmatrix}.$$

Процедура решения уравнений (A^S) и (B^{S+}) начинается с их покомпонентной записи. Для удобства, запишем уравнения (A^S) в виде

$$\begin{aligned} A^i_{C\dot{D}A\dot{B}} &= \partial_{C\dot{D}}\sigma^i_{A\dot{B}} - \partial_{A\dot{B}}\sigma^i_{C\dot{D}} = \\ &= (T_{C\dot{D}})_A^P \sigma^i_{P\dot{B}} + \sigma^i_{A\dot{R}}(T^+_{\dot{D}C})^{\dot{R}}_{\dot{B}} - (T_{A\dot{B}})_C^P \sigma^i_{P\dot{D}} - \sigma^i_{C\dot{R}}(T^+_{\dot{B}A})^{\dot{R}}_{\dot{D}}, \end{aligned} \quad (197)$$

Для компоненты $A^i_{0\dot{0}0\dot{1}}$ этих уравнений, имеем

$$\begin{aligned}
A^i{}_{0\dot{0}0i} &= \partial_{0\dot{0}}\sigma^i{}_{0i} - \partial_{0i}\sigma^i{}_{0\dot{0}} = \\
&= (T_{0\dot{0}})_0{}^P \sigma^i{}_{Pi} + \sigma^i{}_{0\dot{R}}(T^+{}_{\dot{0}0})^{\dot{R}}{}_i - (T_{0i})_0{}^P \sigma^i{}_{P\dot{0}} - \sigma^i{}_{0\dot{R}}(T^+{}_{i0})^{\dot{R}}{}_{\dot{0}} , \quad (198)
\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}
A^i{}_{0\dot{0}0i} &= \partial_{0\dot{0}}\sigma^i{}_{0i} - \partial_{0i}\sigma^i{}_{0\dot{0}} = \\
&= \{(T_{0\dot{0}})_0{}^0 \sigma^i{}_{0i} + (T_{0\dot{0}})_0{}^1 \sigma^i{}_{1i}\} + \{\sigma^i{}_{0\dot{0}}(T^+{}_{\dot{0}0})^{\dot{0}}{}_i + \sigma^i{}_{0i}(T^+{}_{\dot{0}0})^{\dot{1}}{}_i\} \\
&- \{(T_{0i})_0{}^0 \sigma^i{}_{0\dot{0}} + (T_{0i})_0{}^1 \sigma^i{}_{1\dot{0}}\} - \{\sigma^i{}_{0\dot{0}}(T^+{}_{i0})^{\dot{0}}{}_{\dot{0}} + \sigma^i{}_{0i}(T^+{}_{i0})^{\dot{1}}{}_{\dot{0}}\}. \quad (199)
\end{aligned}$$

Используя обозначения (192), (193), (195) (и комплексно-сопряженных к ним) для объектов $\partial_{A\dot{B}}$, $\sigma^i{}_{C\dot{D}}$ и $(T_{C\dot{D}})_A{}^P$, распишем уравнения (199) покомпонентно. В результате получим четыре уравнения

$$\delta V - D\omega = (\bar{\alpha} + \beta - \bar{\pi})V + \kappa U - \sigma\bar{\omega} - (\bar{\rho} + \varepsilon - \bar{\varepsilon})\omega, \quad (200)$$

$$\delta Y^\alpha - D\xi^\alpha = (\bar{\alpha} + \beta - \bar{\pi})Y^\alpha + \kappa X^\alpha - \alpha\bar{\xi}^\alpha - (\bar{\rho} + \varepsilon - \bar{\varepsilon})\xi^\alpha. \quad (201)$$

$$\alpha = 0, 2, 3.$$

Действуя подобным образом, находим следующую покомпонентную запись первых структурных уравнений Картана геометрии $A_4(6)$:

$$\delta V - D\omega = (\bar{\alpha} + \beta - \bar{\pi})V + \kappa U - \sigma\bar{\omega} - (\bar{\rho} + \varepsilon - \bar{\varepsilon})\omega, \quad (A^s.1)$$

$$\delta Y^\alpha - D\xi^\alpha = (\bar{\alpha} + \beta - \bar{\pi})Y^\alpha + \kappa X^\alpha - \alpha\bar{\xi}^\alpha - (\bar{\rho} + \varepsilon - \bar{\varepsilon})\xi^\alpha, \quad (A^s.2)$$

$$\Delta Y^\alpha - DX^\alpha = (\gamma + \bar{\gamma})Y^\alpha + (\varepsilon + \bar{\varepsilon})X^\alpha - (\tau + \bar{\pi})\xi^\alpha - (\bar{\tau} + \pi)\bar{\xi}^\alpha, \quad (A^s.3)$$

$$\Delta C - DU = (\gamma + \bar{\gamma})V + (\varepsilon + \bar{\varepsilon})U - (\tau + \bar{\pi})\bar{\omega} - (\bar{\tau} + \pi)\omega, \quad (A^s.4)$$

$$\delta U - \Delta\omega = -\bar{\nu}V + (\tau - \bar{\alpha} - \beta)U + \bar{\lambda}\bar{\omega} + (\mu - \gamma + \bar{\gamma})\omega, \quad (A^s.5)$$

$$\delta X^\alpha - \Delta\xi^\alpha = -\bar{\nu}Y^\alpha + (\tau - \bar{\alpha} - \beta)X^\alpha + \bar{\lambda}^\alpha\bar{\xi}^\alpha + (\mu - \gamma + \bar{\gamma})\xi^\alpha, \quad (A^s.6)$$

$$\bar{\delta}\omega - \Delta\bar{\omega} = (\bar{\mu} - \mu)V + (\bar{\rho} - \rho)U - (\bar{\alpha} - \beta)\bar{\omega} - (\bar{\beta} - \alpha)\omega, \quad (A^s.7)$$

$$\bar{\delta}\xi^\alpha - \delta\bar{\xi}^\alpha = (\bar{\mu} - \mu)Y^\alpha + (\bar{\rho} - \rho)X^\alpha - (\bar{\alpha} - \beta)\bar{\xi}^\alpha - (\bar{\beta} - \alpha)\xi^\alpha, \quad (A^s.8)$$

$$\alpha = 0, 2, 3.$$

Распишем теперь покомпонентно вторые структурные уравнения Картана (B^{S+}). Вычислим, например, $R_{0i0\dot{0}}$ компоненту этих уравнений используя (192), (193), (194), (195)

$$\begin{aligned}
R_{0i0\dot{0}} &= \partial_{0\dot{0}}T_{0i} - \partial_{0i}T_{0\dot{0}} - (T_{0\dot{0}})_0{}^0 T_{0i} - (T_{0\dot{0}})_0{}^1 T_{1i} + (T^+{}_{\dot{0}0})^{\dot{0}}{}_i T_{0\dot{0}} - (T^+{}_{\dot{0}0})^{\dot{1}}{}_i T_{0i} \\
&+ (T_{0i})_0{}^0 T_{0\dot{0}} + (T_{0i})_0{}^1 T_{1\dot{0}} + (T^+{}_{i0})^{\dot{0}}{}_{\dot{0}} T_{0\dot{0}} + (T^+{}_{i0})^{\dot{1}}{}_{\dot{0}} T_{0i} + T_{0i} T_{0\dot{0}} \\
&- T_{0\dot{0}} T_{0i}. \quad (202)
\end{aligned}$$

Используя обозначения (192), (193), (194), (195), запишем (202) в виде

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \Psi_1 & -\Psi_0 \\ \Psi_2 + 2\Lambda & -\Psi_1 \end{pmatrix} &= D \begin{pmatrix} \beta & -\sigma \\ \mu & -\beta \end{pmatrix} - \delta \begin{pmatrix} \varepsilon & -\kappa \\ \pi & -\varepsilon \end{pmatrix} - \varepsilon \begin{pmatrix} \beta & -\sigma \\ \mu & -\beta \end{pmatrix} + \kappa \begin{pmatrix} \gamma & -\tau \\ \nu & -\gamma \end{pmatrix} - \bar{\pi} \begin{pmatrix} \varepsilon & -\kappa \\ \pi & -\varepsilon \end{pmatrix} + \\
&+ \bar{\varepsilon} \begin{pmatrix} \beta & -\sigma \\ \mu & -\beta \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} \varepsilon & -\kappa \\ \pi & -\varepsilon \end{pmatrix} - \sigma \begin{pmatrix} \alpha & -\rho \\ \lambda & -\alpha \end{pmatrix} + \bar{\alpha} \begin{pmatrix} \varepsilon & -\kappa \\ \pi & -\varepsilon \end{pmatrix} - \bar{\rho} \begin{pmatrix} \beta & -\sigma \\ \mu & -\beta \end{pmatrix} + \\
&+ \begin{pmatrix} \beta & -\sigma \\ \mu & -\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon & -\kappa \\ \pi & -\varepsilon \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \varepsilon & -\kappa \\ \pi & -\varepsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta & -\sigma \\ \mu & -\beta \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Эти матричные уравнения распадаются на три независимых уравнения

$$(D - \rho - \bar{\rho} - 3\varepsilon + \bar{\varepsilon})\sigma - (\delta - \tau + \bar{\pi} - \bar{\alpha} - 3\beta)k - \Psi_0 = 0,$$

$$(D - \bar{\rho} + \bar{\varepsilon})\beta - (\delta - \bar{\alpha} + \bar{\pi})\varepsilon - (\alpha + \pi)\sigma + (\mu + \gamma)k - \Psi_1 = 0,$$

$$(D - \bar{\rho} + \varepsilon + \bar{\varepsilon})\mu - (\delta + \bar{\pi} - \bar{\alpha} + \beta)\pi - \sigma\lambda + \nu k - 2\Lambda - \Psi_2 = 0.$$

Действуя подобным образом, получаем следующие независимые уравнения (B^{S^+})

$$(D - \rho - \varepsilon - \bar{\varepsilon})\rho - (\bar{\delta} - 3\alpha - \bar{\beta} + \pi)k - \sigma\bar{\sigma} + \tau\bar{\tau} - \Phi_{00} = 0, \quad (B^{S^+}.1)$$

$$(D - \rho - \bar{\rho} - 3\varepsilon + \bar{\varepsilon})\sigma - (\delta - \tau + \bar{\pi} - \bar{\alpha} - 3\beta)k - \Psi_0 = 0, \quad (B^{S^+}.2)$$

$$(D - \bar{\rho} - \varepsilon + \bar{\varepsilon})\tau - (\Delta - 3\gamma - \bar{\gamma})k - \rho\bar{\pi} - \sigma\bar{\tau} - \pi\sigma - \Psi_1 - \Phi_{10} = 0, \quad (B^{S^+}.3)$$

$$(D - \rho - \bar{\varepsilon} + 2\varepsilon)\alpha - (\bar{\delta} - \bar{\beta} + \pi)\varepsilon - \beta\bar{\sigma} + \kappa\lambda + \kappa\bar{\gamma} - \pi\rho - \Phi_{10} = 0, \quad (B^{S^+}.4)$$

$$(D + \varepsilon + \bar{\varepsilon})\gamma - (\Delta - \gamma - \bar{\gamma})\varepsilon - (\tau + \bar{\pi})\alpha - (\pi + \bar{\tau})\beta - \pi\tau + \nu k + \Lambda - \Psi_2 - \Phi_{11} = 0, \quad (B^{S^+}.5)$$

$$(D - \rho + 2\varepsilon - \bar{\varepsilon})\lambda - (\bar{\delta} + \pi + \alpha - \bar{\beta})\pi - \mu\bar{\sigma} + \nu\bar{\kappa} - \Phi_{20} = 0, \quad (B^{S^+}.6)$$

$$(D - \bar{\rho} + \bar{\varepsilon})\beta - (\delta - \bar{\alpha} + \bar{\pi})\varepsilon - (\alpha + \pi)\sigma + (\mu + \gamma)k - \Psi_1 = 0, \quad (B^{S^+}.7)$$

$$(D - \bar{\rho} + \varepsilon + \bar{\varepsilon})\mu - (\delta + \bar{\pi} - \bar{\alpha} + \beta)\pi - \sigma\lambda + \nu k - 2\Lambda - \Psi_2 = 0, \quad (B^{S^+}.8)$$

$$(D + 3\varepsilon + \bar{\varepsilon})\nu - (\Delta + \mu + \gamma - \bar{\gamma})\pi - \mu\bar{\tau} - (\bar{\pi} + \tau)\lambda - \Psi_3 - \Phi_{21} = 0, \quad (B^{S^+}.9)$$

$$(\Delta + \mu + \bar{\mu} + 3\gamma - \bar{\gamma})\lambda - (\bar{\delta} + 3\alpha + \bar{\beta} + \pi - \bar{\tau})\nu + \Psi_4 = 0, \quad (B^{S^+}.10)$$

$$(\delta - \bar{\alpha} - \beta - \tau)\rho - (\delta - 3\alpha + \bar{\beta})\sigma + \tau\bar{\rho} - (\mu - \bar{\mu})k + \Psi_1 - \Phi_{01} = 0, \quad (B^{S^+}.11)$$

$$(\delta - \bar{\alpha} + 2\beta)\alpha - (\bar{\delta} + \bar{\beta})\beta - \mu\rho + \sigma\lambda - (\rho - \bar{\rho})\gamma - (\mu - \bar{\mu})\varepsilon - \Lambda + \Psi_2 - \Phi_{11}, \quad (B^{S^+}.12)$$

$$(\delta - \bar{\alpha} + 3\beta)\lambda - (\bar{\delta} + \pi + \alpha + \bar{\beta})\mu - (\rho - \bar{\rho})\nu + \pi\bar{\mu} + \Psi_3 - \Phi_{21} = 0, \quad (B^{S^+}.13)$$

$$(\delta - \tau + \bar{\alpha} + \beta)\gamma - (\Delta - \gamma + \bar{\gamma} + \mu)\beta - \mu\tau + \sigma\nu + \varepsilon\bar{\nu} - \alpha\bar{\lambda} - \Phi_{12} = 0, \quad (B^{S^+}.14)$$

$$(\delta - \tau + 3\beta + \bar{\alpha})\nu - (\Delta + \gamma + \bar{\gamma} + \mu)\mu - \lambda\bar{\lambda} + \pi\bar{\nu} - \Phi_{22} = 0, \quad (B^{S^+}.15)$$

$$(\delta - \tau - \beta + \bar{\alpha})\tau - (\Delta + \mu - 3\gamma + \bar{\gamma})\sigma - \bar{\lambda}\rho + \kappa\bar{\nu} - \Phi_{02} = 0, \quad (B^{S^+}.16)$$

$$(\Delta + \bar{\mu} - \gamma - \bar{\gamma})\rho - (\bar{\delta} + \bar{\beta} - \alpha - \bar{\tau})\tau + \sigma\lambda - \nu k + 2\Lambda + \Psi_2 = 0, \quad (B^{S^+}.17)$$

$$(\Delta + \bar{\mu} - \bar{\gamma})\sigma - (\bar{\delta} + \bar{\beta} - \bar{\tau})\gamma - (\rho + \varepsilon)\nu + (\tau + \beta)\lambda + \Psi_3 = 0. \quad (B^{S^+}.18)$$

Комплексно-сопряженные уравнения (B^{S^-}) могут быть получены путем замены уравнений ($B^{S^+}.1$) – ($B^{S^+}.18$) на комплексно-сопряженные.

Уравнения (A^S) и (B^{S^+}), как мы видим, представляют собой дифференциальные нелинейные уравнения первого порядка в частных производных. При решении этих уравнений часто используют уравнения связи, в качестве которых выступают тождества Бианки геометрии $A_4(6)$. Первые тождества Бианки, записанные в локальных индексах, имеют вид

$$R^a{}_{[cfd]} = 0, \quad (C)$$

которые эквивалентны тождеству Якоби для структурных функций Ω_{ab}^c группы трансляций T_4 [15]

$$\nabla_{[b}^* \Omega^a{}_{cd]} + 2\Omega^a{}_{[bc} \Omega^d]{}_{f]} = 0, \quad (203)$$

где ∇_b^* - ковариантная производная относительно связности абсолютного параллелизма (49). Вторые тождества Бианки геометрии $A_4(6)$ в матричном виде записываются как [15]

$$\nabla_{[n} R^a{}_{|b|km]} + R^c{}_{b[km} T^a{}_{|c|n]} - T^c{}_{b[n} R^a{}_{|c|km]} = 0 \quad (D)$$

$$n, m, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3,$$

Введем дуальный тензор Римана

$$R_{ijkm}^* = \frac{1}{2} \epsilon_{km}^{sp} R_{ijsp}$$

где ϵ_{km}^{sp} – полностью антисимметричный тензор Леви-Чивита. Тогда уравнения (D) запишутся как

$$\nabla^n R_{abkn}^* - R_{cbkn}^* T_a^{cn} + R_{ackn}^* T_b^{cn} = 0. \quad (204)$$

В спинорном Δ – базисе эти уравнения расщепляются на следующие уравнения [15]

$$\nabla^n R_{ACkn}^* - R_{ECkn}^* T_A^E{}^n + R_{EAKn}^* T_C^E{}^n = 0, \quad (D^{s+})$$

$$\nabla^n R_{BDkn}^{*+} - R_{FDkn}^{*+} T_B^{+F}{}^n + R_{FBDk}^{*+} T_D^{+F}{}^n = 0. \quad (D^{s-})$$

Опуская спинорные матричные индексы в уравнениях (205) и (206), получим

$$\nabla^n R_{kn}^* + R_{kn}^* T^n - R_{kn}^* T^n = \nabla^n R_{kn}^* + [R_{kn}^* T^n] = 0, \quad (205)$$

$$\nabla^n R_{kn}^{*+} + [R_{kn}^{*+} T^{+n}] = 0. \quad (206)$$

Умножая уравнения (205) слева на σ_{EF}^n получаем запись (D^{s+}) в спинорных матрицах Кармели

$$\partial^{CD} R_{E\dot{F}C\dot{D}}^* + \sigma_{EF}^n (\partial^{CD} \sigma_n^{A\dot{B}}) R_{A\dot{B}C\dot{D}}^* + (\nabla_k \sigma^{kC\dot{D}}) R_{E\dot{F}C\dot{D}}^* - [T^{CD} R_{E\dot{F}C\dot{D}}^*] = 0 \quad (207)$$

$$A, B, C \dots = 0, 1, \quad \dot{D}, \dot{E}, \dot{F} \dots = \dot{0}, \dot{1},$$

Легко проверить, что первые структурные уравнения Картана (A^s) представляют собой разность двух соотношений

$$\partial_{C\dot{D}} \sigma^i{}_{A\dot{B}} = (T_{C\dot{D}})_A^P \sigma^i{}_{P\dot{B}} + \sigma^i{}_{A\dot{R}} (T^+{}_{\dot{D}C})^{\dot{R}}{}_{\dot{B}}, \quad (208)$$

$$\partial_{A\dot{B}} \sigma^i{}_{C\dot{D}} = (T_{A\dot{B}})_C^P \sigma^i{}_{P\dot{D}} + \sigma^i{}_{C\dot{R}} (T^+{}_{\dot{B}A})^{\dot{R}}{}_{\dot{D}}. \quad (209)$$

Подставляя (208) в (207), получим окончательно тождества (D^{s+}) в виде

$$\begin{aligned} \partial^{CD} R_{E\dot{F}C\dot{D}}^* - (T^{CD})_E^A R_{A\dot{F}C\dot{D}}^* - (T^+{}_{\dot{D}C}) R_{E\dot{B}C\dot{D}}^* + (T_P^{\dot{D}})^{CP} R_{E\dot{F}C\dot{D}}^* + (T_Q^+{}^{\dot{D}})^{\dot{Q}\dot{D}} R_{E\dot{F}C\dot{D}}^* \\ + [T^{CD} R_{E\dot{F}C\dot{D}}^*] = 0 \end{aligned} \quad (D^{s+})$$

$$A, B, C \dots = 0, 1, \quad \dot{D}, \dot{E}, \dot{F} \dots = \dot{0}, \dot{1}.$$

5.3. Связь уравнений поля инерции с формализмом Ньюмена-Пенроуза

В 1962 г. Э. Ньюмен и Р. Пенроуз предложили систему нелинейных спинорных уравнений [82], которая оказалась очень эффективной для поиска новых решений уравнений

Эйнштейна. В работе [83] было доказано, что уравнения формализма Ньюмена-Пенроуза, записанные в спинорном Δ – базисе [15], имеют вид

$$\partial_{A\dot{B}}\sigma^i{}_{C\dot{D}} - \partial_{C\dot{D}}\sigma^i{}_{A\dot{B}} = \varepsilon^{PQ}(T_{PAC\dot{D}}\sigma^i{}_{Q\dot{B}} - T_{PCAB}\sigma^i{}_{Q\dot{D}}) + \varepsilon^{\dot{R}\dot{S}}(\bar{T}_{\dot{R}\dot{B}\dot{D}C}\sigma^i{}_{A\dot{S}} - \bar{T}_{\dot{R}\dot{D}\dot{B}A}\sigma^i{}_{C\dot{S}}), \quad (210)$$

$$\begin{aligned} & \Psi_{ACDF}\varepsilon_{\dot{E}\dot{B}} + \Phi_{AC\dot{B}\dot{E}}\varepsilon_{FD} + \Lambda\varepsilon_{\dot{E}\dot{B}}(\varepsilon_{CD}\varepsilon_{AF} + \varepsilon_{AD}\varepsilon_{CF}) - \partial_{D\dot{B}}T_{ACF\dot{E}} + \partial_{F\dot{E}}T_{ACD\dot{B}} + \\ & + \varepsilon^{PQ}(T_{APD\dot{B}}T_{QCF\dot{E}} + T_{ACP\dot{B}}T_{QDF\dot{E}} - T_{APF\dot{E}}T_{QCD\dot{B}} - T_{ACP\dot{E}}T_{QFD\dot{B}}) \\ & + \varepsilon^{\dot{R}\dot{S}}(T_{ACD\dot{R}}\bar{T}_{\dot{S}\dot{B}\dot{E}F} - T_{ACF\dot{R}}\bar{T}_{\dot{S}\dot{E}\dot{B}D}) = 0, \end{aligned} \quad (211)$$

где спин-тензор $T_{APD\dot{B}}$ связан со спинорными матрицами Кармели (195) соотношениями

$$(T_{C\dot{D}})_A{}^P = T_A{}^P{}_k\sigma^k{}_{C\dot{D}} = T^P{}_{AC\dot{D}} = -\varepsilon^{PF}T_{FAC\dot{D}}, \quad (212)$$

при этом для компонент спинтензора $T_{ABC\dot{D}}$ получим

$$T_{ABC\dot{D}} = AB \begin{pmatrix} 00 \\ 01 \\ 11 \end{pmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} \kappa & \sigma & \rho & \tau \\ \varepsilon & \beta & \alpha & \gamma \\ \pi & \mu & \lambda & \nu \end{bmatrix}}^{C\dot{D}}. \quad (213)$$

В уравнениях (210) спинтензоры Ψ_{ACDF} и $\Phi_{AC\dot{B}\dot{E}}$ имеют следующие обозначения для своих компонент [83]

$$\Psi_{ABCE} = AB \begin{pmatrix} 00 \\ 01 \\ 11 \end{pmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} \Psi_0 & \Psi_1 & \Psi_2 \\ - & - & \Psi_3 \\ - & - & \Psi_4 \end{bmatrix}}^{CE}, \quad (214)$$

$$\Phi_{AB\dot{C}\dot{E}} = AB \begin{pmatrix} 00 \\ 01 \\ 11 \end{pmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} \Phi_{00} & \Phi_{01} & \Phi_{02} \\ \Phi_{10} & \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{20} & \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix}}^{\dot{C}\dot{E}}, \quad (215)$$

$$\Lambda = \bar{\Lambda}. \quad (216)$$

Используя обозначения (213)-(216), а также (192) и (193), получим из (210) покомпонентную запись первых структурных уравнений Картана ($A^S.1$) – ($A^S.8$) и из (211) покомпонентную запись вторых структурных уравнений Картана ($B^{S+}.1$) – ($B^{S+}.18$).

Вторые тождества Бианки (D^{S+}) в обозначениях работы Ньюмена-Пенроуза [82] записываются как [15, 83]:

1. Симметричная часть по индексам C и B

$$\begin{aligned} \partial^P_{\dot{D}} \Psi_{ABPC} - \partial_{(C} \dot{\Phi}_{AB) \dot{D} \dot{X}} - 3\Psi_{RP(AB} T_C)^{RP}_{\dot{D}} - \Psi_{ABCR} T^R F^F_{\dot{D}} + 2T^P_{(AB} \dot{\Phi}_{C) P \dot{X} \dot{D}} - \\ - \bar{T}_{\dot{X} \dot{D} \dot{V} (A} \Phi_{BC)}^{\dot{X} \dot{V}} - \bar{T}_{\dot{X}}^{\dot{V}} (\dot{V}_A \Phi_{BC})^{\dot{X}}_{\dot{D}} = 0; \end{aligned} \quad (217)$$

2. Антисимметричная часть по индексам C и B

$$\begin{aligned} 3\partial_{A\dot{B}} \Lambda + \partial^{P\dot{X}} \Phi_{AP\dot{B}\dot{X}} - \varepsilon^{\dot{V}\dot{W}} \left(\Phi_{AP}^{\dot{X}} \bar{T}_{\dot{W}\dot{B}\dot{X}\dot{V}}^P + \Phi_{AP\dot{B}}^{\dot{X}} \bar{T}_{\dot{X}\dot{W}\dot{V}}^P \right) + \\ + \Phi_{PR\dot{B}}^{\dot{X}} T_A^{PR}_{\dot{X}} + \Phi_{AP\dot{B}}^{\dot{X}} T^P R_{\dot{X}} = 0. \end{aligned} \quad (218)$$

Покомпонентную запись вторых тождеств Бианки (D^{S+}) можно найти в работах [15, 75, 82, 83].

6. Некоторые физически значимые решения

Мы не будем излагать процедуру решения структурных уравнений Картана геометрии $A_4(6)$, которая представляет собой скорее конструирование решений [15], а представим некоторые физически значимые решения.

Переписывая расширенную систему уравнений Эйнштейна-Янга-Миллса (A), ($B.1$), ($B.2$) в спинорном базисе, имеем [15]:

1) Уравнения, определяющие кручение (150) геометрии $A_4(6)$

$$\begin{aligned} \partial_{C\dot{D}} \sigma^i_{A\dot{B}} - \partial_{A\dot{B}} \sigma^i_{C\dot{D}} = \\ = (T_{C\dot{D}})_A^P \sigma^i_{P\dot{B}} + \sigma^i_{A\dot{R}} (T^+_{\dot{D}C})^{\dot{R}}_{\dot{B}} - (T_{A\dot{B}})_C^P \sigma^i_{P\dot{D}} - \sigma^i_{C\dot{R}} (T^+_{\dot{B}A})^{\dot{R}}_{\dot{D}}, \end{aligned} \quad (219)$$

$$A, B, C \dots = 0, 1, \quad \dot{D}, \dot{E}, \dot{F} \dots = \dot{0}, \dot{1},$$

2) Полностью геометризованные уравнения Эйнштейна ($B.1$)

$$2\Phi_{AB\dot{C}\dot{D}} + \Lambda \varepsilon_{AB} \varepsilon_{\dot{C}\dot{D}} = \nu T_{ACB\dot{D}} \quad (220)$$

3) Полностью геометризованные уравнения Янга-Миллса ($B.2$)

$$\begin{aligned} C_{ACB\dot{D}} - \partial_{C\dot{D}} T_{A\dot{B}} + \partial_{A\dot{B}} T_{C\dot{D}} + (T_{C\dot{D}})_A^F T_{F\dot{B}} + (T^+_{\dot{D}C})^{\dot{F}}_{\dot{B}} T_{A\dot{F}} - \\ - (T_{A\dot{B}})_C^F T_{F\dot{D}} - (T^+_{\dot{B}A})^{\dot{F}}_{\dot{D}} T_{C\dot{F}} - [T_{A\dot{B}} T_{C\dot{D}}] = \nu J_{ACB\dot{D}}. \end{aligned} \quad (221)$$

Здесь спинорные матрицы тензора Вейля $C_{ACB\dot{D}}$ имеют следующие компоненты

$$\begin{aligned} C_{010\dot{0}} = \begin{pmatrix} \Psi_1 & -\Psi_0 \\ \Psi_2 & -\Psi_1 \end{pmatrix}, \quad C_{111\dot{0}} = \begin{pmatrix} \Psi_3 & -\Psi_2 \\ \Psi_4 & -\Psi_3 \end{pmatrix}, \\ C_{110\dot{0}} = \begin{pmatrix} \Psi_2 & -\Psi_1 \\ \Psi_3 & -\Psi_2 \end{pmatrix}, \quad C_{100\dot{1}} = \begin{pmatrix} -\Psi_2 & \Psi_1 \\ -\Psi_3 & \Psi_2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (222)$$

Будем искать решение уравнений (219) – (221) (т.е. структурных уравнений Картана геометрии $A_4(6)$), у которых полностью геометризованный тензор энергии-импульса имеет вид

$$\sigma^{A\dot{C}}_j \sigma^{B\dot{D}}_m \nu T_{ACB\dot{D}} = \nu T_{jm} = -\tilde{\Lambda} g_{jm}. \quad (223)$$

Условие (223) ограничивает компоненты спинорных матриц Кармели (196) соотношениями

$$\Phi_{00} = \Phi_{22} = \Phi_{02} = \Phi_{20} = \Phi_{11} = \Phi_{10} = \Phi_{01} = \Phi_{12} = \Phi_{21} = 0, \quad (224)$$

$$\Psi_0 \neq 0, \Psi_1 \neq 0, \Psi_2 \neq 0, \Psi_3 \neq 0, \Psi_4 \neq 0, \quad (225)$$

$$\tilde{\Lambda} = R/4 = 6\Lambda. \quad (226)$$

При конструировании решений системы уравнений (A), (B.1), (B.2) условия (224)-(226) накладывают ограничения на матрицы (194). Например, при условии $\Psi_0 = \Psi_1 = 0$, согласно теореме Гольдберга-Сакса [84], имеем $\sigma = \kappa = 0$. В результате интегрирования системы (A), (B.1), (B.2), получаем решение, обобщающее известное решение де Ситтера [85]

6.1.Обобщенное решение де Ситтера

1. Координаты : $x^0 = u, x^1 = r, x^2 = \theta, x^3 = \varphi$.
2. Для компонент обобщенных матриц Паули:

$$\begin{aligned} \sigma^i_{00} &= (0,1,0,0), \quad \sigma^i_{11} = (1,U,0,0), \quad \sigma^i_{01} = \rho(0,0,P,iP), \quad \sigma^i_{10} = \bar{\sigma}^i_{01}, \\ \sigma_i^{00} &= (1,0,0,0), \quad \sigma_i^{11} = (-U,1,0,0), \quad \sigma_i^{01} = -\frac{1}{2\rho P}(0,0,1,i), \quad \sigma_i^{10} = \bar{\sigma}_i^{01}, \end{aligned} \quad (227)$$

где

$$\begin{aligned} U &= -\varepsilon^0 + \tilde{\Lambda} r^2, \quad P = (2)^{-1/2}(1 + \zeta\bar{\zeta}/4), \quad \zeta = x^2 + ix^3, \\ \varepsilon^0 &= \pm 1/2, \quad \varepsilon^0 = 0, \quad \tilde{\Lambda} = 6\Lambda = R/4 = const. \end{aligned}$$

3. Для спинорных компонент коэффициентов вращения Риччи (поля инерции):

$$\begin{aligned} \rho &= -1/r, \quad \alpha = -\bar{\beta} = \alpha^0/r, \quad \gamma = -\tilde{\Lambda} r, \\ \mu &= \rho/2, \quad \alpha^0 = \zeta/4. \end{aligned} \quad (228)$$

4. Для спинорных компонент тензора Римана:

$$\tilde{\Lambda} = 6\Lambda = R/4 = const. \quad (229)$$

Используя решение (227)-(229), находим триплет трансляционных метрик

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\Lambda r^2}{3}\right) du^2 - 2dudr - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (230)$$

$$ds^2 = \left(-\frac{\Lambda r^2}{3}\right) c^2 dt^2 - 2dudr - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (231)$$

$$ds^2 = \left(-1 - \frac{\Lambda r^2}{3}\right) c^2 dt^2 - 2dudr - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (232)$$

Если перейти к сферическим координатам с помощью преобразований вида

$$ct = x^0 - \int \frac{dr}{2U}, \quad r = x^1, \quad (233)$$

$$\sin \theta = \frac{(\zeta \bar{\zeta})^{1/2}}{1 + 1/4 \zeta \bar{\zeta}}, \quad tg \varphi = \frac{x^3}{x^2}, \quad (234)$$

то в этих координатах метрика де Ситтера (230) запишется как

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\Lambda r^2}{3}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{\Lambda r^2}{3}\right)^{-1} dr - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (235)$$

Эта метрика описывает объект, который движется со скоростями $v \ll c$ (брадион), тогда как метрика (231) описывает движение объекта со скоростью $v = c$ (люксон), а метрика (232) описывает движение объекта со скоростью $v \gg c$ (тахсион).

6.2.Обобщенное решение Вайдя

Следующий полностью геометризованный тензор энергии-импульса в уравнениях (220) имеет вид

$$\sigma^{AC}{}_{;j} \sigma^{BD}{}_{;m} \nu T_{ACBD} = \nu T_{jm} = \rho l_j l_m, \quad l_m l^m = 0, \quad (236)$$

где ρ -плотность изотропного излучения, l_m изотропный вектор световой тетрады $z^i_a = (l_a, n_a, m_a, \bar{m}_a)$. Впервые решение уравнений Эйнштейна с тензором (236) было найдено П. Вайдя [86]. Физически решение Вайдя интерпретируется как изотропное, сферическим симметричное излучение центрального массивного тела (например, излучение звезды).

Решение уравнений (A),(B.1), (B.2), обобщающее решение Вайдя, имеет следующий вид [15]:

1. Координаты : $x^0 = u, x^1 = r, x^2 = \theta, x^3 = \varphi$
2. Для компонент обобщенных матриц Паули:
 $\sigma^{i_{00}} = (0,1,0,0), \sigma^{i_{11}} = (1,U,0,0), \sigma^{i_{01}} = \rho(0,0,P,iP), \sigma^{i_{10}} = \bar{\sigma}^{i_{01}},$
 $\sigma_i^{00} = (1,0,0,0), \sigma_i^{11} = (-U,1,0,0), \sigma_i^{01} = -\frac{1}{2\rho P}(0,0,1,i), \sigma_i^{10} = \bar{\sigma}_i^{01}, \quad (237)$

где

$$U(u) = -\varepsilon^0 + 2\Psi^0(u)/r, \quad P = (2)^{-1/2}(1 + \zeta \bar{\zeta}/4), \quad \zeta = x^2 + ix^3, \\ \varepsilon^0 = \pm 1/2, \quad \varepsilon^0 = 0, \quad \Psi_2 = \Psi^0(u) \neq const - \text{переменная функция источника} .$$

3. Для спинорных компонент коэффициентов вращения Риччи (поля инерции):

$$\rho = -1/r, \quad \alpha = -\bar{\beta} = \alpha^0/r, \quad \gamma = \rho^2 \Psi^0(u)/2, \\ \mu = -1/2r + \Psi^0(u)/r^2, \quad \alpha^0 = \zeta/4. \quad (238)$$

4. Для спинорных компонент тензора Римана:

$$\Psi_2 = -\Psi^0(u)/r^3 \neq const, \quad \Phi_{22} = -\dot{\Psi}^0(u)/r^2 = -\frac{\partial\Psi^0}{\partial u} \frac{1}{r^2}. \quad (239)$$

После преобразования координат (233), (234), метрика Вайдя, при выборе $\varepsilon^0 = 1/2$ (брадион), имеет вид

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\Psi^0(t)}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\Psi^0(t)}{r}\right)^{-1} dr - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (240)$$

Используя решение (237)-(239), находим явный вид тензора энергии-импульса (236)

$$T_{ik} = -\frac{1}{\nu} [\dot{\Psi}^0 r^2 (\rho \bar{\rho})^2] l_i l_k, \quad l_k l^k = 0. \quad (241)$$

Из определения $T_{ik} = \rho c^2 l_i l_k$, находим плотность материи

$$\rho = -2\dot{\Psi}^0(u)/\nu c^2 r^2, \quad \dot{\Psi}^0(u) < 0. \quad (242)$$

Для соответствия решения (237)-(239) и полностью геометризованных уравнений (B.1) уравнениями Эйнштейна, рассмотрим предел $\Psi^0(u) \rightarrow \Psi^0 = const$. Для этого введем параметр ς размерности длины

$$\varsigma = \frac{\pi r^2}{2\Psi^0} |\dot{\Psi}^0(u)| \quad (243)$$

и представим плотность (242) через этот параметр в виде

$$\rho = \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2} \frac{1}{2\pi r^2} \frac{\varsigma}{r^2} = \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2} \frac{1}{2\pi r^2} \frac{\varsigma}{(r^2 + \varsigma^2)} \left(1 + \frac{\varsigma^2}{r^2}\right). \quad (244)$$

Из (243) видно, что при $\Psi^0(u) \rightarrow \Psi^0 = const$ величина $\varsigma \rightarrow 0$. Используя известную формулу

$$\frac{1}{2\pi r^2} \frac{1}{\pi} \lim_{\varsigma \rightarrow 0} \frac{\varsigma}{(r^2 + \varsigma^2)} = \frac{1}{2\pi r^2} \delta(r) = \delta(\vec{r}),$$

где $\delta(\vec{r})$ – трехмерная функция Дирака, запишем (244) при $\nu > 0$ как

$$\begin{aligned} \rho &= \lim_{\Psi^0(u) \rightarrow \Psi^0} \frac{2|\dot{\Psi}^0(u)|}{\nu c^2 r^2} = \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2} \frac{1}{2\pi r^2} \lim_{\varsigma \rightarrow 0} \frac{\varsigma}{(r^2 + \varsigma^2)} = \\ &= \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2} \frac{1}{2\pi r^2} \delta(r) = \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2} \delta(\vec{r}). \end{aligned} \quad (245)$$

В это соотношение входят две неопределенные константы: константа интегрирования Ψ^0 и множитель ν . Для определения их значений мы имеем два равенства:

1. При условии $\Psi^0(u) \rightarrow \Psi^0 = const$ метрика (240) совпадает с метрикой Шварцшильда (93), тогда

$$\Psi^0 = \frac{MG}{c^2} = \frac{r_g}{2} = -\frac{\varphi_{Nr}}{c^2}, \quad (246)$$

где M масса центрального тела, r_g – гравитационный радиус, $\varphi_N = -MG/r$.

2. Из соотношения для плотности материи (245) следует

$$M = \frac{8\pi\Psi^0}{vc^2}. \quad (247)$$

Используя (246) и (247), находим значение множителя v в виде

$$v = \frac{8\pi G}{c^4} \quad (248)$$

и уравнения (B.1) принимают вид

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4}c^2\delta(\vec{r})l_i l_k, \quad l_k l^k = 0. \quad (249)$$

Уравнения (249) представляют собой предельный случай излучающего точечного источника с массой M . Именно для этих уравнений выполняется принцип соответствия уравнениям теории гравитации Эйнштейна с отличной от нуля правой частью.

Ранее мы показали, что теория гравитации Эйнштейна ограничена, поскольку она, с одной стороны, не описывает поля и силы инерции, а с другой ее уравнения записаны относительно (квази)инерциальных систем отсчета. Уже простейшие уравнения движения (51), (52) теории гравитации, основанной на Всеобщем принципе относительности и уравнениях поля (A), (B) содержат поле инерции T^i_{jk} . Для точечной пробной частицы массы m уравнения (52) принимают вид

$$m\frac{d^2x^i}{ds^2} + m\Gamma^i_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} + mT^i_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} = 0, \quad (250)$$

где

$$mT^i_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} \quad (251)$$

- сила инерции. Уравнения движения (250) совпадают с уравнениями движения пробной частицы теории гравитации Эйнштейна при условии, что сила инерции (251) равна нулю

$$mT^i_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} = 0. \quad (252)$$

Соотношение (252) можно рассматривать как уравнение относительно T^i_{jk} , поскольку это поле имеет симметричную $T^i_{(jk)}$ и антисимметричную $T^i_{[jk]}$ по индексам j и k части

$$T^i_{jk} = -\Omega^{..i}_{jk} + g^{im}(g_{js}\Omega^{..s}_{mk} + g_{ks}\Omega^{..s}_{mj}) = T^i_{[jk]} + T^i_{(jk)}, \quad (253)$$

причем

$$T^i_{[jk]} = -\Omega^i{}_{jk} , \quad T^i{}_{(jk)} = g^{im}(g_{js}\Omega^{s}{}_{mk} + g_{ks}\Omega^{s}{}_{mj}) = 2\Omega^i{}_{jk}. \quad (254)$$

С учетом (253) и (254) , решение уравнений (252) выполняется для поля инерции $T^i{}_{jk}$ антисимметричного по всем трем индексам

$$T_{ijk} = -T_{jik} = T_{jki} = -\Omega_{ijk}. \quad (255)$$

Таким образом, в (квази)инерциальной системе отсчета поле инерции (255) отлично от нуля, антисимметрично по всем трем индексам и совпадает с кручением $-\Omega_{ijk}$ геометрии абсолютного параллелизма $A_4(6)$.

Подставляя поле (255) в определение (46) тензора энергии-импульса в полностью геометризованных уравнениях (B.1) , получим

$$T_{jm} = \frac{1}{v} \left\{ \Omega^i{}_{sm} \Omega^{s}{}_{ji} - \frac{1}{2} g_{jm} \Omega^i{}_{s} \Omega^{s}{}_{ji} \right\}. \quad (256)$$

Свяжем с полем (255) псевдовектором h_m

$$\Omega^{ijk} = \varepsilon^{ijkm} h_m , \quad \Omega_{ijk} = \varepsilon_{ijkm} h^m , \quad (257)$$

тогда тензор (256) запишется как

$$T_{jm} = \frac{1}{2v} \left\{ h_j h_m - \frac{1}{2} g_{jm} h_n h^n \right\}. \quad (258)$$

Заметим, что в уравнениях (B.1) тензор энергии-импульса (46) имеет как симметричную по индексам j и m $T_{(jm)}$ часть, так и антисимметричную часть $T_{[jm]}$, которая имеет вид

$$T_{[jm]} = \frac{1}{v} (-\nabla_i \Omega^i{}_{jm} - \nabla_m A_j - A_s \Omega^{s}{}_{jm}), \quad (259)$$

где

$$A_j = T^i{}_{ji} . \quad (260)$$

В (квази)инерциальной системе отсчета выполняется условие (255), поэтому в этой системе отсчета $A_j = 0$. Кроме того, необходимо считать, что в уравнениях (B.1) антисимметричная часть тензора энергии-импульса материи (259) также равна нулю $T_{[jm]} = 0$, тогда из (259) следует

$$\nabla_i \Omega^i{}_{jm} = -\nabla_i T^i{}_{jm} = 0 . \quad (261)$$

Подставляя (257) в (261), получим

$$h_{m,j} - h_{j,m} = 0.$$

Эти уравнения имеют два решения: тривиальное $h_m = 0$ и

$$h_m = \Psi_{,m} , \quad (262)$$

где Ψ – псевдоскаляр, через который тензор материи (258) записывается как

$$T_{jm} = \frac{1}{2\nu} \left\{ \Psi_{,j} \Psi_{,m} - \frac{1}{2} g_{jm} \Psi_{,n} \Psi_{,n} \right\}. \quad (263)$$

В квантовой теории поля тензор (263) рассматривается как тензор энергии-импульса псевдоскалярного поля [87], однако в нашем случае псевдовектор (262) определяется как поле инерции, а псевдоскаляр Ψ как потенциал поля инерции.

В случае, когда псевдовектор h_m светоподобен, то его можно представить как

$$h_m = \Phi l_m , \quad l_m l^m = 0 , \quad \Phi = \Phi(x^i) \quad (264)$$

и тензор записать тензор энергии-импульса (258) в виде

$$T_{jm} = \frac{1}{\nu} \Phi^2(x^i) l_j l_m , \quad (265)$$

откуда получаем плотность материи

$$\rho = \frac{1}{\nu c^2} \Phi^2(x^i) . \quad (266)$$

Если же псевдовектор h_m времениподобен, то его удобно представить как

$$h_m = \varphi(x^i) u_m , \quad u_m u^m = 1 . \quad (267)$$

Подставляя (267) в (258), имеем

$$T_{jm} = \frac{1}{\nu} \varphi^2(x^i) \left\{ u_j u_m - \frac{1}{2} g_{jm} \right\} = \frac{1}{\nu} \varphi^2(x^i) u_j u_m - \Lambda(x^i) g_{jm} , \quad (268)$$

где мы ввели обозначение

$$\Lambda(x^i) = \frac{1}{2\nu} \varphi^2(x^i) . \quad (269)$$

Мы видим, что тензор (268) содержит два источника гравитационного поля:

1. Сферически симметричный источник с плотностью материи

$$\rho_1 = \frac{1}{\nu c^2} \varphi^2(x^i) , \quad (270)$$

которую в пределе стационарной материи можно записать как плотность точечного источника $\rho_1 = M \delta(\vec{r})$ (см. формулы (241)-(249)).

2. Сферически симметричный источник с плотностью материи

$$\rho_2 = -\frac{4}{c^2} \Lambda(x^i) , \quad (271)$$

которая в пределе $\lim_{\Lambda \rightarrow const} \Lambda(x^i) = \tilde{\Lambda} = const$ совпадает с плотность де Ситтера в тензоре (223).

Приведем решение уравнений (A), (B) В этих предельных случаях, содержащее две константы интегрирования Ψ^0 и Λ .

6.3. Обобщенное решение Шварцшильда-де Ситтера

1. Координаты : $x^0 = u$, $x^1 = r$, $x^2 = \theta$, $x^3 = \varphi$
2. Для компонент обобщенных матриц Паули:

$$\begin{aligned} \sigma^{i_{00}} &= (0,1,0,0), & \sigma^{i_{11}} &= (1,U,0,0), & \sigma^{i_{01}} &= \rho(0,0,P,iP), & \sigma^{i_{10}} &= \bar{\sigma}^{i_{01}}, \\ \sigma^{i_{00}} &= (1,0,0,0), & \sigma^{i_{11}} &= (-U,1,0,0), & \sigma^{i_{01}} &= -\frac{1}{2\rho P}(0,0,1,i), & \sigma^{i_{10}} &= \bar{\sigma}^{i_{01}}, \end{aligned}$$

где (272)

$$\begin{aligned} U &= -\varepsilon^0 + 2\Psi^0/r + \tilde{\Lambda}r^2, & P &= (2)^{-1/2}(1 + \zeta\bar{\zeta}/4), & \zeta &= x^2 + ix^3, \\ \varepsilon^0 &= \pm 1, & \varepsilon^0 &= 0, & \Psi^0 &= const, & \tilde{\Lambda} &= 6\Lambda = R/4 = const. \end{aligned}$$

3. Для спинорных компонент коэффициентов вращения Риччи (поля инерции) T^i_{jk} :

$$\begin{aligned} \rho &= -1/r, & \alpha &= -\bar{\beta} = \alpha^0/r, & \gamma &= \rho^2\Psi^0/2 - \tilde{\Lambda}r, \\ \mu &= \rho/2 + 2\Psi^0/r^2, & \alpha^0 &= \zeta/4. \end{aligned} \quad (273)$$

4. Для спинорных компонент тензора Римана:

$$\Psi_2 = \Psi = -\Psi^0/r^3, \quad \tilde{\Lambda} = 6\Lambda = R/4 = const. \quad (274)$$

Используя решение (272)-(274), находим трансляционную метрику этого решения для $\varepsilon^0 = 1$

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\Psi^0}{r} - \frac{\Lambda r^2}{3}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\Psi^0}{r} - \frac{\Lambda r^2}{3}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta \varphi^2). \quad (275)$$

Для вычисления потенциальной энергии системы островного типа (например, потенциальной энергии частицы массы m в поле метрики Шварцшильда) может быть использована формула [15]

$$U = -mc \left[\left(\eta_{ik} \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^k}{dt} \right)^{1/2} - \left(g_{ik} \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^k}{dt} \right)^{1/2} \right], \quad (276)$$

где η_{ik} плоская метрика на бесконечности. Подставляя компоненты g_{ik} из метрики Шварцшильда (93), получаем в нерелятивистском приближении: $U = mc^2(g_{00} - 1)/2 = -mMG/r = -m\varphi_N$. Применяя эту простую формулу к метрике (275), находим потенциал взаимодействия $V(r)$ в виде

$$V(r) = -\frac{c^2}{2} \left(\frac{2MG}{rc^2} + \frac{\Lambda r^2}{3} \right) = -\frac{MG}{r} - \frac{\Lambda c^2}{6} r^2. \quad (277)$$

Чтобы плотность материи, порождающая потенциал (277), была положительна, необходимо выбрать в (277) $\Lambda < 0$. Полагая $\Lambda = 0$, получим из уравнений (B.1) вакуумные уравнения Эйнштейна $R_{ik} = 0$, при этом метрика (275) переходит в метрику Шварцшильда (93). Из (277) видно, что вклад второго члена растет с увеличением расстояния от массы M , поэтому эту добавку к ньютоновскому потенциалу мы будем называть «мега-кварковым» потенциалом. В (квази)инерциальной системе отсчета наблюдатель, производя наблюдения за космическими объектами, видит их движения как движение пробных масс во внешнем гравитационном поле решения (272)-(274) под действием гравитационного потенциала центрального тела M (ньютоновская часть воздействия) и «мега-кваркового» потенциала

$$V = -\frac{c^2 \Lambda r^2}{2} - \frac{c^2}{2} \frac{r_g}{r}, \quad \Lambda < 0, \quad (278)$$

растущего с увеличением расстояния от центрального тела. На рис.24 представлен качественный анализ влияния мега-кварковой добавки $-\Lambda c^2 r^2/6$, к потенциалу Ньютона, приводящая к эффектам, которые получили название *темная материя и темная энергия*. Для наглядности, масштабы на рис.24 были сознательно деформированы, так как в реальных масштабах расстояния в зонах 1, 2 и 3 отличаются на порядки. В зоне 1 мега-кварковый потенциал $-\Lambda c^2 r^2/6$, пренебрежимо мал, поскольку $\Lambda \approx 1/R_0^2 \approx 10^{-56} (m)^{-2}$, где $R_0 \approx 10^{26 \div 30} m$. Поэтому в зоне 1 потенциал Ньютона с большой точностью описывает движение массивных образований. В зоне 2 начинает действовать мега-кварковый потенциал

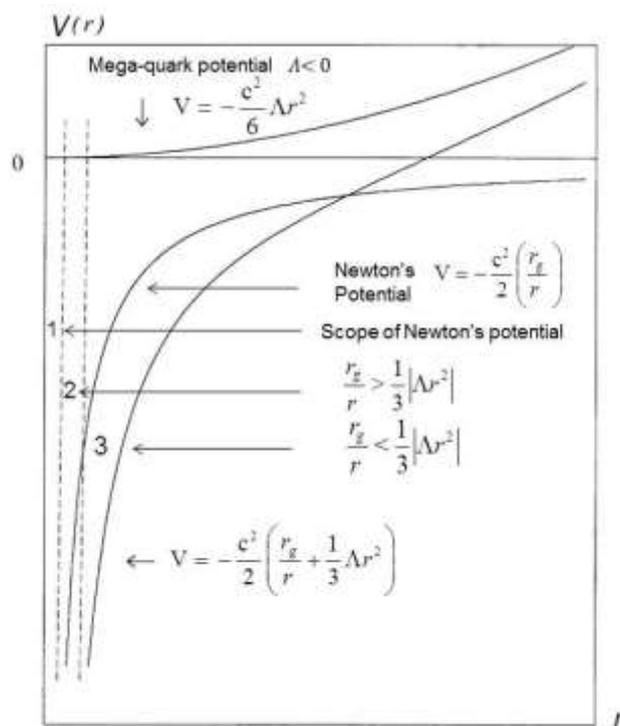


Рис. 24. Графики гравитационного потенциала взаимодействия решения (272)-(274)

$-\Lambda c^2 r^2/6$, при этом ньютоновские траектории изменяются таким образом, что линейные скорости массивных тел почти не меняются с увеличением расстояния до центральной

массы. Наконец, в зоне 3 действие мега-кваркового потенциала $-Lc^2r^2/b$ становится настолько значительным, что порожденные им силы отталкивания перебарывают ньютоновское притяжение и массивные системы начинают разбегаться от центра, причем с ускорением, что и подтверждают космологические наблюдения.

6.4. Обобщенное решение Вайдя-Керра

1. Координаты : $x^0 = u$, $x^1 = r$, $x^2 = \theta$, $x^3 = \varphi$.
2. Для компонент обобщенных матриц Паули:

$$\begin{aligned} \sigma^i{}_{00} &= (0,1,0,0), & \sigma^i{}_{11} &= \rho\bar{\rho}(\Omega, -Y, 0, a), & \sigma^i{}_{01} &= -\frac{\bar{\rho}}{\sqrt{2}}(ia \sin \theta, 0, 1, i \operatorname{cosec} \theta), \\ \sigma^i{}_{10} &= \overline{\sigma^i{}_{01}}, & \sigma_i{}^{00} &= (1,0,0, -a \sin^2 \theta), & \sigma_i{}^{11} &= \rho\bar{\rho}(Y, (\rho\bar{\rho})^{-1}, 0, -a \sin^2 \theta Y), \\ \sigma_i{}^{01} &= -\frac{\bar{\rho}}{\sqrt{2}}(ia \sin \theta, 0, -(\rho\bar{\rho})^{-1}, -i\Omega \sin \theta), & \sigma_i{}^{10} &= \overline{\sigma_i{}^{01}}, \end{aligned} \quad (279)$$

где

$$\Omega = r^2 + a^2, \quad Y = \frac{r^2 + a^2 - 2\Psi^0(u)r}{2}, \quad a = \operatorname{const}, \quad \Psi^0 = \Psi^0(u).$$

3. Для спинорных компонент коэффициентов вращения Риччи (поля инерции) $T^i{}_{jk}$:

$$\begin{aligned} \rho &= -\frac{1}{r - ia \cos \theta}, & \beta &= -ctg\theta \frac{\bar{\rho}}{2\sqrt{2}}, & \pi &= ia \sin \theta \frac{\rho^2}{\sqrt{2}}, & \alpha &= \pi - \bar{\beta}, \\ \mu &= Y\rho^2\bar{\rho}, & \nu &= -i\Psi^0 ra \sin \theta \frac{\rho^2\bar{\rho}}{\sqrt{2}}, & \gamma &= \mu + [r + \Psi^0] \frac{\rho\bar{\rho}}{2}, & \tau &= -ia \sin \theta \frac{\rho\bar{\rho}}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (280)$$

4. Для спинорных компонент тензора Римана:

$$\begin{aligned} \Psi_2 &= \Psi^0 \rho^3, & \Psi_3 &= -i\Psi^0 a \sin \theta \frac{\rho^2\bar{\rho}}{2\sqrt{2}} - i2\Psi^0 ra \sin \theta \frac{\rho^3\bar{\rho}}{\sqrt{2}}, \\ \Psi_4 &= \Psi^0 ra^2 \sin^2 \theta \frac{\rho^3\bar{\rho}}{2} + \Psi^0 ra^2 \sin^2 \theta \rho^4\bar{\rho}, \\ \Phi_{12} &= -i\Psi^0 a \sin \theta \frac{\rho^2\bar{\rho}}{2\sqrt{2}}, & \Phi_{22} &= -\Psi^0 ra^2 \sin^2 \theta \frac{\rho^2\bar{\rho}^2}{2} - \Psi^0 r^2 \rho^2\bar{\rho}^2. \end{aligned} \quad (281)$$

В этом решении $\Psi^0(u)$ - функция источника, зависящая от времени u и $a = \operatorname{const}$ - параметр Керра, описывающий вращение источника. Трансляционная метрика решения (279)-(281) имеет вид

$$\begin{aligned}
ds^2 = & \left(1 - \frac{2 \Psi^0(t)r}{r^2 + a^2 \cos^2 \theta}\right) c^2 dt^2 + \frac{4 \Psi^0(t)ra}{r^2 + a^2 \cos^2 \theta} \sin^2 \theta d\varphi c dt \\
& - \frac{r^2 + a^2 \cos^2 \theta}{r^2 - 2 \Psi^0(t)r + a^2} dr^2 - 2a \sin^2 \theta dr dy - (\rho \bar{\rho})^{-1} dx^2 - \\
& - (r^2 + a^2 \cos^2 \theta) d\theta^2 \\
& - \left(r^2 + a^2 + \frac{2 \Psi^0(t)ra^2}{r^2 + a^2 \cos^2 \theta} \sin^2 \theta\right) \sin^2 \theta d\varphi^2. \tag{282}
\end{aligned}$$

Подставляя величины поля T^i_{jk} из решения (279)-(281) и используя метрику (282), находим явный вид геометризованного тензора энергии-импульса T_{ik}

$$T_{ik} = \frac{1}{v} \left(\left[-\frac{\ddot{\Psi}^0}{2} r a^2 \sin^2 \theta (\rho \bar{\rho})^2 - \Psi^0 r^2 (\rho \bar{\rho})^2 \right] l_i l_k - \sqrt{2} \Psi^0 a \sin \theta \rho \bar{\rho} \operatorname{Im}(l_{(i} \bar{m}_{k)} \rho) \right). \tag{283}$$

Заключение

В данной работе была представлена механика и теория гравитации, в которых с самого начала мы отказались от понятия инерциальной системы отсчета. В результате оказалось, что в такой физике определяющую роль играют поля и силы инерции, при этом силы инерции исчезающе малы в (квази)инерциальных системах отсчета и ими можно пренебречь. Однако, в (квази)инерциальных системах отсчета поля инерции отличны от нуля и, в простейшем случае, удовлетворяют квантовому уравнению Шредингера. Уравнения динамики поля инерции позволяют объяснить аномальные эксперименты в классической механике и гравитационной динамике, порожденные собственным вращением механических, движущихся в гравитационном поле. Использование уравнений поля инерции решает проблемы механики и теории гравитации Эйнштейна, связывая природу источников материи в этих разделах физики с полем инерции.

Литература

1. *Шунов Г.И.* // О критериях фундаментальности физической теории // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.25936, 10.12.2019 . <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008b/1163-shp.pdf> .
2. *Поннер К.* // Логика научного исследования. М.: Республика, 2005. - 447 с.
3. *Weyl H.* // Gravitation and Electricity. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., May 30, 1918, p. 465.
4. *Weyl H.* // Nature. Vol. 106. February 17, 1921, pp. 800-802.
5. *Eddington A.S.* // Proceedings of the Royal Society (London). 1921. Vol. A99, p 104-122.
6. *Kaluza T.* // On the Unity Problem of Physics. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., December 22, 1921, pp. 966-972.
7. *Einstein A.* // Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl., 1923, 32-38. *Эйнштейн А.* // К общей теории относительности. Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С. 134-141.

8. *Einstein A.* // Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl., 1923, 76-77. *Эйнштейн А.* // Замечание к моей работе «К общей теории относительности». Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С. 142-144.
9. *Einstein A.* // Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl., 1923, 137-140. *Эйнштейн А.* // К аффинной теории поля. Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С. 142-144.
10. *Einstein A.* // Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl., 1923, 137-140. *Эйнштейн А.* // Теория аффинного поля. Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С. 149-153.
11. *Einstein A.* // Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl., 1925, 414-419.
12. *Эйнштейн А.* // Единая полевая теория тяготения и электричества. Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С. 171-177.
13. *Rutherford E.* // Philos. Mag. 1919, Vol. 37. P. 537.
14. *Смолин Л.* // Неприятности с физикой: взлет теории струн, упадок науки и что за этим следует. Бостон, 2006, 1955 с. (См. перевод с английского на русский на сайте <http://www.rodon.org/sl/nsfvtsunichzes/>).
15. *Шипов Г.И.* // Теория физического вакуума. Новая парадигма. М., НТ-Центр, 1993. с.362.
16. *Шипов Г.И.* // Теория физического вакуума, теория эксперименты и технологии, М., Наука, 1997. с.450 .
17. *Shipov G.* // A theory of Physical Vacuum, М.: ST-Center, 1998. P. 312.
18. *Ольховский И.И.* // Курс теоретической механики для физиков. М.: Наука, 1970.
19. *Эйлер Л.* // Открытие нового принципа механики. Записки Берлинской академии наук, 1750, т. 14., с. 185-217.
20. *Ишлинский Ю.А.* // Механика относительного движения и силы инерции. М.: Наука, 1983.
21. *Магнус К.* // Гироскоп: теория и применение. М.: Мир, 1974, с. 526.
22. *Граммель Р.* // Гироскоп, его теория и применения, т. 1. т. 2, ИЛ, М., 1952.
23. *Ньютон И.* // Математические начала натуральной философии. Перевод с латинского и примечания А. Н. Крылова. М.: Наука, 1989. 688 стр. ISBN 5-02-000747-1
24. *Cartan E.* // Compt. Rend.1922. Vol. 174, p. 437.
25. *Шипов Г.И.* // Углы Эйлера как элементы пространства событий при описании вращательного движения // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.24051, 09.12.2017. <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008a/1156-shp.pdf>
26. *Trukhanova M., Shipov G.* // Foundation of the mechanics of oriented point. 2013, <https://arxiv.org/abs/1702.02561> .
27. *Шипов Г.И.* // Теория гравитации в пространстве абсолютного параллелизма. Известия вузов, Физика, 1977, № 6, с. 142.
28. *Shipov G.* // Decartes' Mechanics – Fourth Generalization of Newton's Mechanics. In "7th Intern. Conference Computing Anticipatory Systems " ~ НЕС - ULg, Liege, Belgium, 2005, ISSN 1373-5411 ISBN 2-930396-05-9 P. 178 .
29. *Яу Ш., Надис С.* // Теория струн. Скрытые измерения Вселенной. Теория струн и скрытые измерения Вселенной: Пер. с англ. The Shape of Inner Space: String Theory and the Geometry of the Universe's Hidden Dimensions (2010). СПб.: Питер, 2012. 400 с.
30. Регистрация научных открытий. ПОЛОЖЕНИЕ о научных открытиях, научных идеях, научных гипотезах <http://raen.info/activities/registracija-nauchnyh-otkrytii> .

31. Геронимус Я. Л. // Теоретическая механика. Очерки об основных положениях. М., 1973 г. 512 стр. с илл. (стр. 206).
32. Добронравов В. В., Никитин Н. Н., Дворников А. Л. // Курс теоретической механики. Изд. 3-е, перераб. Учебник для вузов. М., «Высшая школа». 528 с. с илл. (стр. 293).
33. Кильчевский Н. А. // Курс теоретической механики. Том 1. (Кинематика, статика, динамика точки). М., 1972, 456 стр. с илл. (стр. 147).
34. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. // Теория колебаний. 2-е изд., перераб. и испр. - М.: Наука, 1981. - 918 с. (стр. 23).
35. Поляхов Н. Н., Зегжда С. А., Юшков М. П. // Теоретическая механика. Учеб. для вузов. Под ред. Товстика. П. Е. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Высш. шк., 2000. - 592 с.: илл. (стр. 147).
36. Геловани В.А., Смольяков Э.Р. // Гипотеза о влиянии высших производных на движение центра масс. ДАН, 2000, т. **375**, № 2, с. 159-162.
37. Смольяков Э.Р. // Нелинейные законы движения и обоснование законов движения инерциодов. ДАН РФ, 2003, т. **393**, № 6, с. 770-775.
38. Козырев Н.А. // Причинная или несимметричная механика в линейном приближении. Пулково, 1958, 232 с.
39. Hayasaka H., Takeuchi S., // Anomalous Weight Reduction on a Gyroscope's Right Rotations around the Vertical Axis on the Earth. Phys. Rev. Letters. v.6 , №25, 1989.
40. Newman. E., Penrose R. // J. Math. Phys. 1962. Vol. 3, \No 3. P.566 - 587.
41. Debney G., Kerr R., Schild A. // J. Math. Phys. 1969. Vol. 10, p.1842.
42. Маделунг Э. // Математический аппарат физики, М., Наука, 1961, с.618.
43. Madelung E. // Quantum Theory in Hydrodynamic Form, Z.Physic, **40** , (1926), p.p. 332 - 336.
44. Ellis G.R., Elst H. // Cosmological Models, Cargese Lectures 1998, LANL e-print archives: gr-qc/9812046, 1999.
45. Raychaudhuri A. // Phys. Rev. 98, 1123 (1955).
46. Raychaudhuri A. // Relativistic cosmology, I, Phys. Rev. **98**, 1123 (1955). Reprinted as a 'Golden Oldie' in GRG **32**, 749 (2000).
47. Hawking S. W., Ellis G.F. R. // The large scale structure of space-time (Cambridge University Press, Cambridge, 1973).
48. Alcubierre, M. // "The warp drive: hyper-fast travel within general relativity". *Class. Quant. Grav.* Vol.11. L73–L77. (1994).
49. Толчин В.Н. // Инерциод. Силы инерции как источник движения. Пермь. 1977.
50. Шипов Г.И., Сидоров А.Н. // Теоретические и экспериментальные исследования реактивного движения без отбрасывания массы. «Физика взаимодействия живых объектов с окружающей средой», 2004, М.: с.230.
51. Шипов Г.И. // 4D Гироскоп в механике Декарта. Кириллица, 2006, с. 74
http://www.shipov.com/files/021209_tolchdescart.pdf
52. Шипов Г.И. // О новом способе передвижения в космическом пространстве // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.25737, 16.09.2019 .
<http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008b/1162-shp.pdf> .
53. Шипов Г.И., Сидоров А.Н., // О наблюдении действия сил инерции в инерциальной системе отсчета // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.17140, 24.12.2011.
54. Шипов Г.И. // Теоретическое и экспериментальное исследование пространственно-временной прецессии 4D гироскопа и новый способ передвижения в

космическом пространстве // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.23250, 10.04.2017,

<http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008a/1151-shp.pdf> .

<https://www.youtube.com/watch?v=Igt1pV8ojTc> .

55. *Раишевский П.К.* // Риманова геометрия и тензорный анализ. 1964. М.: Наука, с. 664.
56. *Schwarzschild K.* // «Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einstein'schen Theorie». *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften*, **1**, (1916), 189—196.
57. *Einstein A., Grossmann M.* // *Z. Math. und Phys.*, 1913, **62**, 225-261. *Эйнштейн А., Гроссман М.* // Проект общей теории относительности и теория тяготения. Собр. науч. тр. М.: Наука, 1965. Т. 1. С. 227-266.
58. *Einstein A.* // In: "Albert Einstein - Philosopher-Scientist". by P.A.Schilpp, Evanston (Illinois), 1945, pp. 1-95.
59. *Einstein A.* // In: "Louis de Broglie, physiscien et penseur". Paris, 1953, pp. 4-14.
60. *Hayasaka H., Tahaka H., Hashida T.C., Sugiyama T.* // Possibility for the existence of anti-gravity: evidence from a free-fall experiment using a spinning gyro. *Speculations in Science and Technology* **20**, 1997, cc173-181
61. *Frenet G.* // *Jour. de Math.* 1852. Vol. 17. P. 437-447.
62. *Фиников С.П.* // Дифференциальная геометрия. МГУ, 1961.
63. *Крылов А.Н.* // Собрание трудов, т. IV, Балистика, АН СССР, 1937.
64. *Weitzenbock R.* // *Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss. Phys.-math. Kl.* 1924. Bd. S. 466-50.
65. *Шунов Г.И.* // Уравнения поля тетрад в пространстве абсолютного параллелизма. Известия вузов, Физика, 1976, № 6, с. 132.
66. *Шунов Г.И.* // Теория гравитации в пространстве абсолютного параллелизма. Известия вузов, Физика, 1977, № 6, с. 142.
67. *Klein F.* // *Math. Ann.* 1893. Vol. 43. P. 63.
68. *Картан Э.* // Риманова геометрия в ортогональном репере. Лекции Э.Картана в Сорбонне. 1926-1927 гг., Волгоград, Изд-во Платон, 1998.
69. *Hayashi K.* // *Phys. Lett. B.* 1977. Vol. 69, No 4. P. 441-443.
70. *Фавар Ж.* // Курс локальной дифференциальной геометрии. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
71. *Ефремов А.П.* // Исследование кватернионных пространств и их взаимосвязи с системами отсчета и физическими полями. Москва, 2005, РУДН, сс. 222.
72. *Cartan E.* // Проективные группы, которые не сохраняют никакую мультипликативную плоскость. *Bull, Soc. Math. France*, **41**, 53 (1913).
73. *Pauli W.* // *Z. Physik*, **37** , 601, (1927).
74. *Dirac P.A.M.* // «The Quantum Theory of the Electron», *Proc. R. Soc.* **A117** 610 (1928).
75. *Пенроуз Р., Риндлер В.* // Спиноры и пространство-время. Т.1. М.: Мир, 1987.
76. *Carmeli M.* // *J. Math. Phys.* 1970. Vol.2. P.27-28.
77. *Carmeli M.* // *Lett. nuovo cim.* 1970. Vol.4. P.40-46.
78. *Carmeli M.* // *Phys. Rev. D.* 1972. Vol.5. P.5-8.
79. *Carmeli M.* // *Classical Fields. General Relativity and Gauge Theory.* World Scientific Publish. 2001. P. 650.
80. *Carmeli M.* // *Group Theory and General Relativity.* World Scientific Publish. 2000. P. 391.

81. *Картан Э.* // Теория конечных непрерывных групп и дифференциальная геометрия, изложенная методом подвижного репера. Платон, 1998, с. 367.
82. *Newman. E., Penrose R.* // J. Math. Phys. 1962. Vol. 3, \No 3. P.566 - 587.
83. *Шунов Г.И.* // Геометрия абсолютного параллелизма. Ч.2. М., 1992. 76 с. Препринт МНТЦ ВЕНТ; №16.
84. *Goldber J., Sachs R.* // Acta phys. pol. Suppl. 1962. Vol. 22. P.13-18.
85. *De Sitter W.* // Proceedings of Nederlandse Akademie van Wetenschappen (1917) **19** 1217-1225.
86. *Vaidya P.* // Tensor. 1972. Vol. 24. P. 1.
87. *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* // Введение в теорию квантовых полей. М.: Наука, 1976. С. 29.