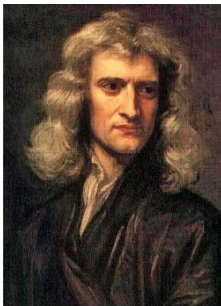


ТОРСИОННАЯ ФИЗИКА ОТ НЬЮТОНА ДО НАШИХ ДНЕЙ. ЧАСТЬ I

Геннадий Шипов

Академик РАН email: warpdrive09@gmail.com , youtube канал: *шипов геннадий*

Введение

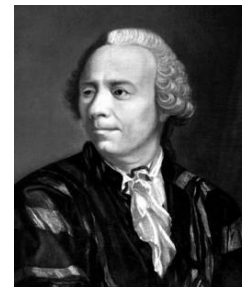


Исаак Ньютон

Основоположником современной физики безусловно является Исаак Ньютон, который почти 350 лет назад поставил перед физиками фундаментальный вопрос: «почему поверхность воды в ведре искривляется, при его вращении [1]?». Современный физик объяснил бы это явление действием сил инерции на вращающуюся воду. Этот правильный ответ подтверждается многочисленными экспериментами, в которых показано, что геометрия поверхности воды зависит от угловой скорости вращения воды. Используя уравнения движения Эйлера для несжимаемой идеальной жидкости без учета вязкости, записанные в ускоренной системе отсчета, связанной с вращающейся жидкостью, получим (рис.1)

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \rho\vec{g} - \rho[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}']] - \nabla p ,$$

где ρ – плотность воды, \vec{v} - её скорость, p – давление внутри воды. Из этого уравнения следует, что на поверхности воды (и внутри её) действуют три силы: гравитационная сила $\rho\vec{g}$ (\vec{g} – вектор ускорения свободного падения), $\rho[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}']]$ -центробежная сила инерции и ∇p – сила давления.



Леонард Эйлер

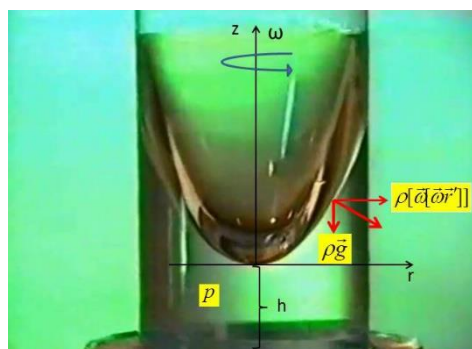


Рис.1. Искривление поверхности воды во вращающемся стакане

Решение уравнений Эйлера приводит к гиперболической форме кривизны поверхности $z = h + \omega^2 r^2 / 2g$ и к закону сохранения энергии $\rho\omega^2 r^2 / 2 - \rho g z = const$, где $U_{in} = -\rho\omega^2 r^2 / 2$ - потенциальная энергия центробежной силы инерции и $\rho g z$ – потенциальная энергия гравитационной силы. Казалось бы, что ответ на поставленный И. Ньютоном вопрос найден и все ясно, однако

это только кажется потому, что: а) во-первых, примерно, 60% механиков называют силы инерции, которых нам известно четыре

$$-m\vec{a} = -m\vec{W} - m[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}']] - 2m[\vec{\omega}\vec{v}'] - m\left[\frac{d\vec{\omega}}{dt}\vec{r}'\right],$$

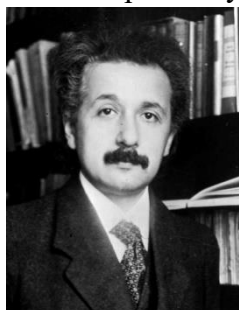
«фиктивными», поскольку до сих пор неизвестна их физическая природа [2]; б) во-вторых, сто лет назад гениальный математик Эли Картан в работе [3] высказал гипотезу



Эли Картан

гипотезу, что «вращение материи порождает кручение пространства», однако в этой статье Э. Картан не указал конкретную геометрию и конкретный вид кручения (а их в математике несколько), порождаемое вращением материи. Глядя на аналитическую запись сил инерции, можно заметить, что три последних силы порождены вращением триады Эйлера, связанной с массой m , в углах Эйлера $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, а четвертая сила инерции $= -m\vec{W}$ вращением в трех пространственно-временных углах $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ [4].

Если принять утверждение Альберта Эйнштейна о том, что инерциальных систем отсчета



Альберт Эйнштейн

в природе не существует и поэтому «общая теория относительности представляет собой единственный способ избежать такой нереальной вещи, как инерциальная система отсчета [5]», то силы инерции приобретают в физике: а) первостепенное значение; б) сводят поступательное ускорение и трехмерное вращательное движение к вращению в четырехмерном пространстве x, y, z, ct . Впервые мысль о сведении всех движений в природе к вращению высказал Рене Декарт в цитате «все движения, происходящие в мире, так или иначе являются круговыми [6]».



Рене Декарт

Поля кручения Эли Картана, порождаемые вращением материи, в последствии получили название *торсионные поля*. Поскольку, как было отмечено выше, вращение материи представляет собой ускоренное движение, которое порождает четыре вида сил инерции, то мы приходим к выводу, что торсионные поля Картана должны быть связаны с силами инерции. Такая связь возможно только при условии, если торсионное поле будет отождествлено с *полем инерции*. Как известно, А. Эйнштейн впервые в физике использовал поле инерции при формулировке сильного принципа эквивалентности, который утверждает (исходя из эксперимента), что «в свободно падающем лифте поле инерции локально эквивалентно гравитационному полю».

В работах [7-9] в 1976-77 годах автор впервые в науке установил, что торсионные поля Картана связаны с физическим полем инерции, если они описываются кручением геометрии абсолютного параллелизма $-\Omega^i{}_{jk}$ ($i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3$) [10-12]. Этот геометрический объект получил в математике название *объекта неголономности*. Название отражает тот факт, что кручение $-\Omega^i{}_{jk}$ зависит не только от четырех трансляционных голономных координат x, y, z, ct , но и от шести неголономных угловых переменных $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$.

Описание торсионного поля как физического поля инерции привело к открытию релятивистской Неголономной механики, основанной на Всеобщем принципе относительности. Эта механика представляет собой очередное обобщению классической



МГУ 1974

механики Ньютона (как будет показано ниже 15ое по счету), которая объединила все модификации классической механики Ньютона с квантовой механикой, при этом волновая



Генрих Герц

функция ψ в новой квантовой механике оказалась связанной с полем инерции [13, 14]. Этот результат воплощает мечту А. Эйнштейна получить детерминированную квантовую теорию из уравнений расширенной теории относительности. Неголономная механика, возможность существования которой впервые отметил Генрих Герц [15], была доложена в 2005 году на международной конференции в Бельгии, посвященной 100 летию специальной теории относительности Эйнштейна [16]. Всеобщий принцип относительности представляет собой объединение общего принципа трансляционной относительности Эйнштейна с вращательной относительностью, которая обеспечивает инвариантность уравнений неголономной механики [10-12]

$$\nabla_{[k} e_{j]}^a + T_{[k j]}^i e_i^a = 0, \quad (A)$$

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \nu T_{ik}, \quad (B.1)$$

$$C_{jkm}^i + 2\nabla_{[k} T_{j|m]}^i + 2T_{s[k}^i T_{j|m]}^s = -\nu J_{jkm}^i, \quad (B.2)$$

относительно преобразований неголономных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$. Тензор энергии-импульса материи T_{ik} в полностью геометризованных уравнениях Эйнштейна (B.1) и тензорный ток J_{jkm}^i в полностью геометризованных уравнениях Янга-Миллса (B.2) выражаются через поле инерции T_{jk}^i

$$T_{jk}^i = -\Omega^{..i}_{jk} + g^{im} (g_{js} \Omega^{..s}_{mk} + g_{ks} \Omega^{..s}_{mj})$$

соотношениями

$$T_{jm} = -\frac{2}{\nu} \left\{ (\nabla_{[i} T_{j|m]}^i + T_{s[i}^i T_{j|m]}^s) - \frac{1}{2} g_{jm} g^{pn} (\nabla_{[i} T_{|p|n]}^i + T_{s[i}^i T_{|p|n]}^s) \right\},$$

$$J_{jkm}^i = 2g_{[k(i} T_{j)m]} - \frac{1}{3} T g_{i[m} g_{k]j},$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3.$$

Надо отметить, что уравнения неголономной механики обращаются в нуль, если равно нулю кручение (торсионное поле) пространства абсолютного параллелизма.

В результате исследования уравнения (A), (B.1), (B.2) мы получаем следующую физическую картину устройства Мира. Существует три фундаментальных поля: гравитационное, электромагнитное и поле инерции, данные нам в повседневных ощущения на бытовом уровне. Все остальные известные поля такие, как квантовые поля, поля Янга-Миллса, ядерные поля и т.д. носят конструктивный или феноменологический характер и, скорее всего, представляют собой проявление перечисленных выше трех фундаментальных полей, описываемых уравнениями (A), (B.1), (B.2).

1. Обобщения механики Ньютона. Современный взгляд

Как это не покажется странным, но большинство современных физиков мыслят категориями механики Ньютона, с большим трудом воспринимая ее фундаментальные обобщения

и математические модификации. Поэтому стоит обратить внимание на работы физиков и математиков, сделавших эти обобщения, и дать им современное звучание.

1.1. Механика Даламбера



Жан Даламбер

Соблюдая хронологию, можно увидеть, что первым фундаментальным обобщением механики Ньютона является механика Жана Даламбера. В механике принято считать, что заслуга Даламбера состоит в том, что он ввел в механику принцип Даламбера, который сводит динамику уравнений механики Ньютона к статике. В современной формулировке принцип Даламбера гласит: «При движении механической системы с идеальными связями \vec{R}_k работа всех ньютоновских сил \vec{F}_k^N и сил инерции \vec{F}_k^{in} на любом виртуальном перемещении системы в каждый момент времени равна нулю [17]». Аналитически принцип Даламбера сводится к простому шагу, а именно, к переносу всех членов в уравнениях Ньютона $m_k \vec{a}_k = \vec{F}_k^N + \vec{R}_k$ в одну сторону $\vec{F}_k^N + \vec{R}_k - m_k \vec{a}_k = 0, \quad k=1,2,3\dots n$. С математической точки зрения этот шаг тривиален, но, с точки зрения физики, принцип Даламбера приравнивает силы инерции $m_k \vec{a}_k$ к ньютоновским силам $\vec{F}_k^N + \vec{R}_k$. Сделав это как математик, Даламбер, как физик, допустил ошибку, назвав силы инерции «фиктивными силами». В результате, большинство современных механиков (примерно 60%) продолжают ошибочно считать силы инерции «фиктивными», рассматривая их как «полезный вспомогательный объект для решения задач классической механики [18]».

1.2. Механика Эйлера



Леонард Эйлер

Если быть последовательным, то надо отметить, что современный аналитический аппарат классической механики был создан не И. Ньютоном, который для решения задач механики использовал геометрический подход [1], а Леонардом Эйлером [19]. Более того, Л. Эйлер создал механику твердого тела, которая принципиально отличается от механики Ньютона, что следует из названия работы Л. Эйлера «Открытие нового принципа механики» [20]. Кроме трансляционных галилеевых координат пространства x, y, z , на которых Л. Эйлер определяет метрику плоского евклидова пространства $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$, Л. Эйлер вводит безразмерные неголономные угловые координаты

$$\begin{aligned} \varphi &= \angle \vec{e}_1 \vec{e}_\xi, \quad \theta = \angle \vec{e}_3 \vec{e}'_3, \quad \psi = \angle \vec{e}_\xi \vec{e}', \\ 0 &\leq \varphi \leq 2\pi, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \psi \leq 2\pi, \end{aligned} \tag{1.1}$$

и триаду Эйлера \vec{e}_B , определяющие ориентацию твердого тела в пространстве, чего нет в механике Ньютона. На многообразии вращательных координат (1.1), Л. Эйлер определяет бесконечно малый поворот

$$d\vec{\chi} = d\chi \vec{e}_\chi = \vec{e}_3 d\varphi + \vec{e}_\xi d\theta + \vec{e}'_3 d\psi \tag{1.2}$$

который, как будет показано ниже, меняет геометрию пространства, порождая его кручение $-\Omega^i{}_{jk}$. Этот вывод находится в соответствии с гипотезой Э. Картана, утверждающей, что вращение материи порождает кручение пространства [3]. Действительно, при

преобразовании уравнений Эйлера во вращающуюся с угловой частотой $\vec{\omega}$ систему отсчета используется «ковариантная» производная по времени ∇' от вектора \vec{A} в виде [2]

$$\nabla' \vec{A} = \frac{d'}{dt} \vec{A} + [\vec{\omega} \vec{A}]. \quad (1.3)$$

В работе автора [21] формула (1.3) обобщается и дается доказательство гипотезы Э.Картана об изменении геометрии в механике Эйлера. Теперь мы можем сказать, что *первыми торсионщиками в науке были И. Ньютон и Л. Эйлер*, поскольку первый поставил вопрос о геометрии поверхности воды во вращающемся ведре, а второй для описания вращательного движения ввел неголономные угловые координаты $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, образующие бесконечно малый поворот (1.2), который в неявном виде содержит кручение $\Omega^{\alpha}_{\beta\gamma} = e^{\alpha}_A e^A_{[\gamma,\beta]}$, $(\alpha, \beta, \gamma \dots = 1,2,3, A, B, C \dots = 1,2,3)$ пространства абсолютного параллелизма $A_3(3)$ [21].

Таким образом, механика Эйлера представляет собой (в случае многомерного вращения) вариант неголономной механики, в которой существует неголономная связь между дифференциалами dx^γ трансляционных координат x, y, z и дифференциалами $d\chi^A_B$, $(d\chi_{AB} = -d\chi_{BA})$ неголономных угловых координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ вида [10, 21]

$$d\chi^A_B = T^A_{B\gamma} dx^\gamma, \quad (1.4)$$

где $T^A_{B\gamma}$ - коэффициенты вращения Риччи и $\alpha, \beta, \gamma \dots = 1,2,3$ - координатные индексы векторов триады \vec{e}_B , а индексы $A, B, C \dots = 1,2,3$ нумеруют вектора триады Эйлера.

В современной математике пространства подобного типа рассматриваются как расслоенные пространства с базой, образованной координатами x, y, z (внешними координатами), с каждой точкой $M(x, y, z)$ которого связан слой, образованный неголономными угловыми координатами $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ (внутренние координаты слоя).

1.3. Механика Лагранжа

Со времен Ньютона в механике существует разные определения понятия силы, причем



Жозеф Лагранж

дискуссии на эту тему не утихают до сих пор. Поэтому появились модификации механики Ньютона, в которых понятие силы носит вторичный характер, а на первое место ставится комбинации кинетической T и потенциальной энергии U . Первой из таких механик была механика Жозефа Лагранжа [22], где за основу механики берется функция Лагранж, равная разности кинетической и потенциальной энергии $\mathcal{L} = T - U$. Эта функция удовлетворяет уравнению Лагранжа (второго рода)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x^i} = 0, \quad (1.5)$$

где x_i – обобщенные координаты. При выводе этих уравнений Ж. Лагранж опирался на принцип Даламбера, поэтому полученные из (1.5) уравнения механики Ньютона записаны в виде принципа Даламбера, когда сумма всех сил (включая силы инерции), действующих на систему, равна нулю. В процессе развития аналитической механики оказалось, что уравнения Лагранжа (1.5) можно использовать не только для вывода уравнений движения механики Ньютона, но и для уравнений движения нейтральных и заряженных частиц в

гравитационном и электромагнитном полях. Об этом свидетельствует работа Л. Эйлера и Ж. Лагранжа по определению точек либрации в ограниченной задаче 3х тел. Для решения этой задачи необходимо было поставить в правую часть уравнений (1.5) центробежную силу инерции f_i^{in} . В результате, были получены уравнения движения пробной массы m в гравитационном поле масс M_1 и M_2 ($M_1 \gg M_2$) следующего вида

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\partial U_1}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial U_2}{\partial \vec{r}} - m[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]] = 0, \quad (1.6)$$

записанные в виде «принципа Даламбера», когда гравитационные силы $-\partial U_1/\partial \vec{r}$ и $-\partial U_2/\partial \vec{r}$, где $U_1 = -mM_1 G/r_1$ и $U_2 = -mM_2 G/r_2$, скомпенсированы центробежной силой инерции $\vec{f}^{in} = -m[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]]$. Точки, в которых гравитационные силы скомпенсированы силой инерции получили название точек *либрации*. Пробные массы, помещенные в эти точки, устойчиво сохраняют свое положение при движении. На рис.1 представлены точки либрации массы m в системе трех тел Солнце, Земля и масса m . Три из них L1, L2, L3 были вычислены Л. Эйлером и две L4, L5 Ж. Лагранжем. Устойчивое скопление небольших масс (космического «мусора») наблюдается в точках либрации солнечной системы, поэтому космологи планируют использовать эти точки пространства в качестве перевалочных пунктов при полетах к другим планетам.

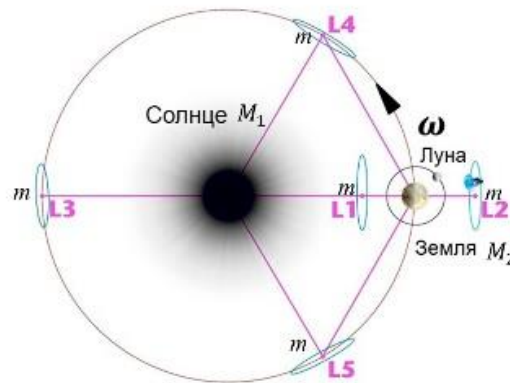


Рис.1 Точки либрации в системе Солнце-Земля-масса m

В своих работах Ж. Лагранж показал, что уравнения (1.5) могут быть получены с использованием вариационного принципа путем варьирования интеграла действия

$$S = \int_{t_0}^t \mathcal{L}(x_i, \dot{x}_i, t) dt. \quad (1.7)$$

Однако, уравнения движения (1.5), содержащие силу инерции $\vec{f}^{in} = -m[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]]$, получить из вариационного принципа с действием (1.7), в общем случае многомерного вращения, невозможно, поскольку уравнения (1.6) содержит частоту $\vec{\omega}$, зависящую от неголономных вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. Действительно, уравнения (1.6) записаны в ускоренной системе отсчета, связанной с пробной массой m , с которой связана нормированная триада Эйлера $\vec{e}'_A = D^B_A \vec{e}_B$, $D^B_A \in O(3)$, удовлетворяющая условиям

$$(\vec{e}^{(1)})^2 = (\vec{e}^{(2)})^2 = (\vec{e}^{(3)})^2 = 1, \quad \vec{e}^{(1)}\vec{e}^{(2)} = \vec{e}^{(2)}\vec{e}^{(3)} = \vec{e}^{(3)}\vec{e}^{(1)} = 0, \quad (1.8)$$

при этом матрицы преобразования D^B_A образуют группу трехмерных вращений $O(3)$ единичных векторов триады Эйлера. В физических приложениях такой объект получил название «ориентируемая материальная точка» (вращающееся твердое тело бесконечно малых размеров) [23]. Введение триады Эйлера \vec{e}_B в физику движения материи означает, мы ввели для описания вращательных движений материи неголономные угловые координаты $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, при этом, согласно Э. Картану, должна измениться геометрия пространства, поскольку в механике появляются неголономные связи между трансляционными x, y, z и вращательными $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. Использованием неголономных координат в математике занимался ученик Э.Картана нидерландский математик Ян Схоутен. Он записывает уравнения Лагранжа (1.5) на случай движения с учетом неголономных координат в виде [24]



Ян Схоутен

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x^i} = -2\dot{x}^k \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^k} \Omega^Y_{ji}, \quad i, j, k = 1, 2, 3 \dots n, \quad (1.9)$$

где Ω^Y_{ji} – объект неголономности. (в нашем случае $n = 3$ это кручение пространства абсолютного параллелизма $A_3(3)$). Уравнения (1.9) описывают движение начала O ортонормированного n – гранника, вращающейся системе отсчета. Если локально силы инерции компенсируют все другие силы, то выполняется принцип Даламбера и из (1.9) мы имеем

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^i} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x^i} - 2\dot{x}^k \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^k} \Omega^Y_{ji} = 0. \quad (1.10)$$

Примером таких уравнений являются уравнения (1.6). Эти же уравнения пописывают движение пробной массы в свободно падающем лифте Эйнштейна

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - m\vec{W} = 0, \quad \vec{g} = \vec{W}, \quad (1.11)$$

экспериментально подтверждая локальную эквивалентность однородного поля инерции \vec{W} гравитационному полю \vec{g} (сильный принцип эквивалентности Эйнштейна). Вспоминая, что в ограниченной задаче трех тел (уравнения (5)) были определены точки либрации. Теперь же, в случае задачи двух тел M и m Земля-лифт Эйнштейна, где m масса свободно падающего на Землю лифта, а M масса Земли ($M \gg m$), создающее гравитационное поле \vec{g} , уравнения (1.11) определяют целую траекторию либрации, каждая точка которой является точкой либрации. Этот теоретический вывод подтверждает экспериментально наблюдаемое состояние невесомости внутри свободно падающего лифта. Такая же траектория либрации существует при движении искусственного Спутника Земли по стационарной орбите. В этом случае траектория либрации описывается уравнениями

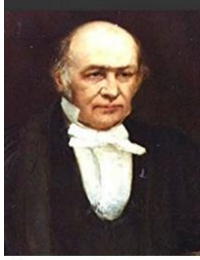
$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} - m[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]] = 0, \quad (1.12)$$

где $U = -mM G/r$ – потенциальная энергия поля Земли и $-m[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]]$ центробежная сила инерции, m – масса космонавта, находящегося внутри Спутника.

1.4. Механика Гамильтона

Вместо функции Лагранжа \mathcal{L} , Уильям Гамильтон вводит в механику функцию Гамильтона $H(x, p, t) = p_i \dot{x}^i - \mathcal{L}$, которая позволяет записать уравнения Лагранжа (1.5) в виде

$$\dot{x}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial x_i}, \quad (1.13)$$



Уильям Гамильтон

где p_i – импульс частицы. Доказано [2], что формально уравнения Гамильтона (1.13) эквивалентны уравнениям Лагранжа (1.5), хотя в уравнениях (1.13) координаты x_i и импульс p_i «полузависимы», подобно тому, как «полузависимы» трансляционные координаты x, y, z и неголономные вращательные координаты $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. Переходя на геометрический язык, можно сказать, что пространство механики Ньютона обладает 3D плоской геометрией (геометрией Евклида), образованной многообразием голономных трансляционных координат $x_i = x_i(x_1, x_2, x_3)$. Но уже в механике Даламбера, благодаря принципу Даламбера, в уравнения механики входят силы инерции, действующие в ускоренных системах отсчета. В механике твердого тела Эйлера, без учета сил инерции, мы не смогли бы описывать такие наблюдаемые в экспериментах свойства гироскопа, как прецессия и нутация. Более того, в основе механики Эйлера лежит бти мерное координатное расслоенное многообразие, базой которого является многообразие трансляционных координат $x_i = x_i(x_1, x_2, x_3)$, а слой в каждой точке x_i базы образуют три неголономных угловых координаты $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, (например, углы Эйлера) [11]. В работах автора [11, 25] показано, что бти мерное многообразие механики Эйлера описывается расслоенной геометрией абсолютного параллелизма $A_3(3)$. Уильям Гамильтон вывел уравнения (1.13) в 1833 году, но уже в 1840 году французский математик Жан Френе получил уравнения движения триады Эйлера (1.8) вдоль произвольной кривой (траектории 3D ориентируемой точки), которые в современных обозначениях выглядят как [26]

$$\frac{de^A_\alpha}{ds} = \Gamma^A_{B\gamma} \frac{dx^\gamma}{ds} e^B_\alpha + T^A_{B\gamma} \frac{dx^\gamma}{ds} e^B_\alpha, \quad ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}, \quad (1.14)$$

где $\alpha, \beta, \gamma \dots = 1, 2, 3$ – координатные индексы векторов триады, а индексы $A, B, C \dots = 1, 2, 3$ нумеруют вектора триады Эйлера. Уравнения (1.14) рассматриваются как полные геодезические геометрии $A_3(3)$. В уравнениях (1.14) $\Gamma^A_{B\gamma}$ – символы Кристоффеля и $T^A_{B\gamma}$ коэффициенты вращения Риччи (или тензор конторсии), определяемый через кручение $-\Omega^A_{B\gamma}$ согласно соотношению

$$T^A_{B\gamma} = -\Omega^A_{B\gamma} + g^{AC}(g_{BD}\Omega^D_{C\gamma} + g_{\gamma D}\Omega^D_{CB}). \quad (1.15)$$

Применяя принцип соответствия уравнений (1.14) уравнениям классической механики, находит, что величины $\Gamma^A_{B\gamma}$ описывают внешние фундаментальные поля (гравитационные, электромагнитные), а конторсия (1.15) описывает внутреннее поле – поле инерции.

Полагая в уравнениях (1.14) $\Gamma^A_{B\gamma} = 0$ и расписывая их в правой системе отсчета покомпонентно, имеем

$$\frac{de^{(1)}_\alpha}{ds} = T^{(1)}_{(2)\gamma} \frac{dx^\gamma}{ds} e^{(2)}_\alpha = \omega^{(1)}_{(2)} e^{(2)}_\alpha, \quad (1.16)$$

$$\frac{de^{(2)}_\alpha}{ds} = T^{(2)}_{(1)\gamma} \frac{dx^\gamma}{ds} e^{(1)}_\alpha + T^{(2)}_{(3)\gamma} \frac{dx^\gamma}{ds} e^{(3)}_\alpha = \omega^{(2)}_{(1)} e^{(1)}_\alpha + \omega^{(2)}_{(3)} e^{(3)}_\alpha, \quad (1.17)$$

$$\frac{de^{(3)}_{\alpha}}{ds} = T^{(3)}_{(2)\gamma} \frac{dx^{\gamma}}{ds} e^{(2)}_{\alpha} = \omega^{(3)}_{(2)} e^{(2)}_{\alpha}. \quad (1.18)$$

Здесь мы, в соответствии с (1.4), использовали обозначения для компонент антисимметричного тензора угловой скорости вращения триады Эйлера

$$\frac{d\chi^A_B}{ds} = \omega^A_B = T^A_{B\gamma} \frac{dx^{\gamma}}{ds}, \quad \omega_{AB} = -\omega_{BA}. \quad (1.19)$$

Введем обозначение для вектора $e^{(1)}_{\alpha}$, касательного к траектории, $e^{(1)}_{\alpha} = t_{\alpha} = dx_{\alpha}/ds$ и обозначим вектор нормали $e^{(2)}_{\alpha} = n_{\alpha}$ и бинормали $e^{(3)}_{\alpha} = b_{\alpha}$. Кроме того, введем обозначения

$$\Omega^{(1)}_{(2)} = \chi_1(s) = \kappa(s) = 1/\rho_{\kappa}, \quad \Omega^{(2)}_{(3)} = \chi_2(s) = \chi(s) = 1/\rho_{\chi}, \quad (1.20)$$

где псевдоскаляры ρ_{κ} и ρ_{χ} - радиусы кривизны и кручения траектории соответственно. В результате уравнения (1.16)-(1.18) принимают вид уравнений Френе [28], в которых два псевдоскаляра (1.20) однозначно определяют любую траекторию $x = x(s)$ с точностью до положения в пространстве. Из (1.16)-(1.18) уравнений следуют поступательные уравнения движения начала O ориентируемой материальной точки

$$m \frac{d^2 x_{\alpha}}{ds^2} = m \Omega^{(1)}_{(2)} n_{\alpha}, \quad (1.21)$$

$$m \frac{d^3 x_{\alpha}}{ds^3} = m \left(\frac{d\Omega^{(1)}_{(2)}}{ds} n_{\alpha} - (\Omega^{(1)}_{(2)})^2 t_{\alpha} + \Omega^{(1)}_{(2)} \Omega_{(3)} b_{\alpha} \right), \quad (1.22)$$

которые отличаются от уравнений механики Ньютона дополнительными уравнениями, содержащими третью производную $d^3 x_{\alpha}/ds^3$.

Перейдем в уравнениях (1.21) от параметра s к параметру времени t , и, учитывая, что $d/dt = d/ds \cdot ds/dt$, имеем

$$m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = ma \vec{e}_{(1)} + m \frac{1}{\rho_{\kappa}} v^2 \vec{e}_{(2)}, \quad (1.23)$$

где $v = ds/dt = |\vec{v}|$ - скалярная скорость и $a = dv/dt = |\vec{a}|$ - скалярное ускорение. Величина ρ_{κ} является псевдоскаляром, знак которого зависит от выбора системы отсчета. Поскольку $\rho_{\kappa} = |\vec{r}'| = r'$, то $v = \omega r'$, и (1.23) можно записать как

$$m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = -ma \vec{e}_{(1)} - m \omega^2 r' \vec{e}_{(2)} \quad (1.24)$$

Знак - выбран у псевдоскаляра ρ_{κ} и у скаляра a из физических соображений, чтобы в уравнениях (1.24) центростремительное ускорение было направлено к центру, как это принято в уравнениях классической механики. Ускорение a в (1.24) представим как $a = |\vec{a}| = |\vec{W} + [\dot{\vec{\omega}} \vec{\rho}_{\kappa}]| = |\vec{W} + [\dot{\vec{\omega}} \vec{r}']|$, где $\dot{\vec{\omega}} = d\vec{\omega}/dt$. В результате, уравнения (1.24) записываются в виде

$$m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} + m \vec{W} + m [\vec{\omega} [\dot{\vec{\omega}} \vec{r}']] + m [\dot{\vec{\omega}} \vec{r}'] = 0, \quad (1.25)$$

который полностью совпадает с уравнениями движения массы m под действием только сил инерции.

Все проделанные выше выкладки сделаны для того, чтобы показать, что уравнения Гамильтона (1.13) уже содержат зачатки неголономной механики, когда в ней координаты x_i и импульс p_i рассматриваются как «почти» независимые. Действительно, многообразие импульсов p_i в этой механике образует вместе с координатным многообразием координат x_i фазовое пространство, при этом импульс p_i находится в касательной плоскости к пространству координат x_i . В геометрии такое пространство называется симплектическим пространством. Простейшее симплектическое пространство следует из геометрии $A_3(3)$ в частном случае, когда мы ограничимся в уравнениях (1.14) движением, начала O трехгранника Эйлера, т.е. когда мы отслеживаем движение только вектора скорости, лежащего в касательной плоскости к траектории движения.

1.5. Механика Гамильтона-Якоби

Дифференцируя действие (1.7) по времени, имеем $dS/dt = \mathcal{L}$. С другой стороны, вариация действия (1.7), с учетом уравнений Лагранжа (1.5), дает [2]

$$\delta S = p_i \delta x^i, \quad \text{откуда} \quad p_i = \frac{\partial S}{\partial x^i} \quad (1.26)$$

Поскольку

$$\mathcal{L} = \frac{dS}{dt} = \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x^i} \dot{x}^i = \frac{\partial S}{\partial t} + p_i \dot{x}^i, \quad (1.27)$$

то из (1.27) следуют скалярные уравнения Гамильтона-Якоби,

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H = 0, \quad (1.28)$$

где H - функция Гамильтона имеет вид

$$H(x, p, t) = p_i \dot{x}^i - \mathcal{L}. \quad (1.29)$$

Карл Густав Якоби, заметил, что запись уравнений механики в виде уравнений Гамильтона-Якоби (1.28) позволяет объединить механический принцип наименьшего действия Мопертюи с оптическим принципом Ферма. В свою очередь, это стимулировало К. Якоби разработать волновую механику, в которой, например, релятивистское уравнение движения частицы с массой m описывается волновым уравнением Якоби вида

$$g^{ik} \partial_i S \partial_k S + m^2 c^2 = 0, \quad (1.28a)$$

которое легко получить из релятивистского уравнения $g^{ik} p_i p_k + m^2 c^2 = 0$, используя (1.26).

Также как и в механике Гамильтона, в механике Гамильтона-Якоби мы имеем симплектическое (фазовое) пространство, которое связывает механику Гамильтона-Якоби с неголономным пространством $A_3(3)$.

1.6. Механика Лиувилля

Заметим, что все модификации механики Ньютон, кроме механики твердого тела Эйлера, в качестве основного физического объекта изучения рассматривают материальную точку



Карл Густав Якоби

или систему материальных точек. Твердое тело механики Эйлера в целом не является материальной точкой, а представляет собой протяженный объект, имеющий границы в 3D пространстве, при этом расстояние между точками твердого тела ϵ не меняется. Жозеф Лиувилль впервые в механике предложил уравнение движения пластичного тела, меняющего свою форму, оставаясь при этом единым целым. Понятно, что расстояние между точками такого объекта меняются, при этом его цент масс «гуляет» в пределах его границ. В качестве примера такого объекта может служить капля воды. Уравнения Лиувилля имеют следующий вид



Жозеф Лиувилль

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + [\rho, H] = 0, \quad (1.30)$$

где ρ плотность протяженного объекта, H – функция Гамильтона и

$$[\rho, H] = \left(\frac{\partial \rho}{\partial x_i} \frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{\partial \rho}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial x_i} \right) \quad (1.30a)$$

- скобка Пуассона [2]. С каждой точкой протяженного объекта связана координата x_i и импульс p_i . Поскольку полная масса протяженного объекта определяется как

$$m = \int \rho dV, \quad (1.31)$$

то импульс имеет вид $p_i = \Delta m v_i$. В механике Лиувилля доказана теорема, согласно которой фазовый объем протяженного объекта сохраняется

$$\Delta x_i \Delta p_i = const \quad (1.32)$$

Ниже приведены выкладки, отражающие современный взгляд на механику Лиувилля.

Координаты центра масс и импульс протяженного объекта определяются по формулам

$$\bar{x}_i = \frac{1}{m} \int \rho x_i dV, \quad \bar{p}_i = \frac{1}{m} \int \rho p_i dV \quad (1.33)$$

Если нормировать плотность ρ на единицу, то мы получим величину

$$W = \frac{\rho}{m}, \quad (1.34)$$

которую можно интерпретировать как плотность вероятности найти координату и импульс центра масс протяженного объекта в соответствии с формулами

$$\bar{x}_i = \int W x_i dV, \quad \bar{p}_i = \int W p_i dV. \quad (1.35)$$

Для постоянной массы протяженного объекта плотность вероятности W удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial W}{\partial t} + [W, H] = 0, \quad (1.36)$$

Сам Ж. Лиувилль рассматривал (1.30) как уравнения, описывающие динамику статистического ансамбля частиц, а W как статистическую функцию распределения этого ансамбля. В дальнейшем, формулы (1.30)-(1.36) будут применены для интерпретации детерминированной квантовой теории, полученной из неголономной механики.

1.7. Механика Герца

Перед тем, как была создана механика Герца [15], в математике появились идеи, которые значительно повлияли на развитие физики. Это, прежде всего, геометрическая картина физики Уильяма Клиффорда (1970 г.), согласно которой «в мире ничего не происходит, кроме изменения кривизны пространства» [28]. Несколько лет спустя Феликс Клейн выдвинул Эрлангенскую программу [29] предполагающую, что в основе всякой геометрии должна быть заложена соответствующая ей группа. С моей точки зрения, эта программа была блестяще реализована Эли Картаном, который показал, что уравнения всякой содержательной геометрии определяются структурными уравнениями Картана [29], которые, одновременно, являются структурными уравнениями группы, лежащей в основе этой геометрии.

После прочтения книги Г. Герца [15], становится ясным, что он был знаком с работами У. Клиффорда и Ф. Клейна, поскольку он интуитивно понял, что геометризация механики связана геометрическим понятием «прямейшей», которая является кратчайшим расстоянием между двумя точками геометрии. В римановой геометрии прямойшей является геодезическая линия, которую можно получить вариации действия

$$S = -mc \int ds = -mc \int (g_{ik} dx^i dx^k)^{1/2} = -mc \int \left(g_{ik} \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^k}{dt} \right)^{1/2} dt = \int \mathcal{L} dt, \quad (1.37)$$

где g_{ik} – метрический тензор риманова пространства и функция Лагранжа \mathcal{L} определяется как

$$\mathcal{L} = -mc \left(g_{ik} \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^k}{dt} \right)^{1/2} = T - U. \quad (1.38)$$

В книге Г. Герца [15] соотношения (1.37) и (1.38) отсутствуют, но попытка написать их и, таким образом, создать бессилую механику, когда потенциальная энергия оказывается источником «скрытых масс», искривляет геометрию и заставляет двигаться частицу свободно (бессильным образом), в соответствии с уравнениями геодезических римановой геометрии. Зато соотношения (1.37) и (1.38) были использованы Альбертом Эйнштейном при построении общей теории относительности. По воспоминанию его современников, А. Эйнштейн был вдохновлён идеями книги [15] Г. Герца и ему, в конце концов, удалось описать бессильное движение частицы в гравитационном поле.

Все механики признают, что Г. Герц является основателем неголономной механики. Его знаменитая задача о качении шара по горизонтальной абсолютно шероховатой твердой плоскости приводит к формуле [2]

$$\vec{v}_m = -[\vec{\omega} \vec{r}'_k],$$

где \vec{v}_m – скорость центра масс шара, $\vec{\omega}$ – угловая скорость вращения шара, \vec{r}'_k – радиус вектор точки касания относительно ускоренной системы отсчета S' , жестко связанной с шаром. Если шар однородный, то удобно поместить систему S' в центр шара. Свяжем систему S с плоскостью, по которой катиться шар так, чтобы ось z была перпендикулярна плоскости. Тогда для компонент скорости \vec{v}_m в системе S мы получим

$$\dot{x}_m = R(\dot{\theta} \sin \varphi - \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi), \quad \dot{y}_m = -R(\dot{\theta} \cos \varphi + \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi), \quad (1.39)$$

где R – радиус шара, а θ , φ и ψ неголономные координаты (углы Эйлера). Как и следовало ожидать, связь между компонентами скорости и компонентами угловой скорости неголономна, что отражено в соотношении (1.19). Именно через неголономность мы видим связь торсионного поля $-\Omega^i{}_{jk}$ геометрии $A_3(3)$ с неголономной механикой Г. Герца.

1.8. Релятивистская механика Эйнштейна

В 1905 году Альберт Эйнштейн, параллельно с работами А. Пуанкаре и Х. Лоренца, публикует доказательство инвариантности уравнений Максвелла-Лоренца, относительно



Герман Минковский

известных к тому времени преобразований Лоренца. В этой работе А. Эйнштейн делает важнейшие физические допущения [31], полагая что: 1) система отсчета первоначально связана с зарядом; 2) заряд не меняется при преобразованиях Лоренца ($e = e' = const$); 3) заряд и связанная с ним система отсчета движется с малым ускорением, т.е. является квазиинерциальной. Позже, в 1908-1909 годах, Герман Минковский разрабатывает основы псевдоевклидовой геометрии, в которой он объединяет пространство и время в единый пространственно-временной континуум

[32]. Это так смутило физиков, что они, включая самого А. Эйнштейна, забыли о физических ограничениях, используя которые А. Эйнштейн доказал инвариантность уравнений Максвелла-Лоренца относительно релятивистских преобразований координат и полей, введенных Х. Лоренцем. Вместо доказательства инвариантности уравнений Максвелла-Лоренца, физики, записав уравнения электродинамики в 4х мерном виде, стали постулировать их инвариантность, упуская при этом важные физические обстоятельства. В результате, развитие электродинамики замедлилось и ее успешное применение ограничилось слабыми электромагнитными полями, в которых ускорение частиц пренебрежимо мало [33] и поля удовлетворяют неравенству [34]

$$\left| \frac{e^3}{m^2 c^4} F^{ik} \frac{dx_k}{ds_0} \right| \ll 1. \quad (1.40)$$

Квантование электродинамики несколько не поменяло ситуацию, поскольку принцип инвариантности первичен по отношению к квантовым принципам.

1.9. Общерелятивистская механика Эйнштейна

Я предполагаю, что А. Эйнштейн знал об ограниченности специального принципа относительности в электродинамике, о чем свидетельствуют следующие его слова:

«Теория Максвелла описывается на обширном материале как полевая теория первого приближения; нельзя упускать из вида, что линейность уравнений Максвелла может не соответствовать действительности и что истинные уравнения электромагнетизма для сильных полей могут отличаться от максвелловских» [35].

Об ограниченности спецрелятивистской механики Эйнштейна он сам говорит следующие слова: «общая теория относительности представляет собой единственный способ избежать такой нереальной вещи, как инерциальная система отсчета [5]». Поэтому в 1913 году А. Эйнштейн, совместно со своим другом Марселем Гроссманом публикуют статью [36] положили начало реализации программа Клиффорда – Герца по геометризации

уравнений физики. Для начала, А. Эйнштейн и М. Гроссман находят уравнения движения пробной массы m в гравитационном поле массы $M \gg m$ в виде уравнений геодезических риманова пространства

$$m_{in} \frac{d^2 x^i}{ds^2} + m_g \Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0, \quad m = m_{in} = m_g, \quad (1.41)$$

где m_{in} – инерционная масса и m_g – масса гравитационная. Эти уравнения получаются с использованием вариационного принципа для действия (1.37). Чтобы «офизичить» эти уравнения, А. Эйнштейн вводит слабый принцип эквивалентности, означающий равенство инерционной и гравитационной m_g масс. В бессиловой записи уравнения (1.41) принимают вид



Марсель Гроссман

$$m \frac{Du^i}{ds} = 0, \quad u^i = \frac{dx^i}{ds}, \quad i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad (1.42)$$

где D – ковариантная производная относительно связности Γ^i_{jk} пространства Римана, определяемая как

$$\Gamma^i_{jk} = \frac{1}{2} g^{im} (g_{jm,k} + g_{km,j} - g_{jk,m}). \quad (1.43)$$

В уравнениях символы Кристоффеля Γ^i_{jk} в уравнениях движения (1.41) представляют собой напряженность гравитационного поля. Они имеют не тензорный закон преобразования относительно произвольных координатных преобразований

$$\Gamma^{i'}_{j'k'} = \frac{\partial^2 x^i}{\partial x^{j'} \partial x^{k'}} \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i} + \frac{\partial x^j}{\partial x^{j'}} \frac{\partial x^k}{\partial x^{k'}} \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i} \Gamma^i_{jk}, \quad (1.44)$$

поэтому координатными преобразованиями, в теории гравитации Эйнштейна оказалось возможным обратить (локально) гравитационное поле в нуль. Физики впервые столкнулись с ситуацией, когда физическое поле можно обратить в нуль. Однако это свойство поля (1.43) подтверждается экспериментально, поскольку локально (в свободно падающем лифте Эйнштейна) поле (1.43) с помощью преобразований (1.44) обращается в нуль. Эта положение дел насторожило многих известных физиков, например Э. Шредингер показал, что канонический (псевдо)тензор энергии-импульса гравитационного поля не является инвариантной величиной. Это ничуть не смутило А. Эйнштейна, который заявил, что это и есть признак общей ковариантности уравнений его теории.

Надо сказать, что помощь математика М. Гроссмана в математической поддержке А. Эйнштейна при создании общерелятивистской физической теории гравитационного поля, отрицательно повлияло на физическую интуицию А. Эйнштейна, полагавшего, что уравнения движения (1.41) записаны ковариантным образом *относительно произвольно ускоренной системы отсчета!* Эта ошибочная, на мой взгляд, точка зрения была подхвачена ведущими физиками и до сих пор дублируется во всех книгах по общей теории относительности. Для доказательства этого утверждения будем ориентироваться на хорошо проверенные на опыте уравнения движения пробной массы m во внешнем потенциальном поле U , записанные в ускоренной системе отсчета [2]

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = - \frac{\partial U}{\partial \vec{r}} - m\vec{W} - 2m[\vec{\omega}\vec{v}'] - m[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}']] - m[\dot{\vec{\omega}}\vec{r}']. \quad (1.45)$$

Если уравнения (1.41) записаны в ускоренной системе отсчета, то, в нерелятивистском приближении, уравнения (1.41) должны содержать силу инерции. Используем уравнения Эйнштейна

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ik}, \quad i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad (1.46)$$

которые были получены А. Эйнштейном после многолетних интеллектуальных страданий и поисков и, наконец, выведены с использованием вариационного принципа, предложенного Давидом Гильбертом при их встрече в 1915 г. Решение уравнений (1.46), описывающее центрально-симметричное гравитационное поле массы $M \gg m$, которое было получено в 1916 году Карлом Шварцшильдом [37]. В квазидекартовых координатах компоненты метрического тензора g_{ik} этого решения имеют вид



Давид Гильберт

$$g_{00} = \left(1 + \frac{2\varphi_N}{c^2}\right), \quad g_{\alpha\alpha} = -\left(1 - \frac{2\varphi_N}{c^2}\right)\delta_{\alpha\alpha}, \quad \alpha, \beta \dots = 1, 2, 3.$$

где $\varphi_N = -\frac{MG}{r}$ потенциал Ньютона. Используя уравнения слабости поля $1 \gg |2\varphi_N/c^2|$ и нерелятивистское приближение, запишем трехмерную часть уравнений (1.41) и уравнений поля (1.46), в виде

$$m \frac{d^2 x^\alpha}{dt^2} = -mc^2 \Gamma^\alpha_{00} = -\frac{mc^2}{2} \frac{\partial \gamma_{00}}{\partial x^\alpha} = m \frac{\partial \varphi_N}{\partial x^\alpha} = \frac{mMG}{r^3} x^\alpha = mg^\alpha, \quad (1.47a)$$

$$\delta) \Delta\varphi = 4\pi G\rho, \quad \rho = M\delta(x^\alpha), \quad (1.47б)$$

где $\delta(x^\alpha)$ – дельта функция Дирака. Мы видим, что уравнения (1.47 а) «похожи» на уравнения движения пробной массы m в гравитационном массы M в механике Ньютона, а уравнения (1.47б) «похожи» на уравнения для статического гравитационного поля Ньютона с потенциалом φ . Заметим, что эта «похожесть» имеет место только в том случае, если тензор энергии-импульса материи T_{ik} в уравнениях поля (1.46) выбран «руками» в виде тензора пыли $T_{ik} = \rho c^2 u_i u_k$, где $\rho = M\delta(x^\alpha)$ и $u_i u^i = 1$ – единичный вектор 4х скорости. Слово «похожесть» было использовано для того, чтобы подчеркнуть качественное отличие теории гравитации Эйнштейна от теории гравитации Ньютона. Действительно, в теории гравитации Эйнштейна кривизна пространства (тензор Римана) отлична от нуля, а в уравнениях (1.47) она просто мала ($R_{ikjm} \approx 0$), но принципиально отлична от нуля, в то время как в теории гравитации Ньютона кривизна равна нулю. В этом заключено качественное отличие теории Эйнштейна от теории Ньютона.

Далее, в уравнениях движения (1.47 а), как легко видеть, отсутствует сила инерции, поэтому они записаны в *квазиинерциальной* системе отсчета, где сила инерции пренебрежимо мала. С другой стороны, А. Эйнштейн использует сильный принцип эквивалентности, аналитическая запись которого (1.11), как мы показали ранее, содержит силу инерции $-m\vec{W}$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - m\vec{W} = 0, \quad \vec{g} = \vec{W},$$

которая компенсирует гравитационную силу $m\vec{g}$, создавая в свободно падающем лифте состояние невесомости. И это подтверждается опытом. Одним словом, заявка А. Эйнштейна об описании законов физики (в данном случае в теории гравитационного поля) выполняется лишь частично и не учитывает поле инерции, которое действует в ускоренной системе отсчета, порождая силы. Поскольку все силы и поля инерции, порождены вращением и зависят от неголономных угловых переменных, то, с моей точки зрения, А. Эйнштейн, который сделал для физики XX века более, чем кто-либо другой, ограничился при построении общей теории относительности *трансляционной относительностью*, построенной на многообразии голономных трансляционных координат x, y, z, ct , оставив без внимания *вращательную относительность*, которая базируется на многообразии вращательных неголономных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$. В этом смысле общерелятивистская механика Эйнштейна голономна, а ее неголономное обобщение должно содержать кручение пространства в соответствии с гипотезой Картана, как это имеет место в неголономной механике с уравнениями (A), (B.1), (B.2).

Нельзя не отметить, что А. Эйнштейн состоял в переписке с Э. Картаном [38] и в одном из писем Э. Картан пишет А. Эйнштейну о возможности построения геометрии с «нулевой кривизной и отличным от нуля кручением», называя эту геометрию «телепараллелизмом», что расшифровывается как «далёкий параллелизм». Позже такая геометрия получала название «абсолютный параллелизм». Занимаясь поиском уравнений Единой Теории Поля, А. Эйнштейн опубликовал больше всего работ (12 статей), в которых он использовал геометрию абсолютного параллелизма A_4 , при этом он применял кручение $-\Omega^i{}_{jk}$, записывая Лагранжиан одного из вариантов новой теории в виде [39]

$$\mathcal{L} = Ag^{ik} \Omega^{\cdot n}{}_{ij} \Omega^{\cdot j}{}_{kn} + Bg^{ik} \Omega^{\cdot n}{}_{in} \Omega^{\cdot n}{}_{kn} + Cg^{is} g^{kd} g_{mp} \Omega^{\cdot m}{}_{ik} \Omega^{\cdot p}{}_{sd},$$

где A, B, C - константы, стоящие перед тремя инвариантами, образованными тремя неприводимыми частями кручения $-\Omega^i{}_{jk}$ геометрии A_4 . Как видим, А. Эйнштейн был близок к уравнениям (A), (B.1), (B.2), используя в своих построениях кручение пространства абсолютного параллелизма, но он не нашел связи кручения пространства A_4 с вращением материи (гипотеза Э. Картана) и поэтому не ввел вращательные неголономные координаты $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ как элементы пространства. Кроме того, он использовал старый подход к римановой геометрии, не опираясь на Эрлангенскую программу Ф. Клейна и, соответственно не использовал структурные уравнения Картана для описания геометрии абсолютного параллелизма $A_4(6)$.

1.10. Спецрелятивистское векторное приближение гравитации Эйнштейна



Владимир Фок

Еще студентом МГУ, изучая пионерскую работу А. Эйнштейна и М. Гроссмана по созданию общей теории относительности [36], я был поражен одним из результатов этой работы, который заключался в том, что в нерелятивистском приближении слабого гравитационного поля из уравнений движения (1.41) следуют уравнения движения, содержащее гравитационное поле, подобное магнитному полю в электродинамике. Более подробно этот результат был исследован в книге Владимира Фока [40].

Действительно, представим метрику Римана g_{ik} в виде суммы $g_{ik} = \eta_{ik} + \gamma_{ik}$, где $\eta_{ik} = \eta^{ik} = \text{diag}(1 - 1 - 1 - 1)$ - метрический тензор пространства Минковского, а γ_{ik} малая добавка, удовлетворяющая в слабом гравитационном поле условию $|\gamma_{ik}| \ll 1$. Конкретно для решения Шварцшильда условие слабости поля

имеет вид $1 \gg |2\varphi_N/c^2|$, где $\varphi_N = -\frac{MG}{r}$ потенциал Ньютона. Более последовательно, чем в работах Эйнштейна-Гроссмана и Фока, приведены интересные нас выкладки в книге математика П. К. Рашевского [41] (формула 128.9). Показано, что в нерелятивистском приближении, с точностью до членов порядка v/c , и в приближении слабого поля $|\gamma_{ik}| \ll 1$ пространственная часть уравнений поля (1.41) запишется как (при выборе сигнатуры $(-+++)$)

$$\frac{d^2 x^\alpha}{dt^2} = -c \frac{\partial \gamma_{\alpha 0}}{\partial t} + \frac{c^2}{2} \frac{\partial \gamma_{00}}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial \gamma_{\alpha\beta}}{\partial t} \frac{dx^\beta}{dt} + c \left(\frac{\partial \gamma_{\beta 0}}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial \gamma_{\alpha 0}}{\partial x^\beta} \right) \frac{dx^\beta}{dt} - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_{00}}{\partial t} \frac{dx^\alpha}{dt}, \quad (1.48)$$

$$\alpha, \beta = 1, 2, 3.$$

Введем векторный потенциал гравитационного поля Θ_k с компонентами

$$\Theta_0 = \frac{c^2}{2} \gamma_{00}, \quad \Theta_\alpha = \gamma_{\alpha 0} c^2, \quad (1.49)$$

тогда (1.48) принимает вид

$$\frac{d^2 x^\alpha}{dt^2} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \Theta_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial \Theta_0}{\partial x^\alpha} + \frac{1}{c} \left(\frac{\partial \Theta_\beta}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial \Theta_\alpha}{\partial x^\beta} \right) \frac{dx^\beta}{dt} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \Theta_0}{\partial t} \frac{dx^\alpha}{dt} - \frac{\partial \gamma_{\alpha\beta}}{\partial t} \frac{dx^\beta}{dt}. \quad (1.50)$$

Обозначим антисимметричный тензор как

$$\Phi_{\alpha k} = \Theta_{k,\alpha} - \Theta_{\alpha,k}, \quad i, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad (1.51)$$

тогда (1.50) запишется как

$$\frac{d^2 x^\alpha}{dt^2} = \left\{ \Phi_{\alpha k} \frac{dx^k}{dt} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \Theta_0}{\partial t} \frac{dx^\alpha}{dt} - \frac{\partial \gamma_{\alpha\beta}}{\partial t} \frac{dx^\beta}{dt} \right\}, \quad (1.52)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad \alpha, \beta, \gamma \dots = 1, 2, 3.$$

После умножения уравнений (1.52) на пробную массу m , первый член в правой части (1.52) напоминают *силу Лоренца* в электродинамике. Поскольку $\Theta_0 = \varphi_N = -\frac{MG}{r}$, причем $M = const$, то второй член в правой части (1.52) описывает силу, действующую на пробную частицу m , порожденную переменной массой источника $M(t)$.

Для временной части (1.41), в нашем приближении, имеем

$$\frac{d^2 x^0}{dt^2} = -\Phi^{0\alpha} \frac{dx^\alpha}{dt}. \quad (1.53)$$

После умножения этого уравнения на массу m , получаем уравнение мощности гравитационной силы $m\Phi^{0\alpha} v_\alpha$. Объединяя $\Phi_{\alpha k}$ и $\Phi^{0\alpha}$ в один тензор антисимметричный тензор $\Phi_{ik} = -\Phi_{ki}$, получим гравитационный аналог тензора электромагнитного поля F_{ik} .

Условие калибровки для 4х вектора Θ_i в слабых полях находится из соотношений [34]

$$\frac{\partial \psi_i^k}{\partial x^k} = 0, \quad \psi_i^k = \gamma_i^k - \frac{1}{2} \delta_i^k \gamma \quad (1.54)$$

Используя эти соотношения, В. Фок записывает тензор Риччи R_{ik} в уравнениях Эйнштейна (1.46) в виде

$$R_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^\alpha \partial x_\alpha} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \gamma_{ik}. \quad (1.55)$$

Для определения $\gamma_{\alpha 0}$ В. Фок использует метрику Шварцшильда, записанную в квазидекартовых координатах в системе отсчета, движущейся со скоростью v_α [40]

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2\varphi_N}{c^2} \right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\varphi_N}{c^2} \right) (dx^2 + dy^2 + dz^2) + \frac{8}{c^2} (2\varphi_N^x dx + 2\varphi_N^y dy + 2\varphi_N^z dz) dt. \quad (1.56)$$

откуда В. Фок получает

$$\gamma_{\alpha 0} = 4\Theta_\alpha/c^2, \quad \Theta_\alpha = \Theta_0 v_\alpha. \quad ,$$

Опуская выкладки, распишем уравнения Эйнштейна (1.46) в векторном приближении покомпонентно

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^\alpha \partial x_\alpha} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Theta_0 = 4\pi G\rho, \quad (1.57)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^\alpha \partial x_\alpha} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Theta_\alpha = 4\pi G\rho v_\alpha. \quad (1.58)$$

Подобие этих гравитационных уравнений уравнениям электродинамики Максвелла очевидна.

1.11. Общерелятивистская нелинейная электродинамика с тензорным потенциалом. Решение первой проблемы Эйнштейна.

После завершения в 1915 году общей теории относительности, А. Эйнштейн начинает поиск уравнений Единой Теории Поля, особенно активно после того, как появились работы на эту тему Г. Вейля [42,43], А. Эддингтона [44] и Т. Калуца [45]. На поиски эти уравнений А. Эйнштейн затратил последние 30 лет своей творческой жизни. Он предполагал, что уравнения Единой Теории Поля будут найдены если: 1) уравнения геометризированной электродинамики (первая проблема Эйнштейна): 2) будет найдено геометрическое описание тензора энергии импульса материи в уравнениях Эйнштейна (1.46) (вторая проблема Эйнштейна). Решение второй проблемы А. Эйнштейн связывал с геометризацией квантовой теории, что видно из его следующего высказывания



МГУ 1967

«Еще одно последнее замечание: мои усилия пополнить общую теорию относительности путем обобщения уравнений гравитации были предприняты отчасти в связи с предположением о том, что, по-видимому, разумная общая релятивистская теория поля, возможно, могла бы дать ключ к более совершенной квантовой теории [46].»

Выполняя дипломную работу в Московском государственном университете в 1967 году под руководством Леонида Келдыша под названием «Дисперсионные соотношения для многофотонных процессов», я столкнулся с проблемой расходимости в электродинамике. Разбираясь в тонкостях этой

проблемы, я понял, что с электродинамикой, как классической, так и с квантовой, не все в порядке. Основное, что меня смущало, так это нарушение релятивистской

инвариантности в сильных электромагнитных полях и при больших скоростях, определяемых неравенством (1.40). Ввиду важности этого вопроса, я приведу краткое освещение основных идей, которые ведут к нарушению релятивистской инвариантности уравнений Максвелла-Лоренца, начиная с основополагающей работы А. Эйнштейна [31]. В этой работе А. Эйнштейн доказывает инвариантность уравнений электродинамики Максвелла-Лоренца относительно лоренцовских преобразований координат $x, y, z, x_0 = ct$ и полей \vec{E}, \vec{H} между системами S и S' . Далее А. Эйнштейн записывает уравнения движения заряда в лабораторной системе S , в которой изначально заряд e и массы m «покоится», в виде

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = eE_x, \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = eE_y, \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} = eE_z \quad (1.59)$$

и утверждает, что в движущейся системе отсчета S' уравнения движения не меняют своего вида

$$m' \frac{d^2 x'}{dt'^2} = e'E'_x, \quad m' \frac{d^2 y'}{dt'^2} = e'E'_y, \quad m' \frac{d^2 z'}{dt'^2} = e'E'_z \quad (1.60)$$

относительно преобразований Лоренца [31]. Таким образом, А. Эйнштейн признает, что системы отсчета S и S' связаны (мгновенно) с зарядом, при этом, как видно из уравнений (1.59) и (1.60), он движется, вообще говоря, ускоренно, а преобразования Лоренца справедливы только при постоянных скоростях движения. Этот прием оправдан (приближенно) только при малых ускорениях заряда, когда движение заряда мало отличается от инерциального. Параграф 10 работы [31], в котором выписаны уравнения (1.59) и (1.60), так и называется «Динамика (слабо ускоренного) электрона». Слабо ускоренные системы отсчета мы будем называть квазиинерциальными. В электродинамике ускоренное движение зарядов можно считать квазиинерциальным, если выполняется неравенство (1.40). А. Эйнштейн применяет преобразования Лоренца к ускоренным квазиинерциальным системам отсчета, заменяя лоренцовский релятивистский множитель $\beta = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2} = const$ на квазиинерциальный множитель

$$\bar{\beta}(t) = \frac{1}{\sqrt{1 - (\vec{u}\vec{v})/c^2}} \cong const, \quad (1.61)$$

где \vec{v} - скорость (квазиинерциальной) системы отсчета, \vec{u} - скорость заряда, движущегося с малым ускорением относительно лабораторной системы S . В этих рассуждениях заключена физическая постановка задачи. Далее идет математическое оформление доказательства, которое начинается с того, что в уравнениях (1.59) и (1.60) заряд и масса должны оставаться инвариантными

$$e = e' = const, \quad m = m' = const \quad (1.62)$$

Эти соотношения показывают, что не только заряд, но и масса (покоя) не зависят от скорости движения! Более подробно это показано в работах автора [47,48] и во всеуслышание объявлено известным теоретиком Л.Б. Окунем [49].

Для простоты, А. Эйнштейн рассматривает движение вдоль оси x и полагает $\bar{\beta}(t) \approx \beta$, поэтому ускорения в системах S и S' связаны соотношениями

$$\frac{d^2 x'}{dt'^2} = \frac{du'_x}{dt'} = \frac{1}{\beta} \frac{\dot{u}_x(1 - u_x v/c^2) + (u_x - v)\dot{u}_x v/c^2}{(1 - u_x v/c^2)^3} = \beta^3 \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad u_x - v = 0, \quad (1.63)$$

$$\frac{d^2 y'}{dt'^2} = \frac{du'_y}{dt'} = \frac{1}{\beta} \frac{\dot{u}_y(1 - u_x v/c^2) + u_y \dot{u}_x v/c^2}{(1 - u_x v/c^2)^3} = \beta^2 \frac{d^2 y}{dt^2}, \quad u_y = 0, \quad u_x - v = 0, \quad (1.64)$$

$$\frac{d^2 z'}{dt'^2} = \frac{du'_z}{dt'} = \frac{1}{\beta} \frac{\dot{u}_z(1 - u_x v/c^2) + u_z \dot{u}_x v/c^2}{(1 - u_x v/c^2)^3} = \beta^2 \frac{d^2 z}{dt^2}, \quad u_z=0, u_x - v = 0. \quad (1.65)$$

При условии $u_x - v = 0$, А. Эйнштейн записывает (1.61) как

$$\bar{\beta}(t) = \frac{1}{\sqrt{1 - u_x^2(t)/c^2}} \cong \text{const} = \beta, \quad \text{откуда} \quad \left(\frac{u_x^2}{c^2} + \frac{1}{\beta} \right) \cong 1,$$

поэтому имеет место приближенное равенство

$$\frac{d}{dt}(u_x \beta) = \beta \dot{u}_x + u_x \dot{\beta} = \beta \dot{u}_x + \beta^3 \dot{u}_x \frac{u_x^2}{c^2} = \beta^3 \dot{u}_x \left(\frac{u_x^2}{c^2} + \frac{1}{\beta} \right) = \beta^3 \dot{u}_x. \quad (1.66)$$

Используя (1.66) и учитывая, что $u_y=0$ и $u_z=0$, А. Эйнштейн записывает уравнения (1.61) как

$$\begin{aligned} \beta^3 m \frac{du_x}{dt} &= \frac{d}{dt}(m u_x \beta) = e \left(E_x + \frac{u_y}{c} H_z - \frac{u_x}{c} H_y \right), \\ \frac{d}{dt}(m u_y \beta) &= e \left(E_y + \frac{u_z}{c} H_z - \frac{u_x}{c} H_z \right), \\ \frac{d}{dt}(m u_z \beta) &= e \left(E_z + \frac{u_x}{c} H_y - \frac{u_y}{c} H_x \right). \end{aligned} \quad (1.67)$$

Совершенно очевидно, что система уравнений (1.67) не может обеспечивать релятивистскую инвариантность уравнений движения электродинамики Максвелла-Лоренца. Умножая уравнения на βc^{-1} и, используя геометрию Минковского с интервалом

$$ds_0 = \beta^{-1} c dt = \sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} = c dt \sqrt{1 - \left\{ \left(\frac{dx}{cdt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{cdt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{cdt} \right)^2 \right\}}, \quad (1.68),$$

можно записать уравнения (1.67) в виде

$$\frac{d}{ds_0}(u^\alpha) = \frac{e}{c^2} F^{i\alpha} u_i, \quad \alpha = 1,2,3, \quad i = 0,1,2,3. \quad (1.69)$$

Здесь матрица $F^{i\alpha}$ определяется как

$$F_{ik} = A_{k,i} - A_{i,k} = \frac{\partial A_k}{\partial x_i} - \frac{\partial A_i}{\partial x_k} = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -H_z & H_y \\ -E_y & H_z & 0 & -H_x \\ -E_z & -H_y & H_x & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.70)$$

а

$$u^i = (u^0, u^\alpha) = (c\beta, v^\alpha \beta) = \left(\frac{c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \frac{v^\alpha}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right), \quad u^i u_i = c^2 \quad (1.71)$$

- 4D (ко)вектор скорости. Соответственно, для 4D импульса имеем

$$P^i = mu^i = (p^0, p^\alpha) = \left(\frac{mc}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \frac{mv^\alpha}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right), \quad p^i p_i = \mu^2 c^2. \quad (1.72)$$

Добавляя к уравнениям (1.69) уравнение мощности электромагнитного поля

$$m \frac{d}{ds_0} (u^0) = \frac{e}{c^2} F^{i0} u_i, \quad (1.73)$$

получим четырехмерную запись уравнений (1.69), (1.73) в общепринятом виде.

$$\frac{du^i}{ds_0} = \frac{e}{mc^2} F^{ki} u_k, \quad i, k = 0, 1, 2, 3, \quad (1.74)$$

Для оценки малости ускорения в уравнениях (1.74), приведем их к безразмерным величинам. Для этого умножим обе части уравнений (1.74) на характерный параметр электродинамики $r_e = e^2/mc^2$ – классический радиус электрона (для частиц с другой массой и зарядом будет другой радиус). В результате получим

$$\frac{e^2}{mc^2} \frac{du^i}{ds_0} = \frac{e^3}{m^2 c^4} F^{ki} u_k, \quad (1.74a)$$

В этих уравнениях ускорение является слабым, если выполняется неравенство

$$\left| \frac{e^2}{mc^2} \frac{du^i}{ds_0} \right| = \left| \frac{e^3}{m^2 c^4} F^{ki} u_k \right| \ll 1, \quad (1.74б)$$

что эквивалентно (1.40).

Поводя итог, можно с уверенностью утверждать, что: 1) 4х мерная запись уравнений (1.74) не обеспечивает их релятивистской инвариантности; 2) масса покоя в уравнениях (1.74) не зависит от скорости ее движения [48].

Что касается последнего вывода, то академик РАН Лев Борисович Окунь в 2008 году активно выступал по поводу ошибочного понимания научным сообществом пункта 2), говоря следующие слова: «Пришла пора прекратить обманывать все новые поколения школьников и студентов, внушая им, что возрастание массы с увеличением скорости - это экспериментальный факт»[49]. В конце работы он перечисляет имена физиков, которыми он обсуждал этот вопрос и нашел подтверждение своей точки зрения, а именно: Б.Л. Окунь, М.Б. Волошин, В.И. Кисин, А.А. Абрикосов, М.С. Аксентьева, А.А. Алёхина, Б.Л. Альтшулер, Т. Басалья, Дж. Бардин, С.М. Берман, С.И. Блинников, Б.М. Болотовский, К.Г. Боресков, Л.М. Браун, Д.К. Бухвальд, А.И. Вайнштейн, В.П. Визгин, М.И. Высоцкий, М.А. Готтлиб, Д.Р. Гофстадтер, Я.И. Грановский, Э.Г. Гуляева, Ю.Б. Даноян, Дж. Д. Джексон, А.Д. Долгов, В.Р. Золлер, Е.А. Ильина, О.В. Канчели, М. Карлинер, К. Квигг, Т.Л. Кёртрайт, Я.С. Ким, В.И. Коган, Г.Л. Ландсберг, Р. Лейтон, Л.Ю. Мизрахи, В.А. Новиков, Л.И. Пономарёв, П.С. Прокофьев, Ф. Равндад, А.Н. Скринский, М. Сэндс, С.Г. Тиходеев, К.А. Томилин, И.Б. Хриплович, Дж. Цвайг, М. Янссен, С. Ярлског (всего 48 известных ученых). Этот солидный список показывает, что ошибка исключена, *т.е. масса покоя не зависит от скорости движения.*

Векторная запись уравнений Максвелла, имеет известный вид [34]

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0, \quad (1.75)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi\rho, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (1.76)$$

Расписывая первую пару уравнений (1.75) покомпонентно, получим

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0. \quad (1.77)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t}, \quad \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t}. \quad (1.78)$$

Используя преобразования Лоренца координат и полей, легко показать инвариантность уравнений (1.77) и (1.78) при их записи в системах S и S' , что впервые было доказано Дж. Лармором [51] за пять лет до работы Эйнштейна [31]. Расписывая покомпонентно вторую пару уравнений (1.76), находим

$$\frac{1}{c} \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) = \frac{4\pi}{c} \rho, \quad \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial H_z}{\partial y} + \frac{\partial H_y}{\partial z} = -\frac{4\pi}{c} \rho v_x, \quad (1.79)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} - \frac{\partial H_x}{\partial z} + \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\frac{4\pi}{c} \rho v_y, \quad \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial H_y}{\partial x} + \frac{\partial H_x}{\partial y} = -\frac{4\pi}{c} \rho v_z. \quad (1.80)$$

А. Эйнштейн в работе [31] показал, что система уравнений (1.79) и (1.80) инвариантна относительно преобразований Лоренца, при этом плотность заряда ρ преобразуется при переходе из системы S в систему S' в соответствии с формулой (стр. 31 работы [31])

$$\rho' = \rho \left(1 - \frac{v_x v}{c^2} \right) \beta. \quad (1.81)$$

Здесь были использованы (для простоты) преобразования Лоренца, описывающие движение заряда вдоль оси x . В учебнике [34], вместо (1.81), используется следующее равенство

$$\rho' = \rho \beta^{-1} \quad (1.82)$$

и это правильно, поскольку при квазиинерциальном движении $u_x = v$ и вместо (1.81) мы имеем (1.82), из которого следует инвариантность заряда $e = e' = \text{const}$ [31].

Используя (1.70), можно записать уравнения (1.79) и (1.80) как

$$\frac{\partial F^{\alpha k}}{\partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} j^\alpha, \quad \frac{\partial F^{0k}}{\partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} j^0, \quad \alpha = 1,2,3, \quad k = 0,1,2,3, \quad (1.83)$$

где

$$j^i = (\rho c, \rho v^\alpha) = \rho \frac{dx^i}{dt}, \quad \alpha = 1,2,3, \quad k = 0,1,2,3. \quad (1.84)$$

Действительно, компоненты штрихованного вектора тока имеют вид

$$j'^i = (\rho' u^0, \rho' u^\alpha) = (\rho \beta^{-1} c \beta, \rho \beta^{-1} v^\alpha \beta) = (\rho c, \rho v^\alpha) = \rho \frac{dx^i}{dt}. \quad (1.85)$$

Объединяя уравнения (1.83), мы получаем 4х мерную запись уравнений Максвелла (1.75), (1.76). Такая запись не обеспечивает релятивистскую инвариантность уравнений электродинамики, поскольку для сильных полей, определяемых неравенством (1.40), её уравнения нарушаются. Это понимал А. Эйнштейн и В. Паули, который писал [53]:

«Уравнения Максвелла строго справедливы только для равномерно движущихся тел и степень их точности, вообще говоря, тем больше, чем меньше ускорение материи».

Квантование уравнений электродинамик ничего не изменило в этом вопросе, а наоборот усугубила проблему, добавив свои трудности. Об говорят следующие слова П. Дирака :



Поль Дирак

«Существующая квантовая теория (квантовая электродинамика (прим. автора)) хороша до тех пор, пока мы не пытаемся распространить ее слишком далеко, а именно, когда мы не пытаемся применить ее к частицам высоких энергий, а также в области малых расстояний» [54]. Именно эти пределы аналитически определяются неравенством (1.40), что игнорируют многие теоретики. Более того, П. Дирак в последние годы своей активной работы в науке заявляет: «Правильный вывод состоит в том, что основные уравнения неверны. Их нужно существенно изменить, с тем чтобы в теории вообще не возникали бесконечности, и чтобы уравнения решались точно, по обычным правилам, без всяких трудностей. Это условие потребует каких-то очень серьезных изменений: небольшие изменения ничего не дадут [54]».

Развивая программу У. Клиффорда, согласно которой «в мире ничего не происходит, кроме изменения кривизны пространства» и вдохновлённый работами Эйнштейна-Фока, указавших на аналогию векторного представления гравитации Эйнштейна и уравнений электродинамики Максвелла-Лоренца, автор решился на *очень серьезные изменения* классической электродинамики. После поступления в аспирантуру университета Дружбы народов им. Патриса Лумумбы (1969-1972 гг.) была написана диссертация на тему «Общерелятивистская нелинейная электродинамика с тензорным потенциалом» и ее краткое содержание было опубликовано в статье [55].



РУДН 1972

Перечислим принципиальные (серьезные) изменения новой электродинамики [55]:

- 1) Все системы отсчета связаны с взаимодействующими материальными телами, поэтому в новой электродинамике нет понятия инерциальной системы отсчета. Вместо неё рассматриваться ускоренная квазиинерциальная система отсчета, движущаяся с малым ускорением.
- 2) Сильные электромагнитные поля описываются тензорными потенциалом $a_{ik} = a_{ki}$, определяющим метрический тензор

$$g_{ik}(x^i, k) = \eta_{ik} + ka_{ik}, \quad \eta_{ik} = \eta^{ik} = \text{diag}(1 - 1 - 1 - 1) \quad (1.86)$$

параметрического пространства Римана, где $k = \frac{e}{m}$ - удельный заряд.

- 3) Уравнения движения заряда e массы m описываются уравнениями геодезических Риманова пространства

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} = -\Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = \frac{e}{mc^2} E^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds}, \quad i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad (1.87)$$

где

$$E^i{}_{jk} = -\frac{c^2}{2} g^{im} (a_{jm,k} + a_{km,j} - a_{jk,m}) \quad (1.88)$$

- напряженность сильного электромагнитного поля.

4) Уравнения сильного электромагнитного поля, создаваемые точечным зарядом с плотностью $\rho = Ze\delta(\vec{r})$, имеют вид

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi k}{c^4} T_{ik}, \quad T_{ik} = \rho c^2 u_i u_k, \quad u^i u_i = 1. \quad (1.89)$$

Здесь тензор Римана $R^i{}_{jkm}$ определяется как

$$R^i{}_{jkm} = -2 \frac{e}{mc^2} \partial_{[k} E^i{}_{|j|m]} + 2 \frac{e^2}{m^2 c^4} E^i{}_{s[k} E^s{}_{|j|m]}. \quad (1.90)$$

Уравнения движения (1.87) могут быть получены, используя действие (1.37), которое для слабых электромагнитных полей записывается в виде

$$S = -mc \int ds = mc \int (g_{ik} dx^i dx^k)^{1/2} = -mc \int \left(1 + ka_{ik} \frac{dx^i}{ds_0} \frac{dx^k}{ds_0} \right)^{1/2} ds_0, \quad (1.91)$$

где ds_0 - интервал пространства Минковского (1.68).

Отсюда видно, что электромагнитное поле можно считать слабым, если

$$\left| ka_{ik} \frac{dx^i}{ds_0} \frac{dx^k}{ds_0} \right| \ll 1. \quad (1.92)$$

С другой стороны, умножая уравнения (1.87) на характерный параметр электродинамики $r_{кл} = \frac{e^2}{m\mu c^2}$ - классический радиус электрона, находим условие слабости ускорения в нашей теории в виде

$$\left| \frac{e^3}{m^2 c^4} E^i{}_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} \right| \ll 1. \quad (1.93)$$

Используя процедуру Эйнштейна-Фока и неравенства (1.92), (1.93), получим из уравнений (1.87) уравнения движения (1.74) электродинамики Максвелла-Лоренца, а из уравнений поля (1.90) уравнения Максвелла (1.83). Однако в нашем случае уравнения

$$\frac{du^i}{ds_0} = \frac{e}{mc^2} F^{ki} u_k \quad \text{и} \quad \frac{\partial F^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} j^i \quad (1.94)$$

качественно отличаются от уравнений электродинамики Максвелла-Лоренца, поскольку они теряют смысл, если кривизна пространства (1.90) обращается в нуль. Уравнения (1.94) справедливы только в приближении векторного потенциала

$$A_0 = \frac{c^2}{2} a_{00}, \quad a_{\alpha 0} = 4A_\alpha / c^2, \quad A_\alpha = A_0 v_\alpha. \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3. \quad (1.95)$$

и с точностью до членов порядка v/c .

Простейшее решение уравнений поля (1.89) является решение для заряда с плотностью источника $\rho = Ze\delta(\vec{r})$, имеющее следующий вид

$$ds^2 = \left(1 + k \frac{2\varphi_C}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - k \frac{2\varphi_C}{c^2}\right) (dx^2 + dy^2 + dz^2) + \frac{8k}{c^2} (2\varphi_C^x dx + 2\varphi_C^y dy + 2\varphi_C^z dz) dt, \quad (1.96)$$

$$\varphi_C = \mp \frac{Ze}{r}, \quad k = \frac{e}{m}, \quad Z = 1, 2, 3 \dots, \quad (1.97)$$

который отличается от решения Шварцшильда (1.56) тем, что потенциал Ньютона φ_N заменен на $k\varphi_C$. В (1.97) знак $-$ соответствует притяжению между зарядами e и Ze , а знак $+$ отталкиванию. В теории гравитации Эйнштейна $k = 1$, поэтому уравнения общерелятивистской электродинамики (1.87), (1.89) следует рассматривать как обобщение общей теории относительности Эйнштейна на случай: а) когда $k \neq 1 = const$; б) когда существуют отрицательные массы.

Хотя диссертация «Общерелятивистская нелинейная электродинамика с тензорным потенциалом» была вовремя представлена к защите, она не была принята из-за отрицательного мнения о ней Мицкевича Николая Всеволодовича. Основной аргумент Н.В. Мицкевича – нарушение слабого принципа эквивалентности при $k \neq 1$, несмотря на то, что в электродинамике это известный экспериментальный факт.

С точки зрения автора уравнения (1.87), (1.89) решают первую проблему Эйнштейна. Они имеют геометрическую природу, как и уравнения Эйнштейна, релятивистски инвариантны в сильных электромагнитных полях, легко объединяют гравитационные и электромагнитные взаимодействия, и приводят к целому ряду экспериментальных следствий, проверяемых на опыте [11, 12]. Тем не менее, общерелятивистская электродинамика имеет существенный недостаток – она не является квантовой. О её квантовом обобщении речь пойдет ниже.

2. Квантовое обобщения механики Ньютона. Современный взгляд

Хотя квантовая механика и возникла под давлением экспериментальных фактов, её теоретическое обоснование зрело в классической механике благодаря работам У. Гамильтона, К. Якоби и Ж. Лиувилля.

2.1 Квантовая механика Планка-Эйнштейна -де Бройля - Шредингера

Действительно, уравнения Гамильтона (1.13) впервые рассматривают координату x_i импульс p_i как независимые переменные. Современник У. Гамильтона математик Ж. Френе

неявно связывает импульс с касательной плоскостью к траектории частицы, с углами Эйлера и, как оказалось впоследствии, с силами инерции. Используя действие (1.37), У. Гамильтон и К. Якоби записывают скалярное уравнение движения частицы (1.28) с функцией Гамильтона (1.29). Затем К. Якоби записывает (1.28) в виде скалярного волнового уравнения (1.28а). Все перечисленные уравнения описывают либо одну материальную частицу, либо ансамбль материальных частиц. Но вот появляется механика Лиувилля с уравнениями (1.30), которая впервые описывает пластичный объект, который движется, меняя свою форму оставаясь единым целым. Таким объектом может быть капля жидкости. Фазовый объем капли сохраняется в соответствии с формулой (1.31). Для описания физических характеристик капли удобно ввести плотность вероятности (1.34), которая позволяет найти, например, координату и импульс центра масс протяженного объекта в соответствии с формулами (1.35). Кроме капли, уравнение Лиувилля, в принципе, могут описывать полевой солитон поля ψ , который меняет свою форму, оставаясь единым целым.

Л. Эйлер как основатель вращательного движения материи первый ввел понятие мнимого числа $i = \sqrt{-1}$. Он же ввел формулу Эйлера $e^{\pm i\omega t} = \cos \omega t \pm i \sin \omega t$, которая определяет комплексные числа $z = r(\cos\varphi(t) + i \sin\varphi(t)) = re^{i\omega t}$ и $\bar{z} = r(\cos\varphi(t) - i \sin\varphi(t)) = re^{-i\omega t}$, описывающие вращательно-колебательные процессы на комплексной плоскости. Вращение более общий процесс, чем колебание, и если колебание массы m происходит в плоскости, то вращение массы m , вообще говоря, представляется трехмерным. В самом деле, если мы для описания вращения а) введем радиус вектор \vec{r} , б) касательный к окружности вектор скорости \vec{v} и в) псевдовектор угловой скорости $\vec{\omega}^+$, то из соотношения $\vec{v} = [\vec{\omega}^+ \vec{r}]$ следует, что псевдовектор $\vec{\omega}^+$ перпендикулярен плоскости, в которой расположены вектора вектор \vec{r} и \vec{v} , причем в правой системе отсчета псевдовектор $\vec{\omega}^+$ направлен в ту сторону, откуда вращение видно против часовой стрелки. Заметим, что при $\omega = 0$ комплексное число вырождается в действительное, при этом пропадает всякая физическая динамика, связанная с вращением и колебанием, и мы получаем стационарное состояние динамической системы. Поэтому со времен Эйлера комплексные числа являются более эффективным методом описания вращательного движения материи и, следовательно, должны быть связаны с полями инерции - торсионными полями.

Представим уравнения Максвелла (1.75), (1.76) в комплексном виде $\mathbf{F} = \mathbf{E} \pm i\mathbf{H}$. Тогда уравнения Максвелла без зарядов принимают вид

$$\frac{i}{c} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} = \text{rot} \mathbf{F}, \text{ или } (\text{rot} \mathbf{F})_\alpha = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} F_\gamma, \quad \alpha, \beta, \gamma \dots = 1, 2, 3, \quad (2.1)$$

где $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ - полностью антисимметричный символ Леви-Чивита. Поскольку генераторы группы вращений S_1, S_2, S_3 можно выразить через $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ как $(S_\alpha)_{\beta\gamma} = -i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$, то уравнения (2.1), после умножения на \hbar , запишутся как [56]

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{F} = \hat{H} \mathbf{F} = c(\mathbf{pS})\mathbf{F}, \quad (2.2)$$

где \hbar - постоянная Планка, $\hat{H} = c(\mathbf{pS})$ - оператор Гамильтона, $\mathbf{p} = -i\hbar\nabla$ - оператор импульса, $\mathbf{S} = 1$ спин поля \mathbf{F} . Уравнения (2.2) могут быть интерпретированы как уравнения движения фотона (уравнения Шредингера), но это не совсем так, поскольку плотность электромагнитной энергии вычисляется по формуле

$$\rho = \mathbf{F}^* \mathbf{F} = |\mathbf{F}|^2,$$

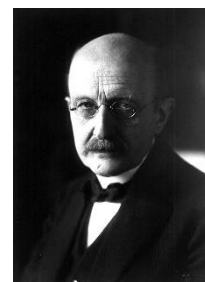
а волновая функция ψ нормирована на единицу. Вводя постоянный нормировочный множитель $N = const$, имеем

$$\psi = N\mathbf{F} \quad \text{причем} \quad 1 = \int \psi^* \psi dV .$$

Уравнения (1.99) в этом случае принимают вид

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = \hat{H}\psi = c(\mathbf{pS})\psi , \quad (2.3)$$

причем $\psi^* \psi = |\psi|^2 = W$ – интерпретируется как плотность вероятности найти фотон в данной точке пространства в данный момент времени. Простейшим решением волновых уравнений (2.3) оказывается плоская волна поля ψ или набор плоских волн, удовлетворяющих принципу суперпозиции в силу линейности уравнений (2.3). Вопрос остается только в том, реально ли поле ψ , подобно полям \mathbf{E} и \mathbf{H} , или это просто формальный способ описания динамики полевого объекта? В рассматриваемом нами примере ψ – это реальное поле, нормированное на единицу, которое сопровождает поля \mathbf{E} и \mathbf{H} , но не является в точности ими. Как показывает физический анализ уравнений неголономной динамики



Макс Планк

(A),(B.1), (B.2), уравнение Шредингера

(1.100) описывает простейшую динамику поля инерции, сопровождающее любой физический процесс.

Впервые этот вывод был сделан в работе [57], изданной в 1979 г. в МГУ. Кроме того, основная задача квантовой теории это найти распределение плотности ρ той материи, которая подлежит изучению. Но, для общности, удобно использовать нормированную на единицу плотность вероятности

$$\rho_W = W = \psi^* \psi = |\psi|^2 . \quad (2.4)$$



Луи де Бройль

Используя соотношения Планка и Эйнштейна

$$E = \hbar\omega , \quad \vec{p} = \hbar\vec{k} , \quad (2.5)$$

Луи де Бройль вводит волну де Бройля

$$\psi = \psi_0 \exp\left\{-\frac{i}{\hbar}(p_n x^n)\right\} = \psi_0 \left\{-\frac{i}{\hbar}S\right\} = \psi_0 \exp\{-i(k_n x^n)\} . \quad (2.6)$$

Фактически, волна де Бройля – это обычная плоская волна с волновым вектором k_n , тождественно преобразованная с помощью соотношений (2.5). Для обычной плоской волны находим эйконал

$$f = -k_n x^n = -\frac{i}{2} \ln\left(\frac{\psi}{\psi^*}\right), \quad (2.7)$$

а для волны де Бройля действие

$$S = -p_n x^n = -\frac{i\hbar}{2} \ln\left(\frac{\psi}{\psi^*}\right) . \quad (2.8)$$

Через скаляры f и S определяется волновой вектор

$$k_n = -\frac{\partial f}{\partial x^n} = -\frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial x^n} \left(\ln \frac{\psi}{\psi^*} \right) \quad (2.9)$$

и импульс частицы

$$p_n = -\frac{\partial S}{\partial x^n} = -\frac{i\hbar}{2} \frac{\partial}{\partial x^n} \left(\ln \frac{\psi}{\psi^*} \right) . \quad (2.10)$$

Волновой вектор k_n характеризует распространение классической безмассовой электромагнитной волны по поверхности светового конуса, поэтому он изотропен $k_n k^n = 0$ и его уравнение Гамильтона-Якоби запишется как

$$\eta^{ni} k_n k_i = \eta^{ni} \frac{\partial f}{\partial x^n} \frac{\partial f}{\partial x_n} = 0 . \quad (2.11)$$

С другой стороны, для массивной частицы массы m классическое уравнение Гамильтона-Якоби имеет вид

$$\eta^{ni} p_n p_i = \eta^{ni} \frac{\partial S}{\partial x^n} \frac{\partial S}{\partial x_n} = m^2 c^2 . \quad (2.12)$$

По структуре уравнений (2.11) и (2.12) видно, что в классической физике возникает аналогия в формальном описании реальной электромагнитной волны с волновым вектором k_i и квантовой частицы с импульсом p_i . Качественное отличие уравнения (2.11) от (2.12) состоит в том, что волна в (2.11) движется по световому конусу (люксон), а частица в (2.12) движется с до световой скоростью (брадион).

Эта аналогия становится еще очевидней, если представить (2.12) в виде волнового пакета, состоящего из набора частиц с бесконечно малой массой) $\Delta m \rightarrow 0$

$$\eta^{ni} p_n p_i = \eta^{ni} \frac{\partial S}{\partial x^n} \frac{\partial S}{\partial x_n} = (\Delta m)^2 c^2 , \quad \Delta m = \rho \Delta V . \quad (2.13)$$

Рассматривая предел отношения

$$\lim_{\Delta m \rightarrow 0} \left(\frac{\eta^{ni} k_n k_i}{\eta^{ni} p_n p_i} \right) = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \left(\eta^{ni} \frac{\partial f}{\partial x^n} \frac{\partial f}{\partial x_n} / \eta^{ni} \frac{\partial S}{\partial x^n} \frac{\partial S}{\partial x_n} \right) = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \right)^2 = const ,$$

Получим, после интегрирования

$$S = cf + c_1 , \quad c \text{ и } c_1 \text{ константы.} \quad (2.14)$$

Из (2.7) и (2.8), находим

$$c = \hbar, \quad c_1 = 0 . \quad (2.15)$$

В этом случае волновой пакет де Бройля электромагнитные волны движутся по световому конусу. Для описания волнового пакета в приближении слабых полей ψ , мы можем использовать принцип суперпозиции и Фурье анализ. Для этого разложим поле $\psi(\vec{r}, t)$ по плоским волнам

$$\psi(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} C(\vec{k}, t) \psi_{\vec{k}}(\vec{r}, t) d^3 k , \quad (2.16)$$

где

$$C(\vec{k}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{\vec{k}}^*(\vec{r}, t) \psi_{\vec{k}}(\vec{r}, t) dV \quad (2.17)$$

и

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}, t) = N e^{i(\vec{k} \vec{r} - \omega t)}. \quad (2.18)$$

Функции $\psi_{\vec{k}}(\vec{r}, t)$ удовлетворяют условию нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{\vec{k}}^*(\vec{r}, t) \psi_{\vec{k}'}(\vec{r}, t) dV = \delta(\vec{k} - \vec{k}'), \quad (2.19)$$

что позволяет определить множитель N в (1.115) как

$$N = (2\pi)^{-3/2}. \quad (2.20)$$

Соотношение (2.16) представляет поле $\psi(\vec{r}, t)$ как бесконечный набор плоских волн. В реальности мы имеем дело с конечной группой волн (волновым пакетом), для которого поле $\psi(\vec{r}, t)$ представляется в виде

$$\psi(\vec{r}, t) = \int_{\vec{k}_0 - \Delta \vec{k}}^{\vec{k}_0 + \Delta \vec{k}} C(\vec{k}) e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})} d^3 k, \quad (2.21)$$

где \vec{k}_0 – волновой вектор, около которого лежат волновые вектора волн, образующих группу. Волновой пакет – это протяженный объект и классическое определение координаты центра масс протяженного объекта массы m с плотностью ρ записывается в виде

$$\bar{x}^i = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \rho x^i dV}{\int_{-\infty}^{\infty} \rho dV} = \frac{1}{m} \int_{-\infty}^{\infty} \rho x^i dV = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \psi x^i dV = \int_{-\infty}^{\infty} W x^i dV, \quad (2.22)$$

при этом, для описания протяженного объекта с плотностью $\rho = m \psi^* \psi$ (или $\rho = e \psi^* \psi$) оказалось удобным использовать плотность вероятности W (как в механике Лиувилля), рассчитывая классические измеряемые величины, такие как координата центра масс протяженного объекта x_c^i и его импульс $p_c^i = m u_c^i$ в соответствии с формулами

$$x_c^i = \bar{x}^i = \int_{-\infty}^{\infty} W(x^i) x^i dV = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \psi x^i dV, \quad (2.23)$$

$$p_c^i = \bar{p}^i = \int_{-\infty}^{\infty} W(x^i) p^i dV = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \psi p^i dV. \quad (2.24)$$



Эрвин Шредингер

Из формул (2.23), (2.24) следует, что квантовая механика описывает не точечные объекты, а объекты, занимающие некий конечный объем. Представление о квантовой частице как о точечном объекте ошибочно. На самом деле, частица в квантовой теории – это протяженный объект (полевой клубок поля ψ), меняющая свою форму, но оставаясь при этом единым целым подобно капле жидкости в механике Лиувилля. Поэтому уравнение механики Лиувилля (1.36)

для квантовой частицы, введенные Ф. Нейманом, имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \rho_W}{\partial t} + [\rho_W, \hat{H}] = 0, \quad (2.25)$$

где ρ_W определяется согласно (2.4) и из которого следует уравнения Шредингера



Фон Нейман

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = 0, \quad -i\hbar \frac{\partial \psi^*}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi^* = 0. \quad (2.26)$$

В уравнениях (2.25) и (2.26) физические величины, такие как Гамильтониан \hat{H} и импульс \hat{p}_n представлены операторами. Такое представление является следствием соотношений (2.23) и (2.24). Действительно, расписывая (2.10), получим

$$p_n = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x^n} \left(\ln \frac{\psi}{\psi^*} \right) = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x^n} (\ln \psi - \ln \psi^*) = -i\hbar \left(\frac{1}{\psi^*} \nabla_n \psi^* - \frac{1}{\psi} \nabla_n \psi \right). \quad (2.27)$$

Подставляя это соотношение в (2.24), имеем

$$p_c^i = \bar{p}^i = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \psi p^i dV = -i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} \left(\psi^* \frac{\partial}{\partial x^i} \psi - \psi \frac{\partial}{\partial x^i} \psi^* \right) dV. \quad (2.28)$$

Поскольку для плоских волн справедливо равенство

$$\psi^* \frac{\partial}{\partial x^i} \psi = -\psi \frac{\partial}{\partial x^i} \psi^*,$$

то из (2.28) следует

$$p_c^i = \bar{p}^i = -i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \frac{\partial}{\partial x^i} \psi dV = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \hat{p}^i \psi dV, \quad (2.29)$$

где

$$\hat{p}^i = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x^i} \quad (2.30)$$

- оператор импульса.

Поступая подобным образом, находим для координаты центра масс (2.23)

$$x_c^i = \bar{x}^i = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \psi x^i dV = \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\psi^* \frac{\partial}{\partial k^i} \psi - \psi \frac{\partial}{\partial k^i} \psi^* \right) dV$$

или

$$x_c^i = \bar{x}^i = i \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \frac{\partial}{\partial k^i} \psi dV = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \hat{x}^i \psi dV, \quad (2.31)$$

где мы ввели оператор координаты

$$\hat{x}^i = i\hbar \frac{\partial}{\partial p^i}. \quad (2.32)$$

Используя трехмерную часть этой формулы (2.28), и учитывая, что $\vec{v} = \vec{p}/m$ запишем ток $\vec{j} = \rho \vec{v} = e\psi^* \psi \vec{v}$ в уравнении непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{j} = 0, \quad \vec{j} = \rho \vec{v}, \quad (2.33)$$

как

$$\vec{j} = i \frac{e\hbar}{2m} \psi^* \psi \left(\frac{1}{\psi^*} \vec{\nabla} \psi^* - \frac{1}{\psi} \vec{\nabla} \psi \right) = -\frac{ie\hbar}{2m} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*). \quad (2.34)$$

Расписывая (2.32), с учетом (2.34) и $\rho = e\delta(\vec{r}) = e\psi^*\psi$, получим (после сокращения на e)

$$\psi \frac{\partial (\psi^*)}{\partial t} + \psi^* \frac{\partial (\psi)}{\partial t} - \frac{i\hbar}{2m} \operatorname{div} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*) = 0$$

или, после деления на $\psi^*\psi$ и умножения на $i\hbar$, находим

$$i\hbar \left(\frac{1}{\psi^*} \frac{\partial \psi^*}{\partial t} + \frac{1}{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) + \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{1}{\psi} \nabla^2 \psi - \frac{1}{\psi^*} \nabla^2 \psi^* \right) = 0$$

откуда

$$i\hbar \frac{1}{\psi} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{i\hbar}{2m} \nabla^2 \psi \right) = i\hbar \frac{1}{\psi^*} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial t} + \frac{i\hbar}{2m} \nabla^2 \psi^* \right) = \phi(t) = \phi^*(t).$$

Это нелинейное уравнение распадается на два линейных уравнения следующего вида:

$$i\hbar \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{i\hbar}{2m} \nabla^2 \psi \right) = \phi(t)\psi \quad (2.35)$$

$$i\hbar \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial t} + \frac{i\hbar}{2m} \nabla^2 \psi^* \right) = \phi^*(t)\psi^* \quad (2.36)$$

С помощью подстановок

$$\Psi(\vec{x}, t) = \psi(\vec{x}, t) \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_0^t \phi(t') dt'\right),$$

$\Psi^*(\vec{x}, t) = \psi^*(\vec{x}, t) \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_0^t \phi^*(t') dt'\right)$. отношения (2.35) и (2.36) сводятся к уравнениям Шредингера (2.26) для свободной частицы. Таким образом, нелинейное относительно ψ и ψ^* уравнение непрерывности (2.33) распадается на два линейных относительно ψ и ψ^* уравнений Шредингера (2.26), а сами уравнения Шредингера есть следствие волны де Бройля (2.6), которая представляет собой нормированное на единицу поле инерции – торсионное поле.

2.2 Квантовая механика Маделунга

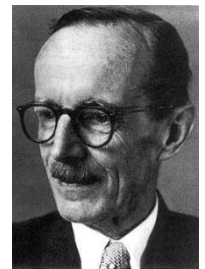
Почти сразу после публикации Э. Шредингером его знаменитого уравнения [58], Эрвин Маделунг получает «гидродинамическое» представление уравнения Шредингера [59]. Подставляя в уравнение Шредингера

$$\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi - U\psi = 0$$

волну де Бройля в виде

$$\psi(\vec{x}, t) = \sqrt{\rho_w(\vec{x}, t)} \exp(iS(\vec{x}, t)/\hbar), \quad (2.37)$$

где $\rho_w = W = \psi^*\psi = |\psi|^2$, S – действие, и приравнявая мнимую и действительные части, получим уравнение неразрывности



Эрвин Маделунг

$$\frac{\partial \rho_W}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho_W \vec{v}) = 0. \quad (2.38)$$

и уравнение Гамильтона-Якоби

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\vec{\nabla} S)^2}{2m} + U + Q = 0, \quad (2.39)$$

где

$$Q = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{(\vec{\nabla} \rho_W)^2}{2\rho_W} - \frac{\vec{\nabla}^2 \rho_W}{2\rho_W} \right) = -\frac{\hbar^2}{4m} \left(\frac{\Delta \rho_W}{\rho_W} - \frac{(\vec{\nabla} \rho_W)^2}{2\rho_W^2} \right) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta |\psi|}{|\psi|} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta \sqrt{\rho_W}}{\sqrt{\rho_W}} \quad (2.40)$$

- квантовая потенциальная энергия.

Применяя к уравнениям (2.39) оператор $\vec{\nabla}$, получаем уравнения движения «квантовой жидкости» с плотностью с плотностью вероятности $\rho_W = \psi^* \psi$

$$\rho_W \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho_W \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \vec{\nabla} \vec{v} \right) = -\frac{\rho_W}{m} \vec{\nabla} U - \frac{\rho_W}{m} \vec{\nabla} Q. \quad (2.41)$$

Таким образом, в модели Маделунга одно комплексное линейное по ψ уравнение Шредингера переходит в два уравнения (2.38) и (2.41) для действительных функций ρ_W и \vec{v} . Если мы умножим уравнения (2.38) и (2.41) на массу $m = const$ и введем плотность материи $\rho = m\rho_W = m\psi^* \psi$, то мы получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0, \quad (2.42)$$

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\rho \nabla U - \rho \nabla Q \quad (2.43)$$

Сделав в 1926 г. формальный вывод уравнений (2.38) и (2.41), Э. Маделунг не дал физической интерпретации потенциальной энергии (2.40), которая не содержится в исходном уравнении Шредингера. В последствии, физики стали интерпретировать энергию (2.40) как внутреннюю энергию Физического Вакуума. Хотя уравнения Маделунга нелинейны по волновой функции, их можно успешно использовать вместо уравнения Шредингера для практических расчетов, используя численные методы [60]

С физической точки зрения уравнения Шредингера и уравнения Маделунга *не эквивалентны*. Действительно, уравнения Маделунга содержат квантовую потенциальную энергию (2.40), а уравнения Шредингера нет. Далее, некоторые теоретики считают, что при $\hbar = 0$ квантовая энергия (2.40) обращается в нуль (что верно), при этом уравнения Маделунга переходят в классические уравнения «гидродинамики». Считать так ошибочно, поскольку в уравнения Маделунга входит плотность (2.4), зависящая от функции де Бройля ψ . Совпадение, вообще говоря, полевых уравнений Маделунга может формально совпадать с классическими уравнениями Гамильтона-Якоби только в случае, если плотность $\rho_W = \delta(\vec{r})$, когда частица является материальной точкой.

Поскольку уравнения Маделунга содержат волновую функцию ψ , а она, в нашем случае, связана с полем инерции – торсионным полем, то эти уравнения описывают часть торсионной физики.

2.3. Квантовая механика спинорного поля Паули-Дирака. Спинорная система отсчета



Вольфанг Паули

Уравнение Шредингера содержит константу \hbar , которая имеет размерность углового момента. Уже этот факт указывает на связь квантовой механики с (собственным) вращательным движением. Поскольку квантовые эффекты были обнаружены в электродинамике, то собственное вращение заряженных частиц, в частности электрона, описывается спином

$$s = \frac{\hbar}{2}, \quad (2.44)$$

который, в общем случае, является псевдовектором, а здесь записан как псевдоскаляр. В 1927 г. В. Паули предложил обобщенное уравнение Шредингера

$$\left\{ \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{2m} \left(\vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 + eA_0 - \frac{\hbar e}{2mc} (\vec{H} \vec{\sigma}) \right\} \Psi = 0, \quad (2.45)$$

где $\vec{\sigma}$ - (псевдо)вектор Паули, компоненты которого образуют безразмерные 2x2 комплексные матрицы Паули

$$\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (2.46)$$

Уравнение Паули (2.45) невозможно записать в четырехмерном виде, поэтому П. Дирак в 1928 г. предложил четырехмерную запись уравнения движения свободного электрона с учетом спина вида

$$[\gamma^n \hat{p}_n - imc] \Psi = 0, \quad \hat{p}_n = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_n}, \quad (2.47)$$

Здесь γ^n - спиновые матрица Дирака, связанные с метрическим тензором η_{kn} пространства Минковского соотношением

$$\eta_{kn} = \frac{\{\gamma_k, \gamma_n\}}{2} = \frac{\gamma_k \gamma_n + \gamma_n \gamma_k}{2}, \quad (2.48)$$

Компоненты спинорной матрицы γ_k в (2.48) имеют следующий вид

$$\gamma_0 = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_0 \\ \sigma_0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \gamma_1 = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_x \\ \sigma_x & 0 \end{bmatrix}, \quad \gamma_2 = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_y \\ -\sigma_y & 0 \end{bmatrix}, \quad \gamma_3 = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_z \\ -\sigma_z & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.49)$$

где $\sigma_0 = I$ - 2x2 единичная матрица, а $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ - 2x2 спиновые 3D матрицы Паули (2.46), поэтому 4x мерные матрицы Паули записываются как

$$\sigma_0 = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (2.50)$$

Для частицы спина $1/2$ имеем соотношение

$$\vec{s} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}, \quad (2.51)$$

где $\vec{\sigma}$ - (псевдо)вектор Паули.

Соотношения (2.48)-(2.51) показывают, что спинор (2.50) и, следовательно, спин (2.51) имеют геометрическую природу, поскольку определяют метрику и сигнатуру (+ - - -) в интервале пространства Минковского (1.68). Кроме того, матрицы (2.49) задают совершенно новый вид системы отсчета, а именно, спинорную систему отсчета.

Поскольку спин \vec{s} ориентирован в пространстве, то четырехкомпонентная комплексная волновая функция Ψ в уравнении Дирака (2.47) зависит как от трансляционных координат x, y, z, ct , так и спина (2.51) (т.е. углов Эйлера φ, θ, χ)

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} = \Psi(x, y, z, ct, \vec{s}) = \Psi(x(t), y(t), z(t), ct, \varphi(t), \theta(t), \chi(t)). \quad (2.52)$$

Четыре эрмитовых 2×2 матриц (2.50) определены на двумерном комплексном пространстве, касательным в каждой точке M координатного (базового) пространства с координатами x, y, z, ct . Четырехкомпонентный спинор (2.52) можно записать в виде столбца

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} = \Psi_L + \Psi_R = \begin{pmatrix} o_A \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \iota_{\dot{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} o_A \\ \iota_{\dot{B}} \end{pmatrix}, \quad (2.53)$$

где o_A и $\iota_{\dot{B}}$ - двухкомпонентные спиноры

$$\Psi_L = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} = o_A, \quad \Psi_R = \begin{pmatrix} \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} = \iota_{\dot{B}}, \quad (2.54)$$

с правым Ψ_R и левым Ψ_L вращением. Используя (2.54), можно записать уравнения Дирака (2.47) в виде пары уравнений для двухкомпонентных спиноров o_A и $\iota_{\dot{B}}$

$$\gamma^n \hat{p}_n o_A - imc o_A = 0, \quad n = 0, 1, 2, 3, \quad A, \dot{B} \dots = 0, \dot{1}, \quad (2.55)$$

$$\gamma^n \hat{p}_n \iota_{\dot{B}} - imc \iota_{\dot{B}} = 0, \quad (2.56)$$

при этом спинор $\iota_{\dot{B}}$ преобразуется по $D(1/2, 0)$ неприводимому представлению группы $SL(2, C)$, а спинор o_A по $D(0, 1/2)$ представлению этой же группы. Поскольку матрицы o_A и $\iota_{\dot{B}}$ эрмитовы, то

$$\bar{o}_\alpha = o_{\dot{\alpha}}, \quad \bar{\iota}_\alpha = \iota_{\dot{\alpha}}. \quad (2.57)$$

В ковариантном виде 4D матрицы Паули (2.50) записываются как [10-12]

$$\sigma_i^{A\dot{B}}, \quad (2.58)$$

где координатный индекс i пробегает значения $0, 1, 2, 3$, а спинорные индексы A, \dot{B} пробегают значения $0, 1$ и $\dot{0}, \dot{1}$ соответственно.

Спинорные матрицы σ_{AB}^i и γ^k , образующие спинорную систему отсчета (определение Р. Пенроуза), представляют собой изотропные вектора, лежащие на световом конусе. Для связи двухкомпонентных спиноров $l^\beta, o^\beta, \alpha, \beta \dots = 0, 1$ с неголономной тетрадой e_b^k вводится комплексная световая тетрада $z^i_a = (l_a, n_a, m_a, \bar{m}_a)$, две компоненты которой l_a и n_a действительные изотропные вектора и две компоненты m_a и \bar{m}_a комплексные вектора, при этом $\bar{m}_a = \overline{m_a}$. Вектора l_a, n_a, m_a, \bar{m}_a комплексной световой тетрады связаны векторами вещественной тетрады e_b^k и со двухкомпонентными спинорами l^β, o^β соотношениями [61, 62]

$$e^k_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(l^k + n^k) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_{\alpha\beta}^i(o^\alpha\bar{o}^\beta + l^\alpha\bar{l}^\beta), \quad (2.59)$$

$$e^k_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(m^k + \bar{m}^k) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_{\alpha\beta}^i(o^\alpha\bar{l}^\beta + l^\alpha\bar{o}^\beta), \quad (2.60)$$

$$e^k_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(m^k - \bar{m}^k) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_{\alpha\beta}^i(o^\alpha\bar{l}^\beta - l^\alpha\bar{o}^\beta), \quad (2.61)$$

$$e^k_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(l^k - n^k) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_{\alpha\beta}^i(o^\alpha\bar{o}^\beta - l^\alpha\bar{l}^\beta), \quad (2.62)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad \alpha, \gamma, \dots = 0, 1, \quad \beta, \mu, \dots = \dot{0}, \dot{1}.$$

Из (2.59) следует

$$l^a = \sigma_{\alpha\beta}^a o^\alpha \bar{o}^\beta, \quad n^a = \sigma_{\alpha\beta}^a l^\alpha \bar{l}^\beta, \quad a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3, \quad (2.63)$$

что позволяет интерпретировать спиноры o^β (l^β) как «корень квадратный» из вектора l^a (n^a). В (2.63) спинорные матрицы $\sigma_{\alpha\beta}^a$ удовлетворяют условиям ортогональности

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\beta}^a \sigma_b^{\alpha\beta} &= \delta_b^a, \\ \sigma_{\alpha\beta}^a \sigma_a^{\rho\mu} &= \delta_\alpha^\rho \delta_\beta^\mu. \end{aligned}$$

Спинорная система отсчета описывает мир с точки зрения наблюдателя, находящегося на световом конусе, поскольку записана в спинорном базисе. Она конформно инвариантна, что позволяет рассматривать бесконечно удаленную точку пространства наравне с конечными. Пространство событий наблюдателя, который движется со скоростью света, содержит траектории движения, находящиеся на поверхности светового конуса. Изотропные направления будущего образуют на световом конусе пространство, сечение которого гиперплоскостью $T = 1$ представляют собой абстрактную сферу S^+ , описываемую уравнением

$$T = x^2 + y^2 + z^2 = 1. \quad (2.64)$$

Сферу S^+ можно рассматривать как *риманову сферу (или сферу Блоха)* плоскости Агранда-Бесселя Гаусса [63]. Расширенная риманова сфера (сфера, включающая северный и южный полюса) в трехмерном пространстве x, y, z является представлением комплексных чисел, *включающим конформную бесконечность* (конформная бесконечность Пенроуза). Известно, что на комплексной плоскости Агранда $z = x + iy$ все допустимые преобразования (преобразования Мебиуса) заданы дробно-линейными преобразованиями вида

$$f(z) = \frac{az + b}{cz + d}, \quad (2.65)$$

где a, b, c, d – комплексные числа, причем $ad - bc \neq 0$ и множество комплексных чисел включает бесконечно удаленную точку. Преобразования Мебиуса (2.65) представляют собой композицию: трансляций $f_1(z) = z + d/c$, инверсий $f_2(z) = 1/z$, вращений $f_3(z) = \left[-\frac{(ad-bc)}{c^2} \right] z$ и растяжений $f_4(z) = z + a/c$ или

$$f(z) = f_4 \left(f_3 \left(f_2 \left(f_1(z) \right) \right) \right). \quad (2.66)$$

Преобразование инверсии $f_2(z) = 1/z$ плоскости Агранда $z = x + iy$ позволяют вернуть плоскость $z = x + iy$ «наизнанку», при этом получается плоскость Агранда $w = u + iv$, на которой прямые плоскости $z = x + iy$ выглядят как окружности. Удивительным фактом на плоскости Агранда является возможность деления на ноль. Действительно, при обратной инверсии $w = 1/z$ точке $z = 0$ соответствует бесконечность ∞_w плоскости $w = u + iv$ и наоборот. Такое соответствие мы будем обозначать как $0_z \leftrightarrow \infty_w$. Это означает, что на аграндовой плоскости бесконечность ∞_w можно рассматривается как «изнанка» нуля 0_z , нуль 0_w как «изнанку» бесконечности ∞_z , а саму бесконечность наравне с обычной конечной точкой. Для того, чтобы добавить точки $\eta = 0_w$, $\zeta = \infty_z$, $\eta = \infty_w$ плоскости Агранда при ее стереографической проекции на сферу Пенроуза-Римана, вводятся спинорные (проективные) комплексные координаты ξ, η (не равные нулю одновременно), связанные с ζ как

$$\zeta = \frac{\xi}{\eta}. \quad (2.67)$$

Четырехмерные координаты сферы S^+ Пенроуза-Римана теперь записываются как

$$T = 1, \quad x = \frac{\zeta + \bar{\zeta}}{\zeta\bar{\zeta} + 1}, \quad y = \frac{\zeta - \bar{\zeta}}{i(\zeta\bar{\zeta} + 1)}, \quad z = \frac{\zeta\bar{\zeta} - 1}{\zeta\bar{\zeta} + 1}. \quad (2.68)$$

Используя (5.12), перепишем эти соотношения в спинорных координатах в виде

$$T = 1, \quad x = \frac{\xi\bar{\eta} + \eta\bar{\xi}}{\xi\bar{\xi} + \eta\bar{\eta}}, \quad y = \frac{\xi\bar{\eta} - \eta\bar{\xi}}{i(\xi\bar{\xi} + \eta\bar{\eta})}, \quad z = \frac{\xi\bar{\xi} - \eta\bar{\eta}}{\xi\bar{\xi} + \eta\bar{\eta}}. \quad (2.69)$$

.Спинорные координаты произвольной точки в четырехмерном пространстве мы получаем после умножения (2.69) на $(\xi\bar{\xi} + \eta\bar{\eta})/\sqrt{2}$

$$T = \frac{\xi\bar{\xi} + \eta\bar{\eta}}{\sqrt{2}}, \quad X = \frac{\xi\bar{\eta} + \eta\bar{\xi}}{\sqrt{2}}, \quad Y = \frac{\xi\bar{\eta} - \eta\bar{\xi}}{i\sqrt{2}}, \quad Z = \frac{\xi\bar{\xi} - \eta\bar{\eta}}{\sqrt{2}}. \quad (2.70)$$

Пусть мы имеем произвольный вектор X_i ($i = 0,1,2,3$) с локальными индексами

$$X_a = X_i e^i_a, \quad a = 0,1,2,3. \quad (2.71)$$

Здесь e^a_i – 4^x мерная система отсчета, представленная в виде тетрады, у которой $i = 0,1,2,3$ – координатные индексы и $a = 0,1,2,3$ – локальные (внутренние) индексы и которая удовлетворяет условиям нормировки

$$e^j_a e^a_i = \delta^j_i, \quad e^i_a e^b_i = \delta_a^b, \quad (2.72)$$

Используя (2.72), можно разложить 4D вектор X_i по базису e^a_i как

$$X_i = X_a e_i^a = X_0 e_i^{(0)} + X_1 e_i^{(1)} + X_2 e_i^{(2)} + X_3 e_i^{(3)},$$

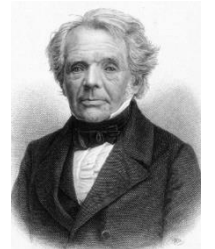
где локальные (внутренние) координаты вектора X_a , записанные через спинорные координаты (пару комплексных чисел ξ, η) имеют вид

$$X_0 = \frac{\xi\bar{\xi} + \eta\bar{\eta}}{\sqrt{2}}, \quad X_1 = \frac{\xi\bar{\eta} + \eta\bar{\xi}}{\sqrt{2}}, \quad X_2 = \frac{\xi\bar{\eta} - \eta\bar{\xi}}{i\sqrt{2}}, \quad X_3 = \frac{\xi\bar{\xi} - \eta\bar{\eta}}{\sqrt{2}}. \quad (2.73)$$

Задание (2.73) локальных (внутренних) координат вектора X_i через спиноры ξ, η означает, что пространство событий спиноров комплексно, расслоено и представляет собой базу с координатами x, y, z, ct , в каждой точке X_i которого определено внутреннее пространство спиноров ξ, η (слой). Поскольку спин связан с вращением элементарных частиц в пространственных углах $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, то 4D обобщение спина – спинор описывает вращение в 6 углах $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$, где $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ – три пространственно-временных угла. Как известно, вращение в углах $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ связано с физикой поступательного ускорения начала ускоренной системы отсчета [10-12].

Таким образом, для более последовательного описания спинурующих физических объектов уравнением Паули (2.45) и уравнением Дирака (2.48) необходимо изменить наши представления о пространстве событий, лежащем в основе квантовой теории. Из проведенного краткого анализа следует, что пространство должно быть 10ти мерным и расслоенным, при этом 4 голономных трансляционных координаты x, y, z, ct , образуют его базу, а 6 неголономных (безразмерных) вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ образуют слой.

На множестве вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ действует комплексная группа Мебиуса $M(2, C)$, которая может быть представлена как матричная группа унимодулярной специальной линейной группы $SL(2, C)$ [64]. Группа Мебиуса изоморфна группе $SL(2, C)$



Август Мёбиус

$$M(2, C) = \frac{SL(2, C)}{\{\pm I\}}, \quad (2.74)$$

где

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.75)$$

Соотношения (2.74) и (2.75) формально отображают тот факт, что группу $SL(2, C)$ можно рассматривать как двулистное накрытие группы $M(2, C)$. В терминах однородных координат можно выразить $w = f(z)$ матричным уравнением

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix},$$

при этом выполняется условие нормировки $ad - bc = 1$ и $f(z) = -f(z)$.

2.4. Квантовая механика Такабаяши-Маделунга

Движению электрона (спин $s = \hbar/2$) во внешнем электромагнитном поле описывается уравнением Дирака

$$\left[\gamma^n \left(\hat{p}_n - \frac{e}{c} A_n \right) - imc \right] \Psi = 0, \quad \hat{p}_n = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_n}, \quad (2.76)$$

Где e - заряд электрона, m - его масса, A_n - 4D потенциал электромагнитного поля, c - скорость света. Через Ψ функцию (2.53) определяется плотность вероятности

$$\rho_W = \Psi^+\Psi, \quad (2.77)$$

при этом плотность заряда ρ_e и массы ρ_m записываются в виде

$$\rho_e = e\Psi^+\Psi, \quad \rho_m = m\Psi^+\Psi, \quad (2.78)$$

Теперь скорость центра масс квантового электрона, определяемая как

$$\vec{v} = \frac{\vec{j}}{\rho_W} = -\frac{i\hbar}{2m\rho_W} [\Psi^+(\vec{\nabla}\Psi) - \Psi(\vec{\nabla}\Psi^+)] - \frac{e}{mc}\vec{A} + \frac{\hbar}{2m\rho_W} \text{rot}(\Psi^+\vec{\sigma}\Psi), \quad (2.79)$$

где

$$\vec{j} = -\frac{i\hbar}{2m} [\Psi^+(\vec{\nabla}\Psi) - \Psi(\vec{\nabla}\Psi^+)] - \frac{e}{mc}\vec{A}(\Psi^+\Psi) + \frac{\hbar}{2m} \text{rot}(\Psi^+\vec{\sigma}\Psi) \quad (2.80)$$

- вектор 3D тока. В нерелятивистском приближении слабых полей уравнение Дирака (2.76) переходит в уравнение Паули (2.45).

Используя процедуру Маделунга, Т. Такабаяши представил уравнение Паули (2.45) в виде системы двух уравнений следующего вида [65-69]

$$\rho_W \frac{dv_\alpha}{dt} = \frac{\rho_W}{m} \left\{ e\vec{E} + \frac{e}{c} [\vec{v}\vec{H}] \right\}_\alpha + \frac{\rho_W e}{m^2 c} S_\beta \partial_\alpha H_\beta + \partial_\beta T_{\alpha\beta}, \quad (2.81)$$

$$\rho_W \frac{dS_\alpha}{dt} = \rho_W \frac{e}{mc} [\vec{S}\vec{H}]_\alpha + \partial_\alpha T^{(S)}_{\alpha\beta}, \quad \alpha, \beta, \gamma \dots = 1, 2, 3, \quad (2.82)$$

где $\rho_W = \Psi^+\Psi$ - плотность вероятности,

$$\vec{S} = \frac{\Psi^+\hat{S}\Psi}{\Psi^+\Psi} = \frac{\hbar}{2} \frac{\Psi^+\vec{\sigma}\Psi}{\Psi^+\Psi} \quad (2.83)$$

- вектор спина частицы и

$$T_{\alpha\beta} = \left(\frac{\hbar}{2m} \right)^2 \left\{ \left(\frac{\partial^2 \rho_W}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} - \frac{1}{\rho_W} \frac{\partial \rho_W}{\partial x_\alpha} \frac{\partial \rho_W}{\partial x_\beta} \right) - 4 \rho_W \frac{\partial S_\gamma}{\partial x_\alpha} \frac{\partial S^\gamma}{\partial x_\beta} \right\}, \quad (2.84)$$

$$T^{(S)}_{\alpha\beta} = - \left(\frac{\hbar}{m} \right)^2 \left\{ \rho_W \frac{\partial S_\gamma}{\partial x_\alpha} \frac{\partial S^\gamma}{\partial x_\beta} \right\} \quad (2.85)$$

- потенциальные энергии вакуумных полей (вакуумных флуктуаций). Эти энергии не входят в гамильтониан уравнения Дирака и появляются в уравнениях (2.81), (2.82) в результате применения процедуры Маделунга к уравнению Дирака.

Следует отметить, что при отсутствии полей \vec{E} и \vec{H} в уравнениях (2.81), (2.82) центр масс и спин частицы испытывают действие со стороны тензорной вакуумной энергии (2.84), принуждая их к постоянному движению. Этот факт заставляет нас отказаться от инерциальной системы отсчета как основополагающего понятия при построении более совершенной квантовой теории поля (догадка А. Эйнштейна).

Если умножить уравнения (2.81) справа и слева на массу частицы m , то первый член в правой части представляет собой силу Лоренца, второй силу Штерна-Герлаха [70], а третий – вакуумную силу, под действием которой частица находится в постоянном ускоренном движении.

Забегая вперед, представим здесь уравнения ковариантного переноса спинорного базиса в геометрии абсолютного параллелизма с калибровочной группой $SL(2, C)$ [10-12]

$$\partial_{A\dot{B}}\sigma^i{}_{C\dot{D}} = (T_{A\dot{B}})_C{}^P \sigma^i{}_{P\dot{D}} + \sigma^i{}_{C\dot{R}}(T^+{}_{\dot{B}A})^{\dot{R}}{}_{\dot{D}} \quad , \quad (2.86)$$

здесь $T_{A\dot{B}}$ – коэффициенты Фока-Иваненко [71], записанные через матрицы Кармели. В неголономном координатном базисе e_b^k эти величины известны как коэффициенты вращения Риччи, совпадающие с тензором конторсии геометрии $A_4(6)$, определяемые физически как поле инерции (торсионное поле).

3. Решение второй проблемы Эйнштейна. Квантовая механика и неголономность

После того, как в 1972 г. была написана диссертация «Общерелятивистская нелинейная электродинамика с тензорным потенциалом» и опубликована в виде статьи [55], автор сосредоточился на решении второй проблемы Эйнштейна, которая предполагала геометризацию тензора энергии-импульса в уравнениях Эйнштейна

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ik}, \quad i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3. \quad (3.1)$$

Здесь T_{ik} - тензор энергии-импульса материи, который имеет, вообще говоря, не геометрическую природу. По этой причине уравнения (3.1) являются, по мнению Эйнштейна, временным выходом из положения и в будущем должны быть заменены уравнениями, в которых тензор энергии-импульса материи T_{ik} должен быть геометризован. А. Эйнштейн особенно отмечал, что чисто геометрическое описание гравитационных полей дается вакуумными уравнениями Эйнштейна

$$R_{jm} = R^i{}_{jim} = 0 \quad (3.2)$$

и только эти уравнения «представляют собой единственно рационально обоснованный случай теории поля, который может претендовать на строгость...[72]». А пока в уравнениях (3.1) правая и левая части никак не связаны между собой. Действительно запишем уравнения (3.1) в виде

$$a \left(R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R \right) = bT_{ik}, \quad (3.3)$$

где $a \neq 0, b \neq 0$. Пусть теперь кривизна пространства в левой части уравнений (3.3) равна нулю, тогда, при условии, что $b \neq 0$ равенство (3.3) выполняется, только если $T_{ik} = 0$. Отсюда следует два вывода: 1) теория гравитации Эйнштейна с уравнениями (3.1) непротиворечива только вне источников, где $T_{ik} = 0$; 2) в случае не геометрической природы тензора T_{ik} правая и левая части уравнений (3.1) никак не связаны друг с другом.

Действительно, пусть в качестве тензора T_{ik} выступает тензор энергии-импульса электромагнитного поля

$$T_{ik} = \frac{1}{4\pi} \left(F_{in} F^n{}_k + \frac{1}{4} \delta_{ik} F_{nm} F^{nm} \right). \quad (3.4)$$

Как известно, этот тензор отличен от нуля в плоском пространстве. В плоском пространстве левая часть уравнений (3.1) обращается в нуль, и мы имеем

$$0 = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik} = \frac{2}{c^4} \left(F_{in} F^n{}_k + \frac{1}{4} \delta_{ik} F_{nm} F^{nm} \right),$$

что логически противоречиво и имеет место только в отсутствии электромагнитных полей. Вот что пишет А. Эйнштейн о возникшем противоречии: «Правая часть включает в себя то, что не может пока объединено в единой теории поля. Конечно, я не одной минуты не сомневался в том, что такая формулировка есть только временный выход из положения, предпринятой с целью дать общему принципу относительности какое-то замкнутое выражение. Эта формулировка была ведь по существу не более чем теорией поля тяготения, несколько искусственно оторванной от единого поля пока еще неизвестной природы» [73].

Здесь я не могу не повторить пророческие слова А. Эйнштейна, в которых он связывает поле «пока еще неизвестной природы» с квантовой теорией:

«Еще одно последнее замечание: мои усилия пополнить общую теорию относительности путем обобщения уравнений гравитации были предприняты отчасти в связи с предположением о том, что, по-видимому, разумная общая релятивистская теория поля, возможно, могла бы дать ключ к более совершенной квантовой теории [46].»

Вооруженный этими идеями А. Эйнштейна, автор разработал в работах [7-9] теорию гравитации, в которой тензор энергии-импульса T_{ik} был геометризован и обобщенные уравнения теории гравитации Эйнштейна приняли вид

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \nu T_{ik}, \quad (3.5)$$

где ν – множитель, значение которого находится в результате процедуры решения, а тензор энергии-импульса материи

$$T_{jm} = -\frac{2}{\nu} \left\{ (\nabla_{[i} T_{j|m]}^i + T_{s[i}^i T_{j|m]}^s) - \frac{1}{2} g_{jm} g^{pn} (\nabla_{[i} T_{p|n]}^i + T_{s[i}^i T_{p|n]}^s) \right\} \quad (3.6)$$

порожден тензором кривизны

$$T^i{}_{jk} = -\Omega^i{}_{jk} + g^{im} (g_{js} \Omega^s{}_{mk} + g_{ks} \Omega^s{}_{mj}) \quad (3.7)$$

пространства абсолютного параллелизма $A_4(6)$. Величина $T^i{}_{jk}$ – тензор относительно голономных координатных преобразований $x^i = x^i(x, y, z, ct)$ и физически интерпретируется как *поле инерции* [7-9]. Это поле представляет собой третье фундаментальное физическое поле, данное нам в повседневных ощущениях и именно о нем говорит пророк А. Эйнштейн в работах [7-9]. Тензор (3.7) в свою очередь определяется через кручение $-\Omega^i{}_{jk} = T^i{}_{[jk]}$ геометрии $A_4(6)$, которое носит название объекта неголономности [24], поскольку обеспечивает неголономную связь

$$d\chi^a{}_b = T^a{}_{bk} dx^k \quad (3.8)$$

между голономными дифференциалами 4х координат $x^i = x^i(x, y, z, ct)$ внешнего пространства dx^k ($i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3$) и дифференциалами $d\chi^a_b$, ($a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3$) бти неголономных вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$, образующих вращательную метрику

$$d\tau^2 = d\chi^a_b d\chi^b_a = T^a_{bk} T^b_{an} dx^k dx^n. \quad (3.9)$$

Из определения объекта неголономности

$$\Omega^i_{jk} = e^i_a e^a_{[k,j]} = -\frac{1}{2} e^i_a (e^a_{j,k} - e^a_{k,j}) = -T^i_{[jk]} \neq 0, \quad \omega_k = \frac{\partial}{\partial x^k}, \quad (3.10)$$

которое указывает на вращение векторов базиса e^i_a при переходе от точки к точке в пространстве $A_4(6)$, следует первое структурное уравнение Картана геометрии $A_4(6)$ [10-12]

$$\nabla_{[k} e^a_{j]} + T^i_{[k j]} e^a_i = 0. \quad (3.11)$$

Здесь ∇_k – ковариантная производная относительно символов Кристоффеля (напряженностей гравитационного поля)

$$\Gamma^i_{jk} = g^{im} (g_{jm,k} + g_{km,j} - g_{jk,m}) / 2. \quad (3.12)$$

потенциалам которого является метрический тензор g_{ik} , определяющий трансляционную метрику

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta, \quad g_{\alpha\beta} = \eta_{AB} e^A_\alpha e^B_\beta, \quad \eta_{AB} = \eta^{AB} = \text{diag}(1, 1, 1, 1) \quad (3.13)$$

Кроме 10 уравнений (3.5) в новой теории гравитационного поля существует дополнительно 10 уравнений для тензора Вейля C^i_{jkm}

$$C^i_{jkm} + 2\nabla_{[k} T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k} T^s_{|j|m]} = -\nu J^i_{jkm}, \quad (3.14)$$

где тензор тока материи

$$J_{ijkm} = 2g_{[k(i} T_{j)m]} - \frac{1}{3} T g_{i[m} g_{k]j}, \quad (3.15)$$

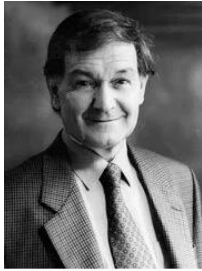
определяется, как мы видим, через тензор материи (3.7), т.е. через тензор конторсии (3.7) торсионное поле – поле инерции.

Создание специальной теории относительности, в основе которой лежит эксперимент Майкельсона-Морли, вынудили А. Эйнштейна в 1905 г. отказываться от понятия эфира, широко обсуждаемого в то время физиками. Но уже в 1920 г. А. Эйнштейн публикует статью «Эфир и теория относительности» [74], в которой он вновь возвращается к эфиру, но на новом уровне. В теории гравитации Эйнштейна эфир является нам как «пустое» но, искривленное пространство-время, структура которого удовлетворяет вакуумным уравнениям Эйнштейна (3.2). Физический Вакуум в теории гравитации Эйнштейна это искривленное пространство-время, обладающее упругими свойствами. Уравнения вакуума (3.2) не содержат никаких констант (так же, как уравнение Пуассона $\Delta\varphi = 0$ вне источников поля в теории Ньютона). Точно также, уравнения (3.5) не содержат первоначально никаких физических констант, поэтому их необходимо рассматривать как вакуумные уравнения, но с отличной от нуля правой частью. Это означает, что при рождении частиц из

вакуума возникают не только внешние фундаментальные поля (гравитационное и электромагнитное), но и внутреннее фундаментальное поле источников внешних полей – поле инерции (торсионное поле).

3.1. Соответствие с теорией гравитации Эйнштейна.

Новая теория гравитации качественно отлична от теории гравитации Эйнштейна из-за присутствия в ней: 1) расслоенного пространства абсолютного параллелизма $A_4(6)$; 2) вращательной метрики (3.9) и, соответственно, вращательной относительности; 2) объекта неголономности (3.10), т.е. кручения пространства $A_4(6)$; 3) чисто геометрического тензора энергии-импульса материи (3.6), определяемого через третье фундаментальное физическое поле (3.7) – поле инерции; 4) системы уравнений (A), (B.1), (B.2), которые, в общем случае, содержат 44 независимых уравнения (уравнений Эйнштейна всего 10), относительно 20 компонент тензора Римана R^i_{jkt} и 24 компонент кручения Ω^i_{jk} .



Роджер Пенроуз

Поэтому, уравнения новой теории гравитации не переходят в уравнения Эйнштейна (3.1), если положить в уравнениях (A), (B.1), (B.2) кручения $\Omega^i_{jk} = 0$.

Важно отметить, что для получения решений уравнений (A), (B.1), (B.2) можно использовать метод спиновых коэффициентов Ньюмена-Пенроуза (НП-формализм) [75] или метод спиновых внешних форм Дебнея-Керра-Шильда [76]. В некоторых случаях удобно пользоваться методом (I+3) расщепления Райчаудури-Вайдя-Хокинга-Эллиса [76-80].

Примером решения уравнений (A), (B.1), (B.2), является обобщенное решение Вайдя [81], имеющее в обозначениях работы [75] следующий вид [11]:

1. Используемые координаты: $x^0 = u$, $x^1 = r$, $x^2 = \theta$, $x^3 = \varphi$
2. Для компонент комплексной световой тетрады (или обобщенных матриц Паули):
 $\sigma^i_{00} = (0, 1, 0, 0)$, $\sigma^i_{11} = (1, U, 0, 0)$, $\sigma^i_{01} = \rho(0, 0, P, iP)$, $\sigma^i_{10} = \bar{\sigma}^i_{01}$,
 $\sigma_i^{00} = (1, 0, 0, 0)$, $\sigma_i^{11} = (-U, 1, 0, 0)$, $\sigma_i^{01} = -\frac{1}{2\rho P}(0, 0, 1, i)$, $\sigma_i^{10} = \bar{\sigma}_i^{01}$, (3.16)

где

$$U(u) = -\varepsilon^0 + 2\Psi^0(u)/r, \quad P = (2)^{-1/2}(1 + \zeta\bar{\zeta}/4), \quad \zeta = x^2 + ix^3, \\ \varepsilon^0 = \pm 1/2, \quad \varepsilon^0 = 0, \quad \Psi_2 = \Psi^0(u) \neq const - \text{переменная функция источника внешнего гравитационного поля.}$$

3. Для спинорных компонент поля инерции T^i_{jk} :

$$\rho = -1/r, \alpha = -\bar{\beta} = \alpha^0/r, \gamma = \rho^2\Psi^0(u)/2, \\ \mu = -1/2r + \Psi^0(u)/r^2, \quad \alpha^0 = \zeta/4. \quad (3.17)$$

4. Для спинорных компонент тензора Римана:

$$\Psi_2 = -\Psi^0(u)/r^3 \neq const, \quad \Phi_{22} = -\Psi^0(u)/r^2 = -\frac{\partial\Psi^0}{\partial u} \frac{1}{r^2}. \quad (3.18)$$

Учитывая спинорные матрицы (3.16), находим трансляционную метрику решения (при выборе $\varepsilon^0 = 1/2$ (брадион)) в виде

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\Psi^0(t)}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\Psi^0(t)}{r}\right)^{-1} dr - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (3.19)$$

Используя решение (3.16)-(3.8), находим явный вид тензора энергии-импульса (3.6)

$$T_{ik} = -\frac{1}{v} [\dot{\Psi}^0 r^2 (\rho \bar{\rho})^2] l_i l_k, \quad l_k l^k = 0. \quad (3.20)$$

Из определения $T_{ik} = \rho c^2 l_i l_k$, находим плотность материи найденного решения

$$\rho = -2\dot{\Psi}^0(u)/vc^2 r^2, \quad \dot{\Psi}^0(u) < 0. \quad (3.21)$$

Итак, получив решение (3.16)-(3.18), мы рассчитали конкретный вид тензора энергии-импульса материи (3.6), который порождает это решение.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда функция источника в пределе стремится к постоянному значению. Это нужно нам для того, чтобы сравнить метрику (3.19) с известным решением уравнений Эйнштейна – с метрикой Шварцшильда [37]

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2\varphi_N}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\varphi_N}{c^2}\right)^{-1} dr - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (3.22)$$

Для этого введем безразмерный параметр

$$\varsigma = \frac{\pi r^2}{2\Psi^0} |\dot{\Psi}^0(u)|,$$

который при $\Psi^0(u) \rightarrow \Psi^0 = \text{const}$ стремится к нулю. В результате получим [11]

$$\rho = \frac{8\pi\Psi^0}{vc^2} \frac{1}{2\pi r^2} \lim_{\varsigma \rightarrow 0} \frac{\varsigma}{(r^2 + \varsigma^2)} = \frac{8\pi\Psi^0}{vc^2} \frac{1}{2\pi r^2} \delta(r) = \frac{8\pi\Psi^0}{vc^2} \delta(\vec{r}), \quad (3.23)$$

где $\delta(\vec{r})$ – трехмерная функция Дирака. Метрики (3.19) и (3.22) совпадают, если выполняются равенства

$$\varphi_N = -MG/r, \quad M = \frac{8\pi\Psi^0}{vc^2}, \quad v = \frac{8\pi G}{c^4} \quad (3.24)$$

и полностью геометризованные уравнения (3.5) принимают вид

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} M c^2 \delta(\vec{r}) l_i l_k, \quad l_k l^k = 0. \quad (3.25)$$

Иными словами, соответствие уравнений (3.5) уравнениям Эйнштейна с отличной от нуля правой частью имеет место *только для стационарного точечного источника*. Как и должно быть, решение (3.22) было найдено в области пространства, где выполняются вакуумные уравнения Эйнштейна $R_{jm} = 0$.

Запишем уравнения движения теории гравитации Эйнштейна (1.41) в виде

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} = -\Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds}, \quad i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3. \quad (3.26)$$

Эти уравнения описывают движение пробной массы m во внешнем гравитационном поле, которая помещена в начало O ускоренной системы отсчета. В новой теории гравитационного поля уравнения (3.26) обобщаются, принимая вид

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} = -\Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} - T^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} . \quad (3.27)$$

Дополнительная сила

$$-mT^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} \quad (3.28)$$

в уравнениях (3.27) порождена, как мы видим, полем инерции T^i_{jk} , создающим в ускоренной системе отсчета силы инерции. Существует несколько способов получить уравнения движения (3.27):

Способ 1. Задаем параллельный перенос единичного вектора скорости $u^i = dx^i/ds$ относительно связности пространства абсолютного параллелизма $A_4(6)$

$$\Delta^i_{jk} = \Gamma^i_{jk} + T^i_{jk} = e^i_a e^a_{j,k} , \quad (3.29)$$

а именно

$$\frac{D^* u^i}{ds} = \frac{du^i}{ds} + \Gamma^i_{jk} u^j u^k + T^i_{jk} u^j u^k = 0 . \quad (3.30)$$

Здесь D^* - ковариантная производная относительно связности (3.29).

Способ 2. Используя обобщенные уравнения Лагранжа (1.9), вариационный принцип (1.37) и функцию Лагранжа вида (1.38). В результате получим следующие уравнения [11]

$$\frac{du^i}{ds} + \Gamma^i_{jk} u^j u^k + 2g^{im} \Omega_{m(jk)} u^j u^k = 0 . \quad (3.31)$$

Третий член в левой части уравнений (3.31) представляет собой симметричную по нижним индексам часть поля инерции (3.7), т.е. $T^i_{(jk)}$. Добавляя в левую часть (3.31) равную нулю сверку с $u^j u^k$ с антисимметричной частью $T^i_{[jk]} u^j u^k = 0$, получим из (3.31) уравнения (3.30).

Способ 3. Из определения связности геометрии $A_4(6)$ следуют уравнения движения неголомомной тетрады [11]

$$\frac{de^i_a}{ds} + \Gamma^i_{jk} e^j_a \frac{dx^k}{ds} + T^i_{jk} e^j_a \frac{dx^k}{ds} = 0. \quad (3.32)$$

Эти уравнения можно рассматривать как *релятивистское обобщение 3D уравнений Эйлера*, записанных в 4D вращающейся системе отсчета, связанной с твердым телом, размеры которого устремлены к нулю (4D ориентируемая материальная точка). Они распадаются на следующую систему уравнений

$$\frac{de^i_0}{ds} + \Gamma^i_{jk} e^j_0 \frac{dx^k}{ds} + T^i_{jk} e^j_0 \frac{dx^k}{ds} = 0, \quad (3.33)$$

$$\frac{de^i_A}{ds} + \Gamma^i_{jk} e^j_A \frac{dx^k}{ds} + T^i_{jk} e^j_A \frac{dx^k}{ds} = 0, \quad (3.34)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad A, B, C \dots = 1, 2, 3.$$

Выбирая вектор $e^i_0 = u^i = dx^i/ds$ касательным к траектории движения, получаем из (3.33) поступательные уравнения движения центра масс (3.30). Трехмерная часть уравнений (3.33) по локальным индексам описывает вращение в псевдоевклидовых углах $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, а уравнения (3.34) и описывают вращение 4D ориентируемой точки в пространственных углах $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$.

Способ 4. Уравнения движения (3.30) можно получить как следствие уравнений поля (3.5). Действительно, в геометрии $A_4(6)$ тензор Римана R^i_{jkm} удовлетворяет следующим тождествам [11]

$$S^i_{jkm} = R^i_{jkm} + 2\nabla_{[k} T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k} T^s_{|j|m]} = R^i_{jkm} + P^i_{jkm} = 0, \quad (3.35)$$

$$R^{\dots i}_{[jkm]} = 2\nabla^*_{[j} \Omega^{\dots i}_{km]} + 4\Omega^{\dots n}_{[jk} \Omega^{\dots i}_{m]n} = 0, \quad (3.36)$$

$$\nabla_{[p} R^i_{jk]m} = 0, \quad \nabla^*_{[p} P^i_{jk]m} = 0. \quad (3.37)$$

Здесь ковариантная производная ∇_k берется относительно символов Кристоффеля Γ^i_{jk} , а ∇^*_p относительно связности абсолютного параллелизма $\Delta^i_{jk} = \Gamma^i_{jk} + T^i_{jk}$. Из соотношения (3.35) следует $R^i_{jkm} = -P^i_{jkm}$, что позволяют написать тождества Бианки (3.37) как $\nabla^*_{[p} R^i_{jk]m} = 0$ и получить закон сохранения тензора энергии-импульса материи (3.6) в виде

$$\nabla^*_i \left(R^{ik} - \frac{1}{2} g^{ik} R \right) = \nu \nabla^*_i T^{ik} = 0, \quad (3.38)$$

или

$$\nabla^*_i T^{ik} = 0. \quad (3.39)$$

Подставляя сюда тензор энергии-импульса $T^{ik} = \rho c^2 u^i u^k$, $u^k u_k = 1$, получаем

$$\nabla^*_i T^{ik} = \nabla^*_i (\rho c^2 u^i u^k) = 0. \quad (3.40)$$

Поскольку в геометрии $A_4(6)$ имеем $\nabla^*_i g^{ik} = 0$ [11] и в силу требования условия несжимаемости $\nabla^*_i \rho = 0$ для «идеальной жидкости», то уравнения (3.40) распадаются на:

1) геометризованное уравнение непрерывности

$$\nabla^*_i (\rho u^i) = \partial_i (\rho u^i) + \rho u^n \Gamma^j_{nj} + \rho u^n T^j_{nj} = 0; \quad (3.41)$$

2) геометризованные уравнения, подобные гидродинамическим уравнениям Эйлера

$$\rho \frac{D^* u^k}{ds} = \rho \frac{du^k}{ds} + \rho \Gamma^k_{mn} u^m u^n + \rho T^k_{mn} u^m u^n = 0; \quad (3.42)$$

3) геометризованное уравнение для несжимаемой «идеальной жидкости»

$$\nabla^*_i \rho = \partial_i \rho = 0. \quad (3.43)$$

Для плотности точечного источника (3.23) уравнения (3.42) переходят в уравнения движения (3.30).

Уравнения движения (3.30) переходят в уравнения движения теории Эйнштейна (3.26) при условии, что сила инерции (3.28) равна нулю. Введем 4D угловую скорость вращения ориентируемой материальной точки

$$\Omega^i_j = \frac{d\chi^i_j}{ds} = T^i_{jk} \frac{dx^k}{ds} = \frac{De^i_a}{ds} e^a_j \quad (3.44)$$

и запишем уравнения движения (3.30) как

$$m \frac{d^2 x^i}{ds^2} + m \Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} + m \Omega^i_j \frac{dx^j}{ds} = 0. \quad (3.45)$$

Эта запись говорит о том, что уравнения (3.45) переходят в уравнения движения теории гравитации Эйнштейна (3.26) при условии, что $\Omega^i_j = 0$, т.е. вращение ориентируемой материальной точки отсутствует, и она становится просто материальной точкой. При этом риманова метрика пространства $A_4(6)$

$$ds^2 = ds^a ds_a = e^i_a e^a_i dx_i dx^i = \eta_{ab} e^a_j e^b_k dx^j dx^k = g_{jk} dx^j dx^k, \quad (3.46)$$

$$\eta_{ab} = \eta^{ab} = \text{diag}(1 - 1 - 1 - 1).$$

становиться метрикой Минковского (1.68). Этот результат говорит нам о том, что инерциальная система отсчета в этой теории недопустима, причем вместо нее мы можем рассматривать ускоренную квазиинерциальную систему отсчета, определяемую, по аналогии с (1.40), как

$$\left| r_g \Phi^{ik} \frac{dx_k}{ds_0} \right| \ll 1, \quad (3.47)$$

где r_g - гравитационный радиус (характерный параметр теории Эйнштейна), а Φ^{ik} определяется соотношениями (1.51) и (1.49).

Матрица угловой скорости вращения (3.44) в нерелятивистском приближении имеет следующие компоненты [11]

$$\Omega_{ij} = -\Omega_{ji} = \frac{1}{c^2} \begin{pmatrix} 0 & -W_1 & -W_2 & -W_3 \\ W_1 & 0 & -c\omega_3 & c\omega_2 \\ W_2 & c\omega_3 & 0 & -c\omega_1 \\ W_3 & -c\omega_2 & c\omega_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.47)$$

где $\vec{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ - псевдовектор пространственного вращения (вращение в пространственных углах $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$), $\vec{W} = (W_1, W_2, W_3)$ - псевдовектор пространственно-временного вращения (вращение в пространственно-временных углах $\theta_1, \theta_2, \theta_3$) и c - скорость света.

Квазиинерциальная система отсчета определяется выполнением уравнений [11]

$$-m T^i_{(jk)} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0. \quad (3.48)$$

С учетом (3.7), решение уравнений (3.28) имеет вид

$$T_{ijk} = -T_{jik} = T_{jki} = -\Omega_{ijk}. \quad (3.49)$$

Отсюда следует, что если в квазиинерциальной системе отсчета силы инерции равны нулю, само поле инерции T^i_{jk} отлично от нуля, антисимметрично по всем индексам и совпадает (с точностью до знака) с кручением пространства $A_4(6)$. Иными словами, силы инерции равны нулю лабораторной системе отсчета наблюдателя (которая в механике Ньютона считается инерциальной), а поля инерции отличны от нуля и должны наблюдаться в лабораторной системе со времен Ньютона, подобно гравитационному и электромагнитному полям! И это действительно наблюдал Ньютон, вращая ведро с водой. Вот такая диалектика неголономной механики – силы инерции не наблюдаемы, а поля их вызывающие мы можем наблюдать. Используя решение уравнений (3.5) с метрикой (3.22) и принцип Даламбера для уравнений движения (3.45), получим в нерелятивистском 3D приближении либо уравнения движения в свободно падающем лифте Эйнштейна (1.11), либо уравнения движения внутри Спутника на стационарной орбите (1.12). Действительно, используя уравнения (1.25) для описания движения пробной массы m в гравитационном поле массы M , имеем

$$m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} + m \vec{W} + m [\vec{\omega} [\vec{\omega} \vec{r}]] + m [\dot{\vec{\omega}} \vec{r}] = - \frac{\partial U}{\partial \vec{r}} \quad (3.50)$$

или

$$m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = - \frac{\partial U}{\partial \vec{r}} - m \vec{W} - m [\vec{\omega} [\vec{\omega} \vec{r}]] - m [\dot{\vec{\omega}} \vec{r}] \quad (3.51)$$

Отсюда видно, что при $\vec{\omega} = 0$ уравнения совпадают с уравнениями Даламбера (1.11) классической механики, а при $\vec{W} = 0$ с уравнениями (1.25).

3.2. Вакуумная электродинамика. Соответствие с общерелятивистской электродинамикой

Уравнения (3.5), являясь обобщением вакуумных уравнений Эйнштейна $R_{jm} = 0$, одновременно оказываются обобщением вакуумных уравнений общерелятивистской электродинамики. Используя решение (3.16)-(3.18) и проводя процедуру перехода этого решения в стационарное с метрикой [55]

$$ds^2 = \left(1 + k \frac{2\varphi_C}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - k \frac{2\varphi_C}{c^2}\right) (dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (3.52)$$

$$\varphi_C = \mp \frac{Ze}{r}, \quad k = \frac{e}{m}, \quad Z = 1, 2, 3 \dots, \quad (3.53)$$

который отличается от решения Шварцшильда (3.22) тем, что потенциал Ньютона φ_N заменен на $k\varphi_C$. Напомним, что в (3.53) знак $-$ соответствует притяжению между зарядами e и Ze , а знак $+$ отталкиванию. Уравнения поля (3.5) переходят в уравнения общерелятивистской электродинамики (1.89) при условии $\Psi^0(u) \rightarrow \Psi^0 = \text{const}$, но при этом выполняются соотношения (3.52), (3.53)

$$Ze = \frac{8\pi\Psi^0}{vc^2}, \quad v = \frac{8\pi k}{c^4}, \quad \rho = Ze\delta(\vec{r}) \quad (3.54)$$

и полностью геометризированные уравнения (3.5) принимают вид

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \frac{8\pi k}{c^4}T_{ik}, \quad T_{ik} = Ze c^2 \delta(\vec{r})l_i l_k, \quad l_k l^k = 0. \quad (3.55)$$

Здесь тензор Риччи R_{ik} образован сверткой тензора Римана (1.90) по индексам i и k . Итак, формальное соответствие уравнений поля (3.5) уравнениям поля общерелятивистской электродинамики (1.88) имеет место только в случае точечного стационарного заряда с тензором энергии-импульса вида (3.55). Вместо уравнений (3.32) в электродинамике мы имеем

$$\frac{de^i_a}{ds} - \frac{k}{c^2}E^i_{jk}e^j_a \frac{dx^k}{ds} + T^i_{jk}e^j_a \frac{dx^k}{ds} = 0, \quad (3.56)$$

где напряженность сильного электромагнитного поля E^i_{jk} определяется в соответствии с (1.88) и $k = e/m$ - удельный заряд пробной частицы.

Представим уравнения (3.56) в виде

$$\frac{de^i_0}{ds} - \frac{k}{c^2}E^i_{jk}e^j_0 \frac{dx^k}{ds} + T^i_{jk}e^j_0 \frac{dx^k}{ds} = 0, \quad (3.57)$$

$$\frac{de^i_A}{ds} - \frac{k}{c^2}E^i_{jk}e^j_A \frac{dx^k}{ds} + T^i_{jk}e^j_A \frac{dx^k}{ds} = 0, \quad (3.58)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad A, B, C \dots = 1, 2, 3.$$

Из (3.57) следуют уравнения движения начала O ускоренной системы отсчета

$$\frac{d^2x^i}{ds^2} - \frac{k}{c^2}E^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} + \Omega^i_j \frac{dx^j}{ds} = 0, \quad (3.59)$$

где Ω^i_j - 4D угловая скорость вращения неголономной тетрады (3.44), связанной с зарядом, а последний член в левой части (3.59), после умножения на m , представляет собой силы инерции. В квазиинерциальной системе отсчета последний член в левой части (3.59) обращается в нуль, поэтому уравнения (3.59) формально переходят в уравнения общерелятивистской электродинамики (1.87), но они качественно отличаются от уравнений (1.87) тем, что они, в общем случае, содержат кручение пространства $A_4(6)$.

3.3. Уравнения движения спина орбитальные и собственные

В нерелятивистском приближении слабых электромагнитных полей из (3.59), с учетом матрицы (3.47) следуют уравнения движения заряда в ускоренной системе отсчета вида

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}] - m\vec{W} - 2m[\vec{\omega}\vec{v}]. \quad (3.60)$$

Рассмотрим теперь уравнения (3.58), которые описывают пространственное вращение заряда

$$\frac{de^i_A}{ds} = \frac{e}{mc^2}E^i_{jk}e^j_A \frac{dx^k}{ds} - T^i_{jk}e^j_A \frac{dx^k}{ds}. \quad (3.61)$$

В квазиинерциальной системе отсчета второй член в правой части (3.62) обращается в нуль и мы имеем

$$\frac{de^i_A}{ds} = \frac{e}{mc^2} E^i_{jk} e^j_A \frac{dx^k}{ds}, \quad (3.62)$$

где E^i_{jk} и g_{ik} определяются согласно (1.88) и (1.86) соответственно. Эти уравнения расписываются как

$$\frac{de^0_A}{ds} = \frac{e}{mc^2} E^0_{jk} e^j_A, \quad (3.63)$$

$$\frac{de^\alpha_A}{ds} = \frac{e}{mc^2} E^\alpha_{jk} e^j_A \frac{dx^k}{ds}, \quad (3.64)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad \alpha, \beta, \gamma \dots = 1, 2, 3, \quad A, B, C \dots = 1, 2, 3.$$

Для пространственной триады e^α_A уравнения (3.64) расписываются как

$$\frac{de^\alpha_A}{ds} = \frac{e}{mc^2} E^\alpha_{\beta k} e^\beta_A \frac{dx^k}{ds} = \frac{e}{mc^2} E^\alpha_{\beta 0} e^\beta_A \frac{dx^0}{ds} + \frac{e}{mc^2} E^\alpha_{\beta \gamma} e^\beta_A \frac{dx^\gamma}{ds}. \quad (3.65)$$

Как было показано выше, в слабых полях и при нерелятивистских скоростях, в уравнениях (3.65) можно полагать

$$E_{\alpha, \beta 0} = -\frac{1}{2} c^2 \left(\frac{\partial a_{\alpha 0}}{\partial x^\beta} - \frac{\partial a_{\beta 0}}{\partial x^\alpha} \right) = \frac{1}{2} (A_{\beta, \alpha} - A_{\alpha, \beta}) = \frac{1}{2} F_{\alpha \beta}, \quad ds \approx ds_0 = c dt, \quad \frac{dx^0}{ds_0} \approx 1. \quad (3.66)$$

Пренебрегая последним членом в (3.65) и используя условия (3.66), имеем

$$\frac{de^\alpha_A}{dt} = \frac{e}{2mc} F^{\alpha \beta} e_{\beta A}, \quad (3.67)$$

$$\alpha, \beta, \gamma \dots = 1, 2, 3, \quad A, B, C \dots = 1, 2, 3,$$

где напряженность электромагнитного поля $F^{\alpha \beta}$ определяется из (1.70). Направим вектор e^α_3 вдоль оси z , и пусть спин $s = \frac{\hbar}{2}$ совпадает с осью z . Тогда, после умножения левой и правой части уравнения (3.67) на $s = \frac{\hbar}{2}$, движение спина будет описываться уравнениями

$$\frac{ds^\alpha}{dt} = \frac{e}{2mc} F^{\alpha \beta} s_\beta, \quad \alpha, \beta, \gamma \dots = 1, 2, 3, \quad (3.68)$$

которые впервые выведены из уравнений (3.61) Марией Подаровской [82]. Записывая уравнения Подаровской в векторном виде, получим

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{e}{2mc} [\vec{s}\vec{H}] = [\vec{s}\vec{\omega}_L], \quad \vec{\omega}_L = \frac{e}{2mc} \vec{H}, \quad (3.69)$$

где ω_L - частота Лармора. Эта формула описывает орбитальную прецессию электрона под действием магнитного поля.

Для того, чтобы определить собственную прецессию электрона, надо перейти в уравнениях (3.69) в систему отсчета, жестко связанную с вращающимся самим электроном. Для этого надо использовать ковариантную производную Эйлера (1.3)



Мария Подаровская

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{d'\vec{s}}{dt} + [\vec{\omega}_L \vec{s}] = -[\vec{\omega}_L \vec{s}], \quad (3.70)$$

или

$$\frac{d'\vec{s}}{dt} = -2[\vec{\omega}_L \vec{s}]. \quad (3.71)$$

Отсюда видно, что уравнения (3.58) объединяют уравнения (3.69) и (3.71), записанные в разных системах отсчета. Уравнения в обычной теории объединяют, записывая их в виде

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = g \frac{e}{2mc} [\vec{s} \vec{H}] = -g[\vec{\omega}_L \vec{s}], \quad \vec{\omega}_L = \frac{e}{2mc} \vec{H}, \quad g = 1, 2, \quad (3.72)$$

описывающих движение вектора спина \vec{s} (собственного углового момента вращения) во внешнем магнитном поле \vec{H} . Здесь $g = 1, 2$ - фактор Ланде и $\vec{\omega}_L$ - частота Лармора.

Как известно, уравнения (3.69) были впервые в электродинамике введены (руками) Феликсом Блохом [83]. В нашем случае, уравнения (3.69) получены фундаментальным образом из вращательных более общих уравнений движения (3.56), а не введены «руками» в теорию, как это было сделано Блохом. Кроме того, уравнения (3.69) имеют геометрическую природу и являются следствием вакуумной электродинамики. Заметим, что уравнения Подаровской (3.69) описывают орбитальный спин. Уравнения движения собственного спина содержат, как мы видим, в правой части уравнений (3.72) в два раза большую величину и выясняет физический смысл фактора Ланде.

3.4. Квантовая динамика поля инерции в гравитации

Уравнения (3.72) по своей сути – это классические уравнения с новой физической константой - постоянной Планка размерности углового момента. Вообще говоря, квантовая теория ставит своей задачей определение плотности материи, а плотность вероятности (2.4) используется в традиционной квантовой теории из-за: 1) универсальности (плотность вероятности не различает вид описываемой материи) и 2) неполноты существующей теории. Самый общий вид уравнений квантовой механики представлен уравнением Фон Неймана (2.25), которое эквивалентно уравнению Шредингера. С другой стороны, уравнение Шредингера описывает квантовые свойства материи любого вида.

Ранее было показано, что в квазиинерциальной системе отсчета силы инерции равны нулю, но поле инерции отлично от нуля, совпадает (с точностью до знака) с кручением геометрии абсолютного параллелизма (см ф-лу (3.49)). Соотношения (3.49) значительно упрощают выражение для геометризованного тензора энергии-импульса (3.6). Действительно, из (3.6) следует, что полностью геометризованный тензор энергии-импульса можно представить в виде суммы

$$T_{jm} = T_{(jm)} + T_{[jm]}, \quad (3.73)$$

причем

$$T_{[jm]} = \frac{1}{v} (-\nabla_i \Omega^{ijm} - \nabla_m A_j - A_s \Omega^{sjm}) \quad (3.74)$$

и

$$T_{(jm)} = \frac{1}{\nu} \left\{ \Omega_{sm}^{..i} \Omega_{ji}^{..s} - \frac{1}{2} g_{jm} \Omega_s^{..ji} \Omega_{ji}^{..s} \right\}. \quad (3.75)$$

При выполнении условия (3.49) в (3.74)

$$A_j = T^i_{ji} = 0.$$

Поскольку левая часть уравнений (B.1) симметрична по индексам j, m , то (3.74) в уравнениях (B.1) обращается в нуль, откуда следуют уравнения

$$\nabla_i \Omega^{..i}_{jm} = 0. \quad (3.76)$$

Используя тензор материи (3.6), находим выражение для плотности материи

$$\rho = \frac{T}{c^2} = \frac{g^{jm} T_{jm}}{c^2} = \frac{2g^{jm}}{\nu c^2} \{ \nabla_{[i} T^i_{|j|m]} + T^i_{s[i} T^s_{|j|m]} \}. \quad (3.77)$$

При условии (3.49) плотность материи (3.77) упрощается и запишется как

$$\rho = -\frac{1}{\nu c^2} \Omega^{..i}_{sm} \Omega^{..s}_{ji} = -\frac{1}{\nu c^2} T^ji_s T^i_s. \quad (3.78)$$

Таким образом, в (квази)инерциальной системе отсчета плотность материи выражается через квадрат поля инерции (торсионного поля геометрии $A_4(6)$). Кручение $\Omega^{..i}_{jm}$ пространства $A_4(6)$ имеет 24 независимых компоненты и разлагается на сумму трех неприводимых частей [11] следующим образом

$$\Omega^i_{.jk} = \frac{2}{3} \delta^i_{[k} \Omega_{j]} + \frac{1}{3} \varepsilon^n_{jks} \widehat{\Omega}^s + \overline{\Omega}^i_{.jk}, \quad (3.79)$$

где $\Omega^i_{.jk} = g^{im} g_{ks} \Omega^{..s}_{mj}$, а вектор Ω_j , псевдовектор $\widehat{\Omega}_j$ и бесследовая часть $\overline{\Omega}^i_{.jk}$ кручения $\Omega^{..i}_{jm}$ определяются как

$$\Omega_j = \Omega^i_{.ji}, \quad (3.80)$$

$$\widehat{\Omega}_j = \frac{1}{2} \varepsilon^jins \Omega^{ins}, \quad (3.81)$$

$$\overline{\Omega}^s_{.js} = 0, \quad \overline{\Omega}_{ijs} + \overline{\Omega}_{jsi} + \overline{\Omega}_{sij} = 0. \quad (3.82)$$

тогда тензор (3.75) запишется как

$$T_{jm} = \frac{1}{2\nu} \left\{ \widehat{\Omega}_j \widehat{\Omega}_m - \frac{1}{2} g_{jm} \widehat{\Omega}^i \widehat{\Omega}_i \right\}. \quad (3.83)$$

Подставляя (3.81) в (3.76), получим

$$\widehat{\Omega}_{m,j} - \widehat{\Omega}_{j,m} = 0, \quad , m = \frac{\partial}{\partial x^m}.$$

Эти уравнения имеют два решения: тривиальное $\widehat{\Omega} = 0$ и

$$\widehat{\Omega}_m = \Psi_{,m}, \quad (3.84)$$

где Ψ – псевдоскаляр. Через этот псевдоскаляр тензор материи (3.84) записывается как

$$T_{jm} = \frac{1}{2\nu} \left\{ \Psi_{,j} \Psi_{,m} - \frac{1}{2} g_{jm} \Psi_{,n} \Psi^{,n} \right\}. \quad (3.85)$$

В квантовой теории поля этот тензор рассматривается как тензор энергии-импульса псевдоскалярного поля [84], однако в нашем случае псевдовектор (3.84) определяется как *поле инерции*, а псевдоскаляр Ψ как *потенциал поля инерции*.

В случае, когда псевдовектор $\widehat{\Omega}_m$ светоподобен, то его можно представить как

$$\widehat{\Omega}_m = \Phi l_m, \quad l_m l^m = 0, \quad \Phi = \Phi(x^i)$$

и записать тензор энергии-импульса (7.47) в виде

$$T_{jm} = \frac{1}{\nu} \Phi^2(x^i) l_j l_m. \quad (3.86)$$

Отсюда получаем плотность материи

$$\rho = \frac{1}{\nu c^2} \Phi^2(x^i). \quad (3.87)$$

Рассмотрим решение (3.16)-(3.18), уравнений (B.1), которое приводит к обобщенным уравнениям Эйнштейна (3.25) в пределе $M(t) \rightarrow M = const$. Согласно решению (3.16)-(3.18), мы можем ввести комплексное поле инерции ψ

$$\psi(x^m) = \sqrt{\frac{1}{M\nu c^2}} \phi(x^m) \exp\{-i(k_n x^n)\}, \quad (3.88)$$

$$\psi^*(x^m) = \sqrt{\frac{1}{M\nu c^2}} \phi(x^m) \exp\{i(k_n x^n)\}, \quad (3.89)$$

нормированное на единицу

$$\int \psi^* \psi dV = 1, \quad \nu = 8\pi G/c^4 = const. \quad (3.90)$$

Тогда, учитывая (3.25), плотность материи в соотношении (3.87) можно представить как

$$\rho = M\delta(\vec{r}) = M\psi^* \psi. \quad (3.91)$$

Это соотношение представляет собой аналог квантового дуализма «плоская волна (или набор плоских волн) -точечная частица». Если подставить в экспоненту полей (3.88) и (3.89) соотношения Планка-Эйнштейна $E = \hbar\omega$, $\vec{p} = \hbar\vec{k}$, то мы получим волны де Бройля.

Таким образом, мы показали, что в расширенной теории гравитации, в (квази)инерциальной системе отсчета нормированное на единицу поле инерции, образующее плотность материи, совпадает с волной де Бройля, для которой выполняется дуализм волна-частица (3.91).

Для описания динамики полей инерции необходимо использовать уравнения движения закон сохранения тензора энергии-импульса материи (3.39), из которого следуют уравнения движения (3.41) и (3.42) для плотности ρ . Эти уравнения нелинейны по волновым функциям (3.88) и (3.89). В квазиинерциальной системе отсчета их можно свести к линейным уравнениям Шредингера при условии слабости полей, для которых уравнение неразрывности (3.41) принимает вид

$$\partial_i(\rho u^i) = 0. \quad (3.92)$$

Полагая, что для поля инерции справедливы соотношения дуализма волна-частица (3.91) и, используя обратную процедуру Э. Маделунга [85], покажем, что уравнение (3.92) распадается на два уравнения Шредингера для функций ψ и ψ^* . В самом деле, подставляя плотность поля инерции $\rho = m \psi^* \psi$ в (3.92), получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) \rightarrow \frac{\partial \psi^* \psi}{\partial t} + \text{div}(\psi^* \psi \mathbf{v}) = 0. \quad (3.93)$$

Это нелинейное по ψ уравнение линеаризуется с помощью подстановок [85]

$$\mathbf{v} = \tilde{C} \text{grad} \ln \frac{\psi}{\psi^*} = \tilde{C} \left(\frac{\text{grad} \psi}{\psi} - \frac{\text{grad} \psi^*}{\psi^*} \right), \quad \psi^* \psi \mathbf{v} = \tilde{C} (\psi^* \text{grad} \psi - \psi \text{grad} \psi^*),$$

$$\tilde{C} = \text{const}.$$

В результате из (3.93) имеем

$$\psi \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial t} - \tilde{C} \Delta \psi^* \right) + \psi^* \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + \tilde{C} \Delta \psi \right) = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\frac{\partial \psi}{\partial t} + \tilde{C} \Delta \psi}{\frac{\partial \psi^*}{\partial t} - \tilde{C} \Delta \psi^*} = - \frac{\psi}{\psi^*}. \quad (3.94)$$

Равенство (3.94) распадается на два уравнения

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \tilde{C} \Delta \psi - f \psi = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial \psi^*}{\partial t} - \tilde{C} \Delta \psi^* + f \psi^* = 0, \quad (3.95)$$

где $f(\vec{r}, t)$ – некоторая функция. Ранее мы показали, что поле инерции (3.88) и (3.89) при $E = \hbar \omega$, $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ совпадает с волной де Бройля, то мы получим из (3.95) уравнение Шредингера и комплексно-сопряженное ему, при этом

$$2M\tilde{C} = \hbar/i, \quad 2M\tilde{C}f = U, \quad (3.96)$$

где

$$U = U_g = - \frac{mc^2 r_g}{2r} = - \frac{mMG}{r} \quad (3.97)$$

- ньютоновская потенциальная энергия внешнего гравитационного источника.

Таким образом, исходя из уравнений (B.1), мы привели простое доказательство связи волновой функции ψ в уравнениях Шредингера с нормированным на единицу полем инерции, которое отлично от нуля в (квази)инерциальной системе и описывается псевдовектором (3.81).

3.5. Нерелятивистская квантовая динамика поля инерции в электродинамике

Следует отметить, что квантовая физика возникла под давлением экспериментов,

которые возникли при изучении электромагнитных явлений и были восприняты физиками как явления, которые не описываются уравнениями классической электродинамики Максвелла-Лоренца. Все, что было представлено выше и касается квантовой физики, показывает нам, что в начале прошлого века физики столкнулись с проявлением нового фундаментального поля – поля инерции и что подобранные для удовлетворительного описания квантовых явлений уравнение Шредингера описывает простейшую динамику нормированного на единицу поля инерции, связанного с материей любого вида. Поэтому в первую очередь следует показать, каким образом волновая функция квантовой электродинамики связана с полем инерции? Для этого у нас уже разработан аналитический аппарат и мы частично уже отметили эту связь выше.

Проще всего мы получаем движение заряженной частицы без спина, используя нерелятивистское уравнение Шредингера. Опираясь на уравнения новой электродинамики (3.55) используя квазиинерциальную систему отсчета, получим тензор энергии-импульса материи (3.86) и плотность материи (3.87), но с константой

$$v = \frac{8\pi k}{c^4} \text{ и } \rho = Ze\delta(\vec{r}). \quad (3.98)$$

Эти значения были получены нами при рассмотрении решения (3.16)-(3.18), уравнений (B.1), которое приводит к уравнениям общерелятивистской электродинамики (3.55) в пределе $Ze(t) \rightarrow Ze = const$. Согласно комплексным параметрам решения (3.16)-(3.18), мы можем ввести в плотности (3.87) комплексное поле инерции ψ

$$\psi(x^m) = \sqrt{\frac{1}{Zevc^2}} \phi(x^m) \exp\{-i(k_n x^n)\}, \quad (3.99)$$

$$\psi^*(x^m) = \sqrt{\frac{1}{Zevc^2}} \phi(x^m) \exp\{i(k_n x^n)\}, \quad (3.100)$$

нормированное на единицу

$$\int \psi^* \psi dV = 1, \quad v = 8\pi k/c^4 = const. \quad (3.101)$$

Тогда, учитывая (3.98), плотность материи в соотношении (3.87) можно представить как

$$\rho = Ze\delta(\vec{r}) = Ze\psi^* \psi. \quad (3.102)$$

Если подставить в экспоненту полей (3.99) и (3.100) экспериментально установленные соотношения Планка-Эйнштейна $E = \hbar\omega$, $\vec{p} = \hbar\vec{k}$, то мы получим волны де Бройля, описывающие заряженную частицу без спина. Применяя обратную процедуру Маделунга (3.93)-(3.97), получим уравнение Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = U\psi, \quad -i\hbar \frac{\partial \psi^*}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi^* = U\psi \quad (3.103)$$

для нормированных на единицу полей инерции (3.99) и (3.100), с той лишь разницей, что вместо потенциальной энергии Ньютона (3.97) в уравнение Шредингера войдет потенциальная энергия Кулона U_C

$$U = U_C = -\frac{mc^2 r_e}{2} = -\frac{Ze^2}{r}. \quad (3.104)$$

Здесь

$$r_e = \frac{2Ze^2}{mc^2} = const \quad (3.105)$$

- характерный параметр общерелятивистской электродинамики.

3.6. Геометризованный обобщенный импульс

В слабых электромагнитных полях, удовлетворяющих неравенству (1.92), метрику общерелятивистской электродинамики можно представить приближенно в виде

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{ik} dx^i dx^k = \left(1 + ka_{ik} \frac{dx^i dx^k}{ds_0 ds_0}\right) ds_0^2 = \left(1 + ka_{ik} \frac{dx^i dx^k}{ds_0 ds_0}\right) \eta_{ik} dx^i dx^k \\ &= \left(1 + \frac{e}{m} \left\{ a_{00} \left(\frac{dx^0}{ds_0}\right)^2 + 2a_{\alpha 0} \frac{dx^\alpha dx^0}{ds_0 ds_0} + a_{\alpha\beta} \frac{dx^\alpha dx^\beta}{ds_0 ds_0} \right\}\right) \eta_{ik} dx^i dx^k \approx \quad (3.106) \\ &\left(1 + \frac{e}{m} \left\{ a_{00} \left(\frac{dx^0}{ds_0}\right)^2 + 2a_{\alpha 0} \frac{dx^\alpha dx^0}{ds_0 ds_0} \right\}\right) \eta_{ik} dx^i dx^k \approx \left(1 + \frac{2e}{mc^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0}\right) \eta_{ik} dx^i dx^k \approx ds_0^2, \end{aligned}$$

где мы обозначили компоненты векторного электромагнитного потенциала A_i как

$$A_0 = \frac{c^2}{2} a_{00} \frac{dx^0}{ds_0}, \quad A_\alpha = a_{\alpha 0} c^2 \frac{dx^0}{ds_0}. \quad (3.107)$$

Умножая это соотношение на $m^2 c^2$ и деля обе части этого равенства на ds_0^2 , имеем

$$\left(\sqrt{1 + \frac{2e}{mc^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0}}\right)^2 \eta_{ik} p^i p^k = \eta_{ik} P^i P^k = m^2 c^2. \quad (3.108')$$

При условии слабости поля, можно разложить корень в (3.108) в ряд. Оставляя два первых члена разложения, находим обобщенный импульс в виде

$$P_i = \left(p_i + \frac{e}{c} A_i\right). \quad (3.109)$$

Используя (3.106), представим действие S в приближении векторного потенциала как

$$S = -mc \int ds = \int \left(-mcds_0 - \frac{e}{c} A_i dx^i\right) = \int \left(-mc \frac{ds_0}{dt} - \frac{e}{c} A_i \frac{dx^i}{dt}\right) dt = \int L dt. \quad (3.110)$$

Отсюда находим геометризованную функцию Лагранжа при движении заряженной частицы в слабых электромагнитных полях

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \vec{A} \vec{v} - e\varphi = T - U. \quad (3.111)$$

Определяя обобщенный импульс частицы в виде

$$\vec{P} = \frac{\partial L}{\partial \vec{v}},$$

находим обобщенный импульс и обобщенную скорость

$$\vec{P} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{e}{c}\vec{A} = \vec{p} + \frac{e}{c}\vec{A}, \quad \vec{V} = \vec{v} + \frac{e}{cm}\vec{A}, \quad (3.112)$$

где \vec{p} - импульс (почти) свободной, в силу слабости поля, частицы.

Функция Гамильтона, исследуемой системы, вычисляется по формуле

$$H = \vec{v} \frac{\partial L}{\partial \vec{v}} - L = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + e\varphi = E + e\varphi. \quad (3.113)$$

В слабых полях для уравнения Гамильтона-Якоби (1.28a) выполняется соотношение

$$g_{ik}p^i p^k \approx \eta_{ik}p^i p^k = p_i p^i = \left(\frac{E}{c}\right)^2 - \vec{p}^2 = m^2 c^2 \quad (3.114)$$

или, учитывая (3.112) и (3.113), получаем

$$\left(\frac{E}{c}\right)^2 = m^2 c^2 + \vec{p}^2 = \left(\frac{H - e\varphi}{c}\right)^2 = m^2 c^2 + \left(\vec{P} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)^2, \quad (3.115)$$

а также

$$\vec{p} = \vec{P} - \frac{e}{c}\vec{A}, \quad E = T = H - U = H + e\varphi. \quad (3.116)$$

Здесь H - полная энергия системы.

Подставляя соотношения (3.116) в (3.114), находим

$$H = \sqrt{m^2 c^2 + c^2 \left(\vec{P} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)^2} + e\varphi, \quad (3.117)$$

или, в нерелятивистском приближении, имеем

$$H = \frac{1}{2} \left(\vec{P} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)^2 + e\varphi = E + U. \quad (3.118)$$

Известно, что квантовая теория возникла под давлением экспериментальных фактов, как обобщение классической электродинамики Максвелла-Лоренца. Основное уравнение квантовой теории - уравнение Шредингера было угадано Э. Шредингером, а не выведено из каких-либо физически осмысленных предположений. Чисто формально представим гамильтониан в операторном виде, тогда уравнение Шредингера для движение заряженной частицы с зарядом e и массой m в полях \vec{E} и \vec{H} запишется как

$$\left\{ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{2m} \left(\hat{P} - \frac{e}{c}\vec{A} \right)^2 - eA_0 \right\} \psi = 0, \quad (3.119)$$

где $\hat{P} = -i\hbar \vec{\nabla}$ - оператор обобщенного импульса. Плотность вероятности и плотность заряженной «квантовой жидкости» имеют вид

$$\rho_W = |\psi|^2, \quad \rho_e = e\psi^* \psi = e|\psi|^2 = e\rho_W. \quad (3.120)$$

а плотность тока представляется в виде

$$\vec{j} = -\frac{i\hbar}{2m} [\psi^*(\vec{\nabla}\psi) - \psi(\vec{\nabla}\psi^*)] - \frac{e}{mc} \vec{A}(\psi^*\psi). \quad (3.121)$$

3.7. Плотность спинорной материи

Основу традиционной квантовой теории составляет комплексная волна де Бройля и волновое уравнение Шредингера, которому она удовлетворяет. Квадрат модуля волны де Бройля позволяет вычислить средние значения наблюдаемых физических величин и это дает возможность теоретику сравнить теоретические вычисления с экспериментальными данными. Геометризация гравитационных, электромагнитных полей и поля инерции в уравнениях (A), (B.1) и (B.2) позволяет анализировать вид тензора энергии-импульса материи (3.6) и поля инерции (3.7) до того, как найдены конкретные решения уравнений. Более того, запись уравнений (A), (B.1) и (B.2) в спинорном базисе позволяет сразу определить сигнатуру спинорного пространства и спинорную группу Мебиуса, автоматически позволяющую рассматривать дискретные группы преобразований уравнений (A), (B.1) и (B.2). Например, при переходе к спинорному Δ -базису спинорное представление поля инерции (коэффициентов вращения Риччи T_{ijk}) имеет вид [75, 11]

$$T_{ijk} \leftrightarrow T_{ABC\dot{c}} = \frac{1}{2} \left(A_{ABC\dot{c}} + \frac{1}{3} (\varepsilon_{AC}\alpha_{B\dot{c}} + \varepsilon_{BC}\alpha_{A\dot{c}}) \right), \quad (3.122)$$

где спинор $A_{ABC\dot{c}}$ полностью симметричен по нештрихованным индексам

$$A_{ABC\dot{c}} = A_{(ABC)\dot{c}}, \quad (3.123)$$

а спинор $\alpha_{A\dot{c}}$ определяется как

$$\alpha_{A\dot{c}} = A_{AB}{}^B{}_{\dot{c}}. \quad (3.124)$$

Этот спинор может быть разложен на эрмитову $\kappa_{A\dot{c}}$ и антиэрмитову $\mu_{A\dot{c}}$ части:

$$\alpha_{A\dot{c}} = \kappa_{A\dot{c}} + i\mu_{A\dot{c}}, \quad (3.125)$$

где

$$\kappa_{A\dot{c}} = \frac{1}{2}(\alpha_{A\dot{c}} + \bar{\alpha}_{A\dot{c}}), \quad \mu_{A\dot{c}} = \frac{1}{2}i(\alpha_{A\dot{c}} - \bar{\alpha}_{A\dot{c}}) \quad (3.126)$$

и

$$\overline{\kappa_{A\dot{c}}} = \bar{\kappa}_{A\dot{c}} = \kappa_{C\dot{A}}, \quad \overline{\mu_{A\dot{c}}} = \bar{\mu}_{A\dot{c}} = -\mu_{C\dot{A}}. \quad (3.127)$$

Между неприводимыми частями кручения (3.80)-(3.82) и спинорами (3.123)-(3.127) имеет место следующее соответствие

$$\Omega_j \leftrightarrow \kappa_{A\dot{c}}, \quad (3.128)$$

$$\hat{\Omega}_j \leftrightarrow \mu_{A\dot{c}}, \quad (3.129)$$

$$\overline{\Omega}_{.js} \leftrightarrow A_{(ABC)\dot{c}}. \quad (3.130)$$

По определению, спинор $A_{(ABC)\dot{C}}$ преобразуется по $D(3/2, 1/2)$ неприводимому представлению группы $SL(2, C)$. Соответственно, спиноры $\kappa_{A\dot{C}}$ и $\mu_{A\dot{C}}$ преобразуются по $D(1/2, 1/2)$ неприводимым представлениям группы $SL(2, C)$.

Через компоненты матрицы Кармели $T_{ABC\dot{D}}$ спинор (3.122) представляется как [11]

$$T_{ABC\dot{D}} = AB \begin{pmatrix} 00 \\ 01 \\ 11 \end{pmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} \kappa & \sigma & \rho & \tau \\ \varepsilon & \beta & \alpha & \gamma \\ \pi & \mu & \lambda & \nu \end{bmatrix}}^{c\dot{D}}. \quad (3.131)$$

Используя соотношения (3.122)-(3.131), находим

$$\kappa_{A\dot{C}} = 1/2 \begin{pmatrix} (\rho + \bar{\rho}) - (\varepsilon + \bar{\varepsilon}) & (\tau + \beta) + (\bar{\alpha} - \bar{\pi}) \\ (\bar{\tau} - \bar{\beta}) + (\alpha - \pi) & (\gamma - \bar{\gamma}) - (\mu + \bar{\mu}) \end{pmatrix}, \quad (3.132)$$

$$\mu_{A\dot{C}} = 1/2 \begin{pmatrix} (\rho - \bar{\rho}) - (\varepsilon - \bar{\varepsilon}) & (\tau - \beta) - (\bar{\alpha} - \bar{\pi}) \\ -(\bar{\tau} - \bar{\beta}) + (\alpha - \pi) & (\gamma - \bar{\gamma}) - (\mu - \bar{\mu}) \end{pmatrix}. \quad (3.133)$$

Теперь вспомним, что уравнения квантовой теории, такие как уравнение Шредингера, Паули и Дирака сформулированы в (квази)инерциальной системе отсчета, в которой компоненты (3.128) и (3.130) обращаются в нуль. В этом случае тензор энергии-импульса (3.83) в спинорной системе отсчета принимает вид

$$T_{A\dot{C}B\dot{D}} = \frac{1}{2\nu} \left(\mu_{AB} \mu_{CD} - \frac{1}{2} \varepsilon_{AC} \varepsilon_{B\dot{D}} \mu_{P\dot{Q}} \mu^{P\dot{Q}} \right). \quad (3.134)$$

В силу соотношения

$$T = g^{jm} T_{jm} = -\frac{1}{2\nu} \hat{\Omega}^i \hat{\Omega}_i = -\frac{1}{2\nu} \mu_{P\dot{Q}} \mu^{P\dot{Q}} = \rho c^2, \quad (3.135)$$

где ρ – плотность материи, находим вид ρ в (квази)инерциальной системе отсчета

$$\rho = -\frac{1}{2\nu c^2} \mu_{P\dot{Q}} \mu^{P\dot{Q}} = \frac{1}{2\nu c^2} \bar{\mu}_{\dot{Q}P} \mu^{P\dot{Q}}. \quad (3.136)$$

Здесь мы использовали свойство спиноров (3.127).

Легко видеть, что, с точностью до множителя, четырехкомпонентный спинор $\mu_{P\dot{Q}}$ совпадает со спинором Дирака (2.53), поэтому (3.136) можно рассматривать как плотность поля Дирака.

4. Решение проблемы Единой Теории Поля. Динамические уравнения поля инерции

Под Единой Теорией Поля мы будем понимать уравнения, которые описывают три фундаментальных физических поля – гравитационное, электромагнитное и поле инерции.

Такие уравнения должны решить первую и вторую проблемы Эйнштейна, т.е. геометризовать гравитационное, электромагнитное, а также квантовые поля, образующие источники гравитационных и электромагнитных полей, и, как было показано выше, определяемые как поле инерции. Принципиальное решение первой проблемы Эйнштейна – геометризация классической электродинамики Максвелла-Лоренца было опубликовано в 1972 году [55] и была признана профессором кафедры теоретической физики Физфака МГУ Дмитрием Дмитриевичем Иваненко как перспективная. Геометризованная общерелятивистская электродинамика с тензорным потенциалом основана на параметрической римановой геометрии и переходит в электродинамику Максвелла-Лоренца в пределе слабых электромагнитных полей и нерелятивистских скоростей в соответствии с неравенством (1.40). Уравнения поля (1.89) и уравнения движения пробного заряда (1.87) общерелятивистской электродинамики описывают сильные электромагнитные поля, для которых неравенство (1.40) нарушается. Их решения предсказывают обобщение потенциальной энергии пробного заряда (потенциала Кулона) на расстояниях порядка $r \leq 10^{-12}$ см. Но даже когда поля слабые, т.е. $E, H \ll \frac{m^2 c^4}{e^2} \approx 10^{16} \text{ед. СИСЭ}$ (например, на расстоянии первой бортовской орбиты поля E и H порядка 10^8ед. СИСЭ) при ультрарелятивистских скоростях неравенство (1.40) нарушается и мы, вместо уравнений Максвелла-Лоренца, должны использовать уравнения общерелятивистской электродинамики (1.89) и (1.87).

4.1. Обобщение потенциала Кулона

В качестве примера, приведем некоторые обобщения потенциала Кулона, найденные в результате решения вакуумных уравнений $R_{ik} = 0$ общерелятивистской электродинамики [11]:

- 1) потенциальная энергия с переменным кулон-ньютоновским взаимодействием

$$U = -\frac{mc^2}{2} \frac{[r_e(t) + r_g(t)]}{r}, \quad r_e = \pm \frac{2eZe(t)}{mc^2}, \quad r_g = \frac{2MG}{c^2}; \quad (4.1)$$

- 2) потенциальная энергия с электро-ядерным (короткодействующим) взаимодействием

$$U = -\frac{mc^2}{2} \frac{rr_e + 2r_N^2}{r^2 + r_N^2}, \quad r_e = \pm \frac{2Zze^2}{mc^2} = const, \quad r_N = const; \quad (4.2)$$

- 3) потенциальная энергия с электро-ядерным взаимодействием и 3D вращением источника

$$U = \frac{mc^2}{2} \left(\frac{r^2 - rr_e - r_N^2 + r_s^2 \cos^2 \theta}{r^2 + (r_N - r_s \cos \theta)^2} - 1 \right), \quad r_e = const, \quad r_N = const, \quad r_s = const, \quad (4.3)$$

Заметим, что решение с потенциальной энергией (4.1) объединяет электромагнитные (электромагнитный радиус r_e) и гравитационные (гравитационный радиус r_g) взаимодействия, что не удалось сделать в других вариантах Единой Теории Поля (Г. Вейль [42, 43], А. Эддингтон [44], Т. Калуца [45], А. Эйнштейн [86-90, 39]).

4.2. Открытие третьего фундаментального поля - поля инерции



Дмитрий
Иваненко

Второй этап развития Единой Теории Поля знаменовался публикациями статей [7-9] в 1976-1977 годах, которые были поддержаны профессором МГУ Д.Д. Иваненко. Особое внимание зарубежных ученых привлекла статья «Общерелятивистские нелинейные спинорные уравнения» [8], в которой автор

представил кручение $\Omega^i{}_{jm}$ и поле инерции $T^i{}_{jk}$ пространства $A_4(6)$ в спинорном Γ – базисе [11].



Питер Бергман

Эту статью Международная комиссия во главе с Н. Розеном учеником А. Эйнштейна отметила работу «Общерелятивистские нелинейные спинорные уравнения». Известия вузов, Физика, 1977, № 3, с. 121, как перспективную в журнале General Relativity and Gravitation, 1983, Vol. 15, № 1, p. 98. Bull № 41. Я полагаю, что



Натан Розен



Джордж Эллис

мнение этой авторитетной комиссии, в которую в качестве председателей в различные годы входили ученики и соавторы А. Эйнштейна, а именно Натан Розен, Питер Бергман, Джон Уиллер, а также всемирно известные специалисты по общей теории относительности и квантовой гравитации, такие как Кристиан Мёллер, Джордж Эллис, Мак Каллум, Роджер Пенроуз и др. весьма авторитетные теоретики, сыграло решающую роль в моей дальнейшей работе по развитию Единой Теории Поля.



Джон Уиллер



Мак Каллум

В работе [8] было показано, что установленная А. Фоком и Д. Иваненко [71] связь спиноров Паули (2.46) и матриц Дирака (2.49) с геометрией пространства событий Минковского может быть обобщена на геометрию абсолютного параллелизма $A_4(6)$ путем введения обобщенных матриц Паули или символов Инфельда-Ван дер Вардена [91]. Опираясь на работы Э.Картана [92] и Р. Пенроуза [93], автором впервые была получена в спинорном Γ – базисе плотность геометризированной безмассовой спинорной материи (скорее всего плотность поля нейтрино) в виде [8]



Кристиан Мёллер

$$\rho = -\frac{1}{2vc^2} \psi^*_{\dot{\alpha}\beta} \psi^{\alpha\beta}, \quad (4.4)$$

при этом волновая функция $\psi^{\alpha\beta}$ рассматривается как некоторое реальное поле (поле инерции). Для массивной частицы, после сопоставления 4х компонентного спинорного поля с волной де Бройля, для слабого поля $\psi^{\alpha\beta}$ были получены уравнения Дирака, которые в векторной записи можно придать вид уравнений Максвелла с полевым источником, которые одновременно представляют собой уравнения Штюкельберга [94] (уравнение для массивного фотона). В таких уравнениях векторный потенциал электромагнитного поля A_i связан с полевым током j_i следующим образом

$$A_i = -\frac{4\pi}{c} \frac{\hbar^2}{m^2 c^2} j_i. \quad (4.5)$$

Если учесть нелинейные добавки к уравнению Дирака, то мы получим следующее нелинейное спинорное уравнение Иваненко-Гейзенберга [8]

$$\left\{ \gamma^n \frac{\partial}{\partial x^n} + i4\pi l^2 \gamma^n (\Psi^* \gamma_n \Psi) + \frac{mc}{\hbar} \right\} \Psi = 0, \quad (4.6)$$

где фундаментальная длина для заряженного массивного спинорного поля равна

$$l = \frac{\hbar}{mc} \sqrt{\frac{e^2}{\hbar c}} \approx 3.2 \cdot 10^{-12} \text{ см.} \quad (4.7)$$



Вернер Гейзенберг

Напомним, что Вернер Гейзенберг с сотрудниками много лет исследовал спинорное уравнение с кубической нелинейностью вида [95, 96]

$$\gamma^k \partial_k \Psi + l^2 \gamma_k \gamma_5 \Psi (\Psi^* \gamma^k \gamma_5 \Psi) = 0, \quad (4.8)$$

пытаясь построить Единую Теорию элементарных частиц на основе частиц спина $s = \hbar/2$. Забегая вперед, стоит именно сейчас отметить, что уравнения (A) системы уравнений (A), (B.1) и (B.2), определяющие кручение пространства $A_4(6)$ и записанные в спинорном ι_α, o_α базисе принимают вид геометризованных нелинейных спинорных уравнений Гейзенберга с кубической нелинейностью по спинорам ι_α, o_α [11]

$$\begin{aligned} \nabla_{\beta\dot{\chi}} \iota_\alpha = & \nu o_\alpha o_\beta \bar{o}_{\dot{\chi}} - \lambda o_\alpha o_\beta \bar{l}_{\dot{\chi}} - \mu o_\alpha \iota_\beta \bar{o}_{\dot{\chi}} + \pi o_\alpha \iota_\beta \bar{l}_{\dot{\chi}} - \gamma \iota_\alpha o_\beta \bar{o}_{\dot{\chi}} + \alpha \iota_\alpha o_\beta \bar{l}_{\dot{\chi}} + \beta \iota_\alpha \iota_\beta \bar{o}_{\dot{\chi}} \\ & - \varepsilon \iota_\alpha \iota_\beta \bar{l}_{\dot{\chi}}, \end{aligned} \quad (A_{s^+} . 1)$$

$$\begin{aligned} \nabla_{\beta\dot{\chi}} o_\alpha = & \gamma o_\alpha o_\beta \bar{o}_{\dot{\chi}} - \alpha o_\alpha o_\beta \bar{l}_{\dot{\chi}} - \beta o_\alpha \iota_\beta \bar{o}_{\dot{\chi}} + \varepsilon o_\alpha \iota_\beta \bar{l}_{\dot{\chi}} - \tau \iota_\alpha o_\beta \bar{o}_{\dot{\chi}} + \rho \iota_\alpha o_\beta \bar{l}_{\dot{\chi}} + \sigma \iota_\alpha \iota_\beta \bar{o}_{\dot{\chi}} \\ & - \kappa \iota_\alpha \iota_\beta \bar{l}_{\dot{\chi}}, \end{aligned} \quad (A_{s^+} . 2)$$

$$\alpha, \beta \dots = 0, 1, \quad \dot{\chi}, \dot{\gamma} \dots = \dot{0}, \dot{1}.$$

В этих уравнениях роль волновой функции играют обобщенные спиноры Дирака ι_α, o_α , а 12 комплексных спинорных компонент поля инерции T^i_{jk} (торсионного поля), а именно, $\nu, \lambda, \mu \dots$ задаются спинорными матрицами $T_{A\dot{B}}$, введенными в физику учеником Н. Розена - Моше Кармели [97-101]



Моше Кармели

$$\begin{aligned} T_{0\dot{0}} = \begin{pmatrix} \varepsilon & -\kappa \\ \pi & -\varepsilon \end{pmatrix}, \quad T_{0\dot{1}} = \begin{pmatrix} \beta & -\sigma \\ \mu & -\beta \end{pmatrix}, \\ T_{1\dot{0}} = \begin{pmatrix} \alpha & -\rho \\ \lambda & -\alpha \end{pmatrix}, \quad T_{1\dot{1}} = \begin{pmatrix} \gamma & -\tau \\ \nu & -\gamma \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Можно с уверенностью говорить, что открытие спинорных уравнений $(A_{s^+} . 1)$ и $(A_{s^+} . 2)$ связано с именами физиков, принадлежащих школе научной А. Эйнштейна. Эти уравнения в новой квантовой теории заменяют уравнения Дирака (2.76), поскольку сам П. Дирак считал уравнения (2.76) неверными [54]. Более того, оказалось, что описание динамики любых частиц с учетом их *полей инерции*, в том числе и заряженных, требует использования геометризованных спинорных уравнений, подобных уравнениям Эйнштейна

$$2\Phi_{A\dot{B}\dot{C}\dot{D}} + \Lambda \varepsilon_{AB} \varepsilon_{\dot{C}\dot{D}} = \nu T_{A\dot{C}\dot{B}\dot{D}}, \quad (B_{s^+} . 1)$$

где спинор $\Phi_{A\dot{B}\dot{C}\dot{D}}$ и скаляр Λ представляют собой спинорные компоненты тензора Риччи [11], а спинор $T_{A\dot{C}\dot{B}\dot{D}}$ представляет собой спинорное представление тензора энергии-импульса материи (3.6). В частности, в квазиинерциальной системе отсчета это тензор образован спинорами Дирака (см. ф-лу (3.134)). Но и этого оказалось недостаточно. К уравнениям $(A_{s^+} . 1)$, $(A_{s^+} . 2)$ и $(B_{s^+} . 1)$ необходимо добавить геометризованные спинорные уравнения типа Янга-Миллса с калибровочной группой $SL(2, C)$

$$C_{A\dot{B}\dot{C}\dot{D}} - \partial_{\dot{C}\dot{D}} T_{A\dot{B}} + \partial_{A\dot{B}} T_{\dot{C}\dot{D}} + (T_{\dot{C}\dot{D}})_A^F T_{F\dot{B}} + (T^+_{\dot{D}\dot{C}})_{\dot{B}}^{\dot{F}} T_{A\dot{F}} -$$

$$-(T_{AB})_C^F T_{FD} - (T^+_{BA})_D^F T_{CF} - [T_{AB} T_{CD}] = -v J_{ACBD}, \quad \left(B_{S+}^+. 2 \right)$$

$$A, B \dots = 0, 1, \quad \dot{B}, \dot{D} \dots = \dot{0}, \dot{1}$$

Спинорная запись уравнений Эйнштейна $\left(B_{S+}^+. 1 \right)$ содержит в правой части геометризованный тензор энергии-импульса T_{ACBD} материи. В свою очередь, тензор T_{ACBD} определяется через спин-тензор конторсии $T_{F\dot{B}}$ (через матрицы Кармели (4.9)) геометрии $A_4(6)$. Спинорное представление уравнений Янга-Миллса $\left(B_{S+}^+. 2 \right)$ с калибровочной группой $SL(2, C)$ содержит в правой части тензор тока J_{ACBD} , который определяется через тензор энергии-импульса T_{ACBD} . Любой материальный объект описывается совокупностью нелинейных спинорных уравнений Гейзенберга-Эйнштейна-Янга-Миллса, которые лежат в основе трех фундаментальных физических полей - гравитационного, электромагнитного и поля инерции. Любая «элементарная частица» описывается сразу всеми этими уравнениями одновременно. Если риманова кривизна в уравнениях $\left(B_{S+}^+. 1 \right)$ и $\left(B_{S+}^+. 2 \right)$ равна нулю, то тогда уравнения описывают «первичные поля инерции», не обладающие энергией, но переносящие информацию [11].



МГУ 1979

Окончательное осознание того факта, что тензор конторсии T^i_{jk} пространства абсолютного параллелизма $A_4(6)$ описывает наблюдаемые на опыте поля инерции и что уравнения поля (A), (B.1) и (B.2) определяют динамику полей инерции а также и квантовых полей, было опубликовано в 1979 году в работе [13], изданной в МГУ. Поэтому год 1979 является годом завершения программы Единой Теории Поля, выдвинутой А. Эйнштейном, в которую вошла первая проблема Эйнштейна – геометризация электромагнитного поля [55], вторая проблема Эйнштейна – геометризация тензора энергии-импульса материи [7-9] и найдены динамические уравнения третьего фундаментального поля, которое образует источники гравитационного и электромагнитного полей [57].

5. Всеобщий принцип относительности и уравнения Физического Вакуума

«Работать – значит думать» говорил А. Эйнштейн. За последующие после 1979 года 9 лет, в 1988 году, была проделана большая работа по осмыслению пост эйнштейновской физики, которая, в конечном счете, привела введению в теорию относительности Всеобщего принципа относительности, объединяющего общую теорию относительности Эйнштейна (трансляционную относительности) с вращательной относительностью, которая требует ковариантности уравнений физики относительно неголономных вращательных координат, рассматриваемых как элементы пространства событий.

В своей известной книге «Дорога к Реальности», на последней ее странице Р. Пенроуз с горечью произносит следующие слова: «Мы все что-то прозевали, что-то очень важное [102]». Я полагаю, что мы, физики, «прозевали» правильное описание вращения материи, необходимые для такого описания неголономные безразмерные угловые координаты и вращательную относительность уравнений физики, которую невозможно построить, не используя вращательные координаты как элементы пространства событий. Уже как

следствие этого зевка, мы потеряли из вида третье фундаментальное поле – *поле инерции*, которое дано каждому из нас в ощущениях в нашей повседневной жизни.

5.1. Пространство событий вращающейся 3D системы отсчета

Исторически сложилось так, что, начиная с ведра Ньютона, поле инерции оказалось вторым (после гравитационного) фундаментальным полем, которое проявило себя как предмет научного исследования в физике. В дальнейшем в физике стали развиваться теории гравитационного и электромагнитного полей, а поле инерции на долгое время выпало из поля зрения физиков. Отчасти это объясняется тем, что поле инерции порождает силы инерции, которые, начиная с Даламбера [17], до сих пор большинством физиков рассматриваются как «фиктивные» [18], а значит недостойные серьезного научного изучения. Но главной причиной забвения поля инерции оказалось недостаточное внимание физиков к работе Л. Эйлера по механике твердого тела [20] и последующих работ, в которых Л. Эйлер ввел неголономную триаду e^B_α (1.8), через которую определил неголономные безразмерные вращательные координаты (1.1), образующие бесконечно малый поворот (1.2) триады e^B_α . Было упущено из вида, что механика вращательного движения твердого тела обобщает уравнения Лагранжа (1.5), придавая им вид уравнений (1.9). После того, как Ж. Френе вывел уравнения движения свободной от внешних сил неголономной триады (1.16)-(1.18) [27], математики не заметили, что эти уравнения содержат поле (1.15), которое выводит уравнения Френе за рамки плоской геометрии Евклида. Хотя трансляционная метрика в уравнениях Френе осталась плоской, они содержат бесконечно малый поворот Эйлера (1.4), который локально задает вращательную метрику, что ведет к расслоению пространства $A_3(3)$ [11]. Некоторые механики совершенно ошибочно считали, что силы в уравнениях Френе (1.21), (1.22), умноженных на массу, описывают внешние силы Ньютона, в то время как эти силы оказались локальными силами инерции (1.25).

Действительно, аналитические свойства триады Эйлера e^B_α описывают в физике движение произвольно ускоренной трехмерной (нерелятивистской) системы отсчета, имеющей 6 степеней свободы. Пространство событий такого объекта образует геометрию $A_3(3)$, которая базируется на шестимерном расслоенном множестве координат $x, y, z, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ с базой, образованной тремя голономными трансляционными координатами x, y, z , и слоем, образованным тремя неголономными вращательными координатами $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ (рис. 2). Пространство базы x, y, z будем называть «внешним» пространством, а многообразие неголономных вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ заданное в каждой точке внешнего пространства $X = X(x, y, z)$, «внутренним» пространством слоя. Переход из «внешнего» пространства голономных координат x, y, z , во «внутреннее» пространство неголономных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ происходит с помощью неголономной триады e^A_α , при этом триада Эйлера e^A_α по координатному индексу α преобразуется в группе трансляций $T(3)$ как вектор

$$e^A_{\alpha'} = \frac{\partial x_{\alpha'}}{\partial x_\alpha} e^A_\alpha, \quad \left\| \frac{\partial x_{\alpha'}}{\partial x_\alpha} \right\| \in T(3), \quad \alpha = 1, 2, 3, \quad (5.1)$$

а по локальному (внутреннему) индексу A триада e^A_α преобразуется в группе вращений $O(3)$

$$e^A{}'_\alpha = \Lambda^A{}_A e^A{}_\alpha, \quad \Lambda^A{}_A \in O(3), \quad A = 1,2,3. \quad (5.2)$$

Квадрат соотношения (1.4) образует вращательную метрику [102, 103]

$$\begin{aligned} T(3) &\longrightarrow ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = \eta_{AB} e^A{}_\alpha e^B{}_\beta dx^\alpha dx^\beta, \\ O(3) &\longrightarrow d\tau^2 = d\chi^\alpha{}_\beta d\chi^\beta{}_\alpha = T^\alpha{}_{\beta\gamma} T^\beta{}_{\alpha\sigma} dx^\gamma dx^\sigma = \Omega^\alpha{}_\beta \Omega^\beta{}_\alpha ds^2 \end{aligned}$$

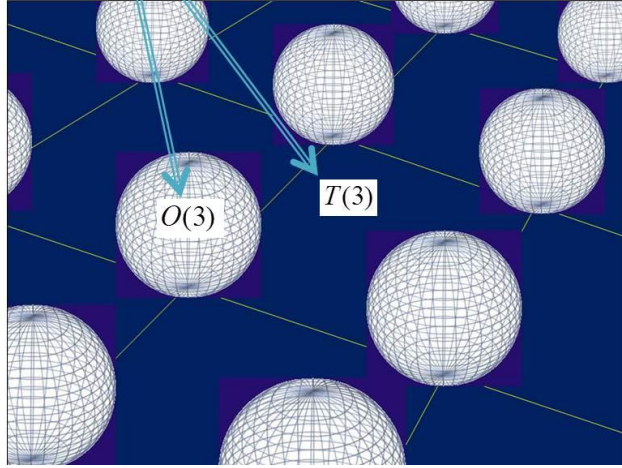


Рис.2. Структура расслоенного пространства абсолютного параллелизма $A_3(3)$

$$d\tau^2 = (d\vec{\chi})^2 = d\chi^\alpha{}_\beta d\chi^\beta{}_\alpha = T^\alpha{}_{\beta\gamma} T^\beta{}_{\alpha\sigma} dx^\gamma dx^\sigma = \Omega^\alpha{}_\beta \Omega^\beta{}_\alpha ds^2, \quad \alpha, \beta, \gamma \dots = 1,2,3, \quad (5.3)$$

заданную на группе пространственных вращений $O(3)$.

В метрике (5.3) $T^\beta{}_{\alpha\gamma} = e^\beta{}_A \partial_\gamma e^A{}_\alpha = -e^A{}_\beta \partial_\gamma e^\alpha{}_A$ - коэффициенты вращения Риччи (поле инерции), введенные в науку в конце XIX века, $e^A{}_\alpha e^\alpha{}_B = \delta^A{}_B$, $e^A{}_\alpha e^\beta{}_A = \delta_\alpha{}^\beta$, $A, B, C \dots = 1,2,3$ - нормированная триада Эйлера, $\Omega_{\beta\alpha} = -\Omega_{\alpha\beta} = \frac{T_{\beta\alpha\gamma} dx^\gamma}{ds}$ - тензор угловой скорости вращения триады Эйлера, матрица которой имеет вид

$$\Omega_{\alpha\beta} = -\Omega_{\beta\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5.4)$$

Здесь $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ - компоненты (псевдо)вектора угловой скорости $\vec{\omega}$ вращения триады Эйлера. Если вместо декартовых трансляционных координат x, y, z мы перейдем произвольным криволинейным координатам, то получим вместо коэффициентов вращения Риччи $T^\beta{}_{\alpha\gamma}$ связность [11] связность абсолютного параллелизма пространства $A_3(3)$

$$\Delta^\beta{}_{\alpha\gamma} = e^\beta{}_A \nabla_\gamma e^A{}_\alpha = -e^A{}_\beta \nabla_\gamma e^\alpha{}_A = \Gamma^\beta{}_{\alpha\gamma} + T^\beta{}_{\alpha\gamma}, \quad (5.5)$$

где $\Gamma^{\beta}_{\alpha\gamma}$ - символы Кристоффеля и ∇_{γ} – ковариантная производная относительно $\Gamma^{\beta}_{\alpha\gamma}$.
Образуя из связности (5.5) тензор кривизны пространства $A_3(3)$, получим

$$S^{\alpha}_{\beta\gamma\eta} = 2\Delta^{\alpha}_{\beta[\eta,\gamma]} + 2\Delta^{\alpha}_{\rho[\gamma}\Delta^{\rho}_{|\beta|\eta]} = 0. \quad (5.6)$$

По определению, пространство, у которого тензор кривизны удовлетворяет условию (5.6), называют пространством *абсолютного параллелизма* [11]. Такого типа пространство сродни плоскому пространству Евклида, но, в отличие от последнего, связность пространства абсолютного параллелизма обладает кручением

$$\Delta^{\alpha}_{[\beta\gamma]} = -\Omega^{\alpha}_{\beta\gamma} = -e^{\alpha}_i e^i_{[\gamma,\beta]} = \frac{1}{2} e^{\alpha}_i (e^i_{\beta,\gamma} - e^i_{\gamma,\beta}), \quad (5.7)$$

через которое определяются коэффициенты вращения Риччи $T^{\beta}_{\alpha\gamma}$. Уравнения движения векторов триады Эйлера e^A_{α}

$$\frac{D^* e^A_{\alpha}}{ds} = \frac{de^A_{\alpha}}{ds} - \Delta^{\beta}_{\alpha\gamma} \frac{dx^{\gamma}}{ds} e^A_{\beta} = 0, \quad \alpha, \beta, \gamma \dots = 1,2,3, \quad A, B, C \dots = 1,2,3, \quad (5.8)$$

где D^* - ковариантная производная относительно связности $\Delta^{\beta}_{\alpha\gamma}$. В декартовых координатах из уравнения (5.8) можно переписать как

$$\frac{D^* e^A_{\alpha}}{ds} = \frac{de^A_{\alpha}}{ds} - \Omega^A_B e^B_{\alpha} = 0. \quad (5.9)$$

Локальные индексы $A, B, C \dots = 1,2,3$ нумеруют вектора триады Эйлера. Свяжем триаду Эйлера с вращающимся твердым телом так, чтобы вектора e^A_{α} совпадали с главными осями инерции тела, тогда $L_1 = J_1\omega_1$, $L_2 = J_2\omega_2$, $L_3 = J_3\omega_3$ где J_1, J_2, J_3 - главные моменты инерции, $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ - компоненты угловой скорости вращения твердого тела относительно трех осей. Тогда, из (5.9) следует

$$\text{а) } \frac{de^A_{\alpha}}{ds} = T^A_{B\gamma} \frac{dx^{\gamma}}{ds} e^B_{\alpha} = \Omega^A_B e^B_{\alpha} \rightarrow \text{б) } \frac{d\vec{L}}{ds} + [\vec{\omega}\vec{L}] = 0, \quad (5.10)$$

где $\vec{\omega} = d\vec{\chi}/ds = \vec{\omega}(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ и была использована матрица (5.4). Переходя в уравнениях (5.10б) от параметра s к параметру времени t с помощью соотношений $\frac{d\vec{L}}{ds} = \frac{d\vec{L}}{dt} \cdot \frac{dt}{ds}$, $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\chi}}{ds} = \vec{\omega} = \frac{d\vec{\chi}}{dt} \cdot \frac{dt}{ds}$, получим вращательные уравнения Эйлера. Ковариантная производная в соотношении (5.9) давно используется в теоретической механике при выводе уравнений движения материальной точки, записанных в ускоренной системе отсчета (см. ф-ла 1.3). Отличие от обычных представлений классической механики состоит в том, что в нашем случае вращение системы отсчета, связанной с твердым телом, порождает геометрию абсолютного параллелизма, при этом силы инерции оказываются связанными с кручением (5.7) пространства $A_3(3)$. В 1922 г. французский математик Э. Картан высказал гипотезу о связи *вращения материи с кручением пространства* [38]. Однако он не указал точно, с кручением какой геометрии связано физическое вращение, поскольку геометрии с кручением в это время только что начинали изучаться математиками и физиками. Геометрия

абсолютного параллелизма получила развитие с 1923 г. в работах европейских математиков Р. Вайценбека [104-106], Д. Витали [107,108], Е. Бартолотти [109-111], Э. Картана и Дж. Схоутена [112,113], А. Эддингтона [114] и др. Поэтому в 1922 г. Э. Картан не имел доказательной базы для своей гипотезы. Первым отметил существование *неголономных координат* в геометрии абсолютного параллелизма Д. Врансеану [115], что положила начало изучению класса неголономных дифференциальных геометрий.

5.2. Пространство событий вращающейся 4D системы отсчета

В релятивистском случае вместо триады Эйлера, мы введем тетраду e^a_i ($i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3$, $a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3$), которая представляет собой математический образ произвольно ускоренной 4D системы отсчета. В общем случае, 4D произвольно ускоренная система отсчета имеет 10 степеней свободы, из которых 4 трансляционных описываются голономными координатами x, y, z, ct начала O , а 6 вращательных неголономных угловых координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ определяют взаимную ориентацию базисных векторов системы отсчета. Таким образом, мы *ввели 4D ориентируемую точку* [115]. Связывая ориентируемую точку с материальным объектом и устремляя его размеры к нулю (предельный случай), мы получаем *ориентируемую материальную точку*.

Для описания динамики произвольно ускоренной четырехмерной системы отсчета, имеющей 10 степеней свободы, мы будем использовать геометрию абсолютного параллелизма $A_4(6)$. Аналитически произвольно ускоренная 4D система отсчета представлена неголономной тетрадой e^a_i , заданной в касательной к каждой точке многообразия x^i псевдоевклидовой плоскости и образующей векторное расслоение, поэтому десятимерное многообразие (четыре голономных трансляционных координаты x^i и шесть неголономных вращательных координат) геометрии $A_4(6)$ мы будем рассматривать как *расслоение* с координатами базы x^i и неголономными координатами слоя $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$. Если в базе действует калибровочная группа трансляций T_4 , то в слое группа вращений $O(3,1)$. $i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3$, $a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3$. Тетрадный базис e^a_j удовлетворяет условиям нормировки

$$e^j_a = \delta^j_a, \quad e^a_i e^i_b = \delta^a_b, \quad (5.11)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3,$$

где δ^j_i, δ^a_b - символы Кронекера. Бесконечно малые трансляции в базе x^i в направлении a определяется вектором

$$ds^a = e^a_i dx^i. \quad (5.12)$$

Свертка вектора (5.12) образует трансляционную метрику пространства $A_4(6)$

$$ds^2 = ds^a ds_a = e^i_a e^a_i dx_i dx^i = \eta_{ab} e^a_j e^b_k dx^j dx^k = g_{jk} dx^j dx^k, \quad (5.13)$$

где $\eta_{ab} = \eta^{ab} = \text{diag}(1 - 1 - 1 - 1)$ - метрический тензор касательного псевдоевклидова пространства и

$$g_{jk} = \eta_{ab} e^a_j e^b_k \quad (5.14)$$

- метрический тензор базы, заданный на группе трансляций T_4 .

С другой стороны, бесконечно малые вращения в слое $d\chi_{ab}$ определяется антисимметричным тензором

$$d\chi^a_b = T^a_{bk} dx^k, \quad d\chi_{ab} = -d\chi_{ba}. \quad (5.15)$$

Образуя свертку $d\chi^a_b$ получим метрику

$$d\tau^2 = d\chi^a_b d\chi^b_a = T^a_{bk} T^b_{an} dx^k dx^n = -De^b_k De^k_b \quad (5.16)$$

с метрическим тензором

$$H_{kn} = T^a_{bk} T^b_{an}, \quad (5.17)$$

заданным на группе вращений $O(3.1)$. В (5.16) символ D означает абсолютный дифференциал относительно символов Кристоффеля

$$\Gamma^a_{bc} = \frac{1}{2} \eta^{ad} (\eta_{bd,c} + \eta_{cd,b} - \eta_{bc,d}), \quad ,_b = \frac{\partial}{\partial x^b} \quad (5.18)$$

и T^a_{bk} - коэффициенты вращения Риччи

$$T^a_{bk} = e^a_i e^j_b (e^i_a \nabla_k e^a_j - e^a_j \nabla_k e^i_a), \quad (5.19)$$

определяемые через кручение $-\Omega_{ab}^c$ геометрии $A_4(6)$ [11]

$$-\Omega_{ab}^c = e^c_i \nabla_{[a} e^i_{b]} = T^c_{[ab]}, \quad (5.20)$$

как

$$T^a_{bc} = -\Omega_{bc}^a + \eta^{ad} (\eta_{bf} \Omega_{bd}^f + \eta_{bf} \Omega_{bd}^f). \quad (5.21)$$

Соотношения (5.15), (5.18), (5.20) и (5.21) записаны в координатах слоя $a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3$. С помощью неголономной тетрады e^a_j , можно в этих соотношениях перейти к координатам базы $i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3$, например

$$\Gamma^i_{jk} = e^i_a \Gamma^a_{bc} e^b_j e^c_k. \quad (5.22)$$

Используя правило (5.22) и условия ортогональности (5.11), запишем формулы (5.15), (5.18), (5.20) и (5.21) как

$$d\chi^i_j = T^i_{jk} dx^k, \quad (5.23)$$

$$\Gamma^i_{jk} = \frac{1}{2} g^{im} (g_{jm,k} + g_{km,j} - g_{jk,m}), \quad (5.24)$$

$$\Omega^i_{jk} = -T^i_{[jk]} = -\frac{1}{2} e^i_a (\nabla_k e^a_j - \nabla_j e^a_k) = e^i_a \nabla_{[j} e^a_{k]}, \quad (5.25)$$

$$T^i_{jk} = -\Omega^i_{jk} + g^{im} (g_{js} \Omega^s_{mk} + g_{ks} \Omega^s_{mj}). \quad (5.26)$$

В координатах базы связность пространства абсолютного параллелизма $A_4(6)$ имеет вид

$$\Delta^i_{jk} = \Gamma^i_{jk} + T^i_{jk} = e^i_a e^a_{j,k}. \quad (5.27)$$

Образуя тензор кривизны пространства со связностью (5.27) по обычному правилу, находим

$$S^i_{jkm} = R^i_{jkm} + 2\nabla_{[k}T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k}T^s_{|j|m]} = R^i_{jkm} + P^i_{jkm} = 0, \quad (5.28)$$

где

$$R^i_{jkm} = 2\partial_{[k}\Gamma^i_{|j|m]} + 2\Gamma^i_{s[k}\Gamma^s_{|j|m]} \quad (5.29)$$

- тензор Римана, определяемый через символы Кристоффеля (5.24) и

$$P^i_{jkm} = 2\nabla_{[k}T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k}T^s_{|j|m]} \quad (5.30)$$

- тензор кривизны Риччи, определяемы через коэффициенты вращения Риччи (5.26). Из (5.28) следует, что сумма тензора Римана (5.29) и тензора Риччи (5.30) равна нулю, что и является аналитическим определением геометрии абсолютного параллелизма [41].

Тензор Римана R^i_{jkm} удовлетворяет первому и второму тождествам Бианки [11]

$$R^{...i}_{[jkm]} = 2\nabla^*_{[j}\Omega^{..i}_{km]} + 4\Omega^{..n}_{[jk}\Omega^{..i}_{m]n} = 0, \quad (5.31)$$

$$\nabla_{[p}R^i_{jk]m} = 0, \quad \nabla^*_{[p}P^i_{jk]m} = 0. \quad (5.32)$$

Здесь ковариантная производная ∇_k берется относительно символов Кристоффеля Γ^i_{jk} , а ∇^*_p относительно связности абсолютного параллелизма $\Delta^i_{jk} = \Gamma^i_{jk} + T^i_{jk}$. Из соотношения (5.28) следует $R^i_{jkm} = -P^i_{jkm}$, что позволяют написать тождества Бианки (5.32) как $\nabla^*_{[p}R^i_{jk]m} = 0$

5.3. Геометрия пространство событий $A_4(6)$ и ее структурные уравнения Картана

В дифференциальной геометрии существует два подхода:

- 1) традиционный подход Римана, когда на многообразии координат задается метрический тензор g_{jk} , определяющий связность Γ^i_{jk} через которую вычисляется риманова кривизна пространства R^i_{jkm} [41];
- 2) групповой (алгебраический) подход в духе Эрлангенская программы Ф. Клейна [29], когда задается группа и уравнения Маурера этой группы, которые совпадают со структурными уравнениями Картана данной геометрии [30, 117].

В нашем случае исходная группа представляет собой полупрямое произведение $T_4 \rtimes O(3.1)$ группы трансляций T_4 , действующей многообразии трансляционных координат x, y, z, ct , на группу вращений $O(3.1)$, действующей на многообразии неголономных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$.

Используя групповой подход Маурера-Картана для вывода структурных уравнений Картана геометрии $A_4(6)$, введем 1- формы тетрады e^a и связности абсолютного параллелизма $\Delta^a_{bm} = \Gamma^a_b + T^a_b = T^a_b$ [11]:

$$e^a = e^a_m dx^m, \quad (5.33)$$

$$\Delta^a_b = \Delta^a_{bm} dx^m. \quad (5.34)$$

Вычисляя внешние дифференциалы от e^a и Δ^a_b и учитывая абсолютный параллелизм геометрии $A_4(6)$, т.е.

$$de^a = d(e^a_m dx^m) = 0, \quad (5.35)$$

$$d\Delta^a_b = d(\Delta^a_{bm} dx^m) = 0, \quad (5.36)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3,$$

получаем из соотношений (5.35) первые, а из (5.36), вторые структурные уравнения Картана геометрии $A_4(6)$ виде [11]

$$de^a + e^b \wedge T^a_b = 0, \quad (A)$$

$$R^a_b + dT^a_b - T^c_b \wedge T^a_c = 0, \quad (B)$$

где знак \wedge означает внешнее произведение, например, $e^a \wedge e^b = e^a e^b - e^b e^a$.

Уравнения (A), (B) могут быть переписаны в смешенных (матричных) индексах как [11]

$$\nabla_{[k} e^a_{m]} + e^b_{[k} T^a_{|b|m]} = 0, \quad (Am)$$

$$R^a_{bkm} + 2\nabla_{[k} T^a_{|b|m]} + 2T^a_{c[k} T^c_{|b|m]} = 0. \quad (Bm)$$

Переходя от матричных индексов к координатным, имеем [11]

$$\nabla_{[k} e^a_{j]} + T^i_{[k j]} e^a_i = 0, \quad (A)$$

$$R^i_{jkm} + 2\nabla_{[k} T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k} T^s_{|j|m]} = 0, \quad (B)$$

Сравнивая уравнения (A) с (5.20), мы видим, что уравнения (A) являются определением кручения Ω^i_{jk} геометрии $A_4(6)$. Сравнение уравнений (B) с уравнениями (5.28) показывает, что уравнения (B) представляет собой определение тензора кривизны S^i_{jkm} геометрии абсолютного параллелизма $A_4(6)$.

В качестве независимых переменных в уравнениях (A), (B) выступают компоненты тетрады e^a_m , компоненты коэффициентов вращения Риччи T^i_{jk} и компоненты тензора римановой кривизны R^i_{jkm} . Примеры решений уравнений (A), (B) представлены в математической части книги [11].

5.4. Уравнения движения 4D ориентируемой материальной точки

Разделив левую часть соотношения (5.23) на ds , получаем выражение для угловой скорости вращения 4D ориентируемой материальной точки

$$\Omega^i_j = \frac{d\chi^i_j}{ds} = T^i_{jk} \frac{dx^k}{ds} = \frac{De^i_a}{ds} e^a_j, \quad (5.37)$$

где матрица угловой скорости вращения Ω^i_j определяется соотношением (3.47).

Умножая (5.37) слева на e^j_a и раскрывая абсолютный дифференциал D , получаем уравнения движения (3.32)

$$\frac{de^i_a}{ds} + \Gamma^i_{jk} e^j_a \frac{dx^k}{ds} + T^i_{jk} e^j_a \frac{dx^k}{ds} = 0, \quad (5.38)$$

которые описывают в новой механике динамику ориентируемой материальной точки [11]. Эти уравнения можно рассматривать как *релятивистское обобщение 3D уравнений Эйлера*, записанных в 4D вращающейся системе отсчета, связанной с твердым телом, размеры которого устремлены к нулю. Действительно, уравнения (5.38) распадаются на систему уравнений (3.33) и (3.34). Выбирая вектор e^0_i = касательным к траектории движения, получаем из (5.38) поступательные уравнения движения центра масс

$$m \frac{d^2 x^i}{ds^2} + m \Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} + m T^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0, \quad \frac{dx^i}{ds} = e^i_{0}, \quad (5.39)$$

при этом трехмерная часть уравнений (5.39) по локальным индексам описывает вращение в псевдоевклидовых углах $\theta_1, \theta_2, \theta_3$. С другой стороны, уравнения (3.34) представляют собой 4D обобщение уравнений (5.9) и описывают вращение ориентируемой точки в пространственных углах $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$.

В доказательство физического смысла величин, входящих в уравнения (5.39), воспользуемся решением (3.16)-(3.18) структурных уравнений Картана (A), (B) геометрии $A_4(6)$, для которых справедливы вакуумные уравнения Эйнштейна $R_{jm} = 0$. Одним из таких решений оказывается решение Шварцшильда [11] с метрикой

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2\varphi_N}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{2\varphi_N}{c^2}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (5.40)$$

где $\varphi_N = -MG/r$ – фундаментальный потенциал Ньютона. В слабых гравитационных полях и в нерелятивистском приближении, можно считать, что для метрики Шварцшильда (5.40) выполняются соотношения

$$\frac{2\varphi_N}{c^2} \ll 1, \quad g_{ik} \approx \eta_{ik} = \text{diag}(1 - 1 - 1 - 1), \quad ds \approx ds_0 = cdt \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}, \quad (5.41)$$

$$R^i_{jkm} \approx 0, \quad e^{(0)}_0 \approx \left(1 + \frac{\varphi_N}{c^2}\right), \quad e^{(1)}_1 = e^{(2)}_2 = e^{(3)}_3 = \left(1 - \frac{\varphi_N}{c^2}\right), \quad \frac{v^2}{c^2} \ll 1. \quad (5.42)$$

Используя эти условия и матрицу (3.47), получим для 3D части уравнений (5.39) нерелятивистские уравнения

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} - m\vec{W} - 2m[\vec{\omega}\vec{v}'], \quad (5.43)$$

где $U = -mMG/r$ - ньютоновская потенциальная энергия, а $-m\vec{W}$ и $-2m[\vec{\omega}\vec{v}']$ - силы инерции, порожденные полем инерции T^i_{jk} .

Следствием Всеобщего принципа относительности является *полный отказ от инерциальных систем отсчета*. В природе существуют только ускоренные (квази)инерциальные системы), ускорение которых пренебрежимо мало. Из уравнений (5.38) следует, что *любое ускоренное движение следует рассматривать как вращение*. Первым высказал гипотезу о том, что все в этом мире вращается, был Рене Декарт. В честь этого великого мыслителя, механика, основанная на Всеобщем принципе относительности, *была названа механикой Декарта* [16].

Основываясь на приведенном выше анализе уравнений движения (5.38), мы опять убеждаемся, что поле T^i_{jk} является полем инерции, которое порождается кручением Ω^i_{jk} пространства абсолютного параллелизма $A_4(6)$.

5.5. Релятивизм и развитие представлений о Физическом Вакууме (Эфире)

Если обратиться к истории, то представление о Физическом Вакууме относится к древнейшим знаниям человечества. Ещё 5 тысяч лет назад в Упанишадах упоминается разговор между Учителем и учеником в виде следующего диалога: «Каков источник этого Мира ?, спрашивает ученик – Пространство, ответил тот. Поистине все эти существа выходят из пространства и возвращаются в пространство, ибо пространство больше их, пространство - последнее их прибежище [118] ». Именно так происходит процесс рождения и уничтожения элементарных частиц из Физического Вакуума в современной квантовой теории поля.



Будда

В XI веке возникло учение Будды, согласно которому Реальность (Мир) состоит из 5 уровней:

Учение Будды

Пустота - Акаша
Пламя
Воздух
Вода
Земля

Уровни Реальности



Современная физика

Физический Вакуум
Плазма
Газ
Жидкость
Твердое тело

ней: Пустота (или Акаша), Пламя, Воздух, Вода и Земля. В современной науке им соответствуют: Физический Вакуум, Плазма (или элементарные частицы), Газ, Жидкость, Твердое тело. Источником всех 4х нижележащих уровней является уровень 5, т.е. Пустота или Физический Вакуум в современном представлении. Спустя 9 веков в XVI веке, примерно за 100 лет до Ньютона, итальянский философ Ф. Патрици приходит к следующему представлению о Реальности: «Итак, пространство есть то, что было прежде Мира и будет после него, что стоит во главе Мира, из него исходит и, наконец, обращается в нечто... Разве тогда не является субстанцией? Если субстанция – то, что лежит в основе, то пространство и есть скорее всего сущность [119]».

При зарождении современной науки эти представления вызвали дискуссию между И. Ньютоном и Г. Лейбницом. Точка зрения И. Ньютона состояла в том, что пространство является инструментом Бога. Оно абсолютно и существует независимо от материи. Г. Лейбниц ему возражал в духе современного понимания пространства, полагая, что *пространство относительно* и мыслится как отношения между материальными объектами.



Готтфрид Лейбниц

Ниже будет показано, что оба гения оказались правы, поскольку в теории Физического Вакуума возникает понятие Бога, который создает пространство и материю, рожденную из пространства, о которой говорит Г. Лейбниц. Уточнить высказывание И. Ньютона необходимо в том, что в Реальности, скорее всего, не существует абсолютно независимых объектов, поскольку между Богом и созданным им Мирами разного уровня материальности должны существовать причинно-следственные связи для общения со своим созданием.

Пожалуй, первое аналитическое проявление Физического Вакуума связывают с уравнениями Максвелла (1.75), (1.76). Действительно, в эти уравнения входит скорость света

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}, \quad (5.44)$$

где ϵ_0 и μ_0 - диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума (эфира) соответственно. В 1863 Джеймс Максвелл показал, что свет представляет собой электромагнитные волны, которые, как любые волны также должен распространяться в физической среде. Эта среда была названа Эфиром. Однако, специальные эксперименты, проведенные А. Майкельсоном и Э. Морли в 1887 году, эфира не обнаружили. При создании специальной теории относительности А. Эйнштейн возвел отрицательный результат эксперимента в фундаментальный принцип природы: эфир не существует и скорость света (5.44) постоянна, независима от движения источника или наблюдателя. Но после создания общей теории относительности в 1920 году он пишет, что есть эфир – Физический Вакуум, обладающий свойствами эластичности и это доказывает решение вакуумных уравнений Эйнштейна $R_{jk} = 0$ (решение Шварцшильда (3.22)), проверенное экспериментально.



Джеймс
Максвелл

Нарушение закона Ньютона в нерелятивистской теории гравитации Ньютона и релятивистской теории Эйнштейна было обнаружено в 1933 году [120, 121]. Оказалось, что движение звезд вокруг центра галактик хорошо описывается теорией гравитации Ньютона-Эйнштейна только при движении звезд не слишком далеко от центра галактики. Наблюдаемое в галактиках отклонение траекторий массивных тел от траекторий, вычисленных по нерелятивистской теории гравитации Ньютона, объясняется существованием дополнительной массы. Однако, до сих пор эта добавочная масса не наблюдается, поэтому ее предполагаемое существование и было названо загадочным термином - «темная материя». Большинство теоретиков темная материя рассматривается как гравитационный эффект в теории гравитационного поля, более общей, чем теории гравитации Ньютона и Эйнштейна. Одним из предполагаемых кандидатов на роль темной энергии является вакуум, плотность энергии которого остается неизменной в процессе расширения Вселенной. Энергия вакуума, если она положительна, имеет как раз те свойства, которыми должна обладать темная энергия: однородность в пространстве и постоянство во времени. Если предположить, что темная энергия представляет собой чисто гравитационный эффект более общей теории гравитации, то естественно искать такие решения уравнений обобщенной теории, которые на относительно малых расстояниях давали результаты теории гравитации Ньютон-Эйнштейна и, одновременно, описывали бы эффекты, порождаемые темной материей и темной энергией. Заметим, что таким свойством обладают уравнения (B.1) с геометризированным тензором энергии-импульса вида

$$R_{ik} - \frac{g_{ik}R}{2} = -\Lambda g_{ik}, \quad \Lambda = const, \quad (5.45)$$

где тензор (3.6) имеет вид $T_{ik} = -\Lambda g_{ik}$. Общее решение уравнений вида (5.45), обобщающее решение Шварцшильда [37], было впервые получено в 1917 году голландским математиком В. де Ситтером [122] в виде метрики

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r} - \frac{\Lambda r^2}{3}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{r_g}{r} - \frac{\Lambda r^2}{3}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (5.46)$$

Из метрики (5.46) находим следующий вид центрально симметричного потенциала галактики, обобщающий потенциал Ньютона

$$V = -\frac{c^2}{2} \left(\frac{r_g}{r} + \frac{\Lambda r^2}{3} \right). \quad (5.47)$$

Чтобы плотность материи, порождающая потенциал (5.47), была положительна, необходимо выбрать $\Lambda < 0$. Полагая $\Lambda = 0$, получим из уравнений (B.1) вакуумные уравнения Эйнштейна $R_{ik} = 0$, при этом метрика (5.46) переходит в метрику Шварцшильда. В этом случае $r_g = \frac{2MG}{c^2}$, где M - центральная масса галактики. В (квази)инерциальной системе отсчета наблюдатель, производя наблюдения за космическими объектами, видит их движения как движение пробных масс во внешнем гравитационном поле решения (5.46) под действием гравитационного потенциала центрального тела M (ньютоновская часть воздействия) и «мега- кваркового» потенциала

$$V = -\frac{c^2}{2} \frac{\Lambda r^2}{3}, \quad \Lambda < 0, \quad (5.48)$$

растущего с увеличением расстояния от центрального тела. На рис.3 представлен качественный анализ влияния мега-кварковой добавки $-\frac{\Lambda c^2 r^2}{6}$, к потенциалу Ньютона, приводящая к эффектам, которые получили название «темная материя» и «темная энергия». Для наглядности, масштабы на рис.3 были сознательно деформированы, поскольку в реальных масштабах расстояния в зонах 1, 2 и 3 отличаются на порядки. В зоне 1 мега-кварковый потенциал $-\frac{\Lambda c^2 r^2}{6}$, пренебрежимо мал, поскольку $\Lambda \approx 1/R_0^2 \approx 10^{-56} (m)^{-2}$, где $R_0 \approx 10^{26 \div 30} m$ - радиус Вселенной. Поэтому в зоне 1 потенциал Ньютона с большой точностью описывает движение массивных образований. В зоне 2 начинает действовать мега-кварковый потенциал $-\frac{\Lambda c^2 r^2}{6}$, при этом ньютоновские траектории изменяются таким образом,

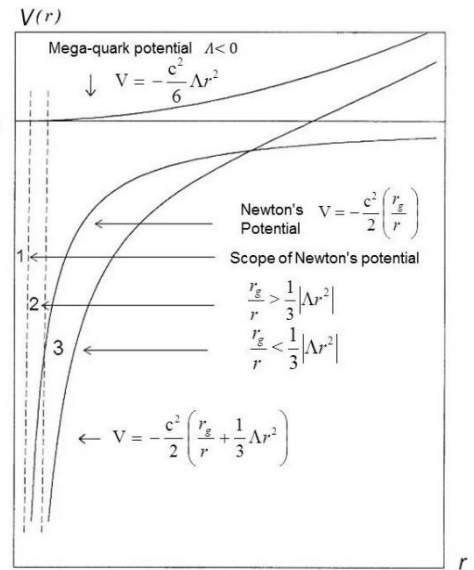


Рис. 3. Графики гравитационного потенциала взаимодействия решения (5.46)

что линейные скорости массивных тел почти не меняются с увеличением расстояния до центральной массы. Наконец, в зоне 3 действие мега-кваркового потенциала $-\frac{\Lambda c^2 r^2}{6}$, становится настолько значительным, что порожденные им силы отталкивания перебарывают ньютоновское притяжение и массивные системы начинают разбегаться от центра, причем с ускорением, что и подтверждают космологические наблюдения.

Уравнения (5.45) представляют собой частный случай уравнений (B.1), которые сами являются обобщением вакуумных уравнений Эйнштейна $R_{ik} = 0$. Как и вакуумные уравнения Эйнштейна, уравнения (B.1) не содержат никаких произвольных констант и поэтому сами являются вакуумными уравнениями, хотя их правая часть содержит отличный от нуля

тензор энергии-импульса материи. Их по праву можно называть уравнениями Физического Вакуума.

Еще больше аналитических и экспериментальных доказательств существования Физического Вакуума появилось после создания квантовой электродинамики. Оказалось, что решение уравнение Шредингера содержит энергию Маделунга (2.40), которая явно отсутствует в самом уравнении. При решении уравнении Шредингера для квантового осциллятора эта энергия получила название энергии «нулевых колебаний вакуума». Теоретический расчет полной энергии вакуумных колебаний $E_{vac} = \hbar\omega/2$ при суммировании по всем частотам дает бесконечно большое значение этой энергии в каждой точке пространства. На самом деле энергия Физического Вакуума велика, но не бесконечна. Если использовать космологические данные, связанные с темной материей и темной энергией и рассматривать их как «невидимую» энергию Физического Вакуума, описываемую потенциалом (5.48), то получается следующая оценка (см. рис. 4) для энергии Физического Вакуума и других материальных объектов во Вселенной

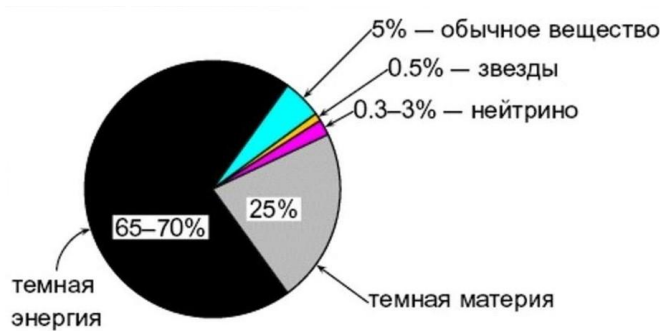


Рис.4. Распределение энергетического ресурса Вселенной

Наблюдаемое доказательство существования нулевых колебаний вакуума проявляется в лэмбовском сдвиге уровней атома водорода [122] и эффекте Казимира [123]. Все теоретические работы наблюдаемых эффектов проделаны в рамках квантовой электродинамики, и, как считает большинство современных теоретиков, квантовая электродинамика – самая точная теория, известная человечеству, предсказывающая измерения с точностью до девятого знака после запятой. Однако создатель квантовой электродинамики П. Дирак с этим не согласен [54].

Большую роль с современной теории элементарных частиц (в Стандартной модели) играет модель «спонтанного нарушения симметрии вакуума», которая позволяет описывать превращение одних частиц (например, безмассовых) в другие (массивные). Уравнения этой модели, так же как уравнения любой квантовой теории, носят конструктивный характер и, фактически, введены в теорию «руками». Подобно уравнениям Гейзенберга (4.6), уравнения, описывающие спонтанное нарушение симметрии вакуума, нелинейны и содержат нелинейный по скалярному полю φ член порядка φ^3 .

Подводя итог по использованию представлений о Физическом Вакууме (эфире) в современной теоретической физике как в релятивистской теории относительности, так и в квантовой теории мы приходим к выводу, что:

- Физический Вакуум – это постоянно развивающийся объект теоретических и экспериментальных исследований.
- В релятивистской физике Физический Вакуум представляет собой пространство, обладающее упругими свойствами.
- Содержит ненулевую плотность энергии, которая составляет ~95% энергии Вселенной.
- В квантовой физике Физический Вакуум проявляется как бурлящее море виртуальных частиц.
- Спонтанное нарушение симметрии Физического Вакуума приводит к рождению реальных частиц к их взаимному превращению.

Ну и самый главный вывод состоит в том, что изучение свойств Физического Вакуума в настоящее время оказывается самой горячей (топовой) проблемой теоретической физики. К этому выводу автор пришел в конце 80х годов прошлого века, что, в конечном счете, заложило основы новой научной программы – теории Физического Вакуума, основанной на Всеобщем принципе относительности. Эта теория была найдена на пути создания Единой Теории Поля, выдвинутой А. Эйнштейном, и её исходной точкой явилось дальнейшее развитие теории относительности Эйнштейна, а не квантовая теория материи. Опираясь на работы М. Кармели [97-101], профессора кафедры теоретической физики университета Бен Гурион (Израиль), в 1984 я предложил уравнения Физического Вакуума, записанные в спинорном базисе [124]

$$\nabla_{[k}\sigma^{i]} - T_{[k}\sigma^{i]} - \sigma^{[i}T^+_{k]} = 0, \quad (A^S)$$

$$R_{kn} + 2\nabla_{[k}T_{n]} - [T_k, T_n] = 0, \quad (B^{S+})$$

$$R^+_{kn} + 2\nabla_{[k}T^+_{n]} - [T^+_k, T^+_n] = 0, \quad (B^{S-})$$

$$i, k, n \dots = 0, 1, 2, 3.$$

В такой записи уравнения содержат спинорные матрицы Пенроуза $\sigma^i_{A\dot{B}}$ (спинорные индексы $A = 0, 1, \dot{B} = \dot{0}, \dot{1}$ в уравнениях (A) и (B) опущены), обобщающие матрицы Паули на случай искривленного и закрученного пространства. $R_{ACKn}, R^+_{\dot{B}\dot{D}kn}$ - это спинорные матрицы римановой кривизны (знак + означает эрмитово сопряжение), $T_{kCE}, T^+_{k\dot{B}\dot{D}}$ - спинорные матрицы Кармели поля инерции (тензора конторсии пространства абсолютного параллелизма $A_4(6)$). Математически уравнения (A) и (B) представляют собой первые (уравнения (A)) и вторые (уравнения (B)) структурные уравнения Картана геометрии абсолютного параллелизма $A_4(6)$. Наконец, в 1987-1988 годах были опубликованы две монографии [125, 126], где изложены физические принципы [125] и математический аппарат [126] теории Физического Вакуума, основанной на Всеобщем принципе относительности.



ИПНГ АН СССР
1988

Всякое фундаментальное обобщение уже признанной фундаментальной физической теории всегда сопровождается обобщением уравнений механики. Именно это произошло и при создании теории Физического Вакуума, когда новая теория опирается на неголономную механику Декарта [16], в которой все движения материи сводятся к вращению и

которая утверждает, что «в мире ничего не происходит, кроме изменения кривизны и кручения пространства».

На рис.5 представлено сравнение двух научных парадигм в теоретической физике. Справа на рис. 5 представлена общепринятая научная парадигма, которая основана на понятии несуществующей в природе инерциальной системы отсчета и в которой основным элементарным объектом является идеализированное понятие «материальная точка», которая в природе также не наблюдается. Тем не менее, несмотря на очень идеализированные понятия инерциальной системы отсчета и материальной точки, начиная с фундаментальной теории - механики Ньютона, мы научились достаточно успешно описывать огромное количество экспериментов и практически применять эту механику. Раздел между двумя парадигмами на рис.5 обозначен двойной прерывистой линией. Напомним, что мы определили фундаментальную теорию (считая, что вся современная физика – это теория поля) как теорию, описывающую три фундаментальных поля -гравитационное, электромагнитное и поле инерции, данных нам в ощущениях. На рис. 5 фундаментальные теории окрашены в фиолетовый цвет, а фундаментальные эксперименты в голубой. В самом краю левой части рис. 5 цифрами обозначены количество лет, прошедших со времени принципиального решения проблем Эйнштейна и дальнейших шагов по развитию фундаментальной физики – физики трех фундаментальных полей: гравитационного, электромагнитного и поля инерции. Среди фундаментальных экспериментов отметим эксперимент Саньяка и эксперименты Н. Тесла, которые до сих пор не имеют однозначного объяснения, о чем будет подробнее сказано ниже. Что касается квантовых экспериментов, то для их описания (но не объяснения)



Рис. 5. Две научные парадигмы

была создана конструктивная квантовая теория Планка-Эйнштейна-Бора-де Бройля, Шредингера, обладающая целым рядом недостатков и, по мнению ведущих физиков, таких как А. Эйнштейн, Л. де Бройль, Р. Фейнман, Луи де Бройль, М. Гелл-Манн, П. Дирак, неполна и требует модернизации. Вот что пишет создатель теории кварков М. Гелл-Манн в работе [127]: «Квантовая механика, это полная загадок и парадоксов дисциплина, которую мы не понимаем до конца, но умеем применять».

Годом распутия в теоретической физике можно считать 1913 год, когда начинается осознанное развитие физики по двум направлениям: 1) традиционная классическая физика с уравнениями, в которых все величины имеют ясную однозначную физическую интерпретацию; 2) квантовая физика, уравнения которой содержат величины, не наблюдаемые в эксперименте (например, волновая функция ψ размерности $\sqrt{l^3}$, где l – длина) и имеют конструктивную природу, порождая до сих пор её многочисленные интерпретации. С другой стороны, эксперименты Э. Резерфорда обнаружили отклонение от фундаментального закона Кулона при упругом рассеянии α -частиц на ядрах золота [128]. Поскольку фундаментальных уравнений для описания короткодействующих добавок к потенциалу Кулона в то время не существовало, то физики стали писать «от руки» такие добавки, содержащие подгоночные параметры (от одного до нескольких) [129]. Таким образом, физики отошли от фундаментального описания наблюдаемых явлений в области микромира и перешли к созданию феноменологических теорий таких, как теория ядерных сил [130], слабых взаимодействий [131] и электромагнитных формфакторов [132, 133]. В результате была создана Стандартная модель, которая, с одной стороны, использует конструктивную квантовую теорию поля, квантуя перечисленные выше феноменологические теории. Полученная таким методом конструктивно-феноменологическая теория элементарных частиц – Стандартная модель [134], по мнению А. Эйнштейна, бессодержательна, поскольку феноменологические теории постоянно приспособляются к новым наблюдаемым данным, а не предсказывают их, как это имеет место в случае фундаментальной теории. Что касается конструктивной теории струн, то её физическое обоснование полностью базируется на конструктивной квантовой теории, которая по мнению А. Эйнштейна, не может быть исходной точкой для развития будущей физики. Мне представляется, что Стандартная модель и теория струн являются тупиковыми направлениями развития физики, которые принимаются физиками как временный выход из создавшегося в физике кризисного состояния, а именно, из-за отсутствия в современной физике фундаментальной теории для описания огромного числа наблюдаемых данных в микромире и других разделах физики. Выход из кризиса возможен, если перейти на новую научную парадигму- теорию Физического Вакуума, при этом надо: а) *отказаться от понятия инерциальной системы отсчет* и б) *ввести в физику понятие ориентированной материальной точки* (см. рис. 5).

6. Неголономная механика Физического Вакуума

История развития физики показывает, что каждое фундаментальное обобщение физики сопровождается обобщением механики, поскольку механика была и остается основой все физики. Это в полной мере относится и к неголономной механике, о которой речь пойдет ниже, и которая находится в соответствии со всеми предыдущими механиками (см. рис. 6) при условиях:

1. Ускоренные системы, в которых сформулирована неголономная механика переходят в квазиинерциальные.

2. Ориентируемая материальная точка переходит в материальную точку.
3. Поля, из которых состоит изучаемый объект, становятся слабыми.

Неголономная нерелятивистская механика определяется в нашем случае как механика, уравнения которой, совпадают со структурными уравнениями Картана геометрии $A_3(3)$, заданными на расслоенном бти мерном координатном многообразии, образованным $3m\alpha$ неголономными вращательными координатами $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ (координаты слоя) и $3m\alpha$ голономными координатами базы x_1, x_2, x_3 . Соответственно уравнения релятивистской неголономной механики совпадают со структурными уравнениями Картана геометрии $A_4(6)$, которые заданы на 10ти мерном координатном многообразии, образованным бтью неголономными вращательными координатами слоя $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ и $4m\alpha$ голономными координатами базы x_1, x_2, x_3, ct .

На рис. 5 слева представлены фундаментальные обобщения механики Ньютона и её модификации, а справа конструктивные (квантовые) обобщения механики.

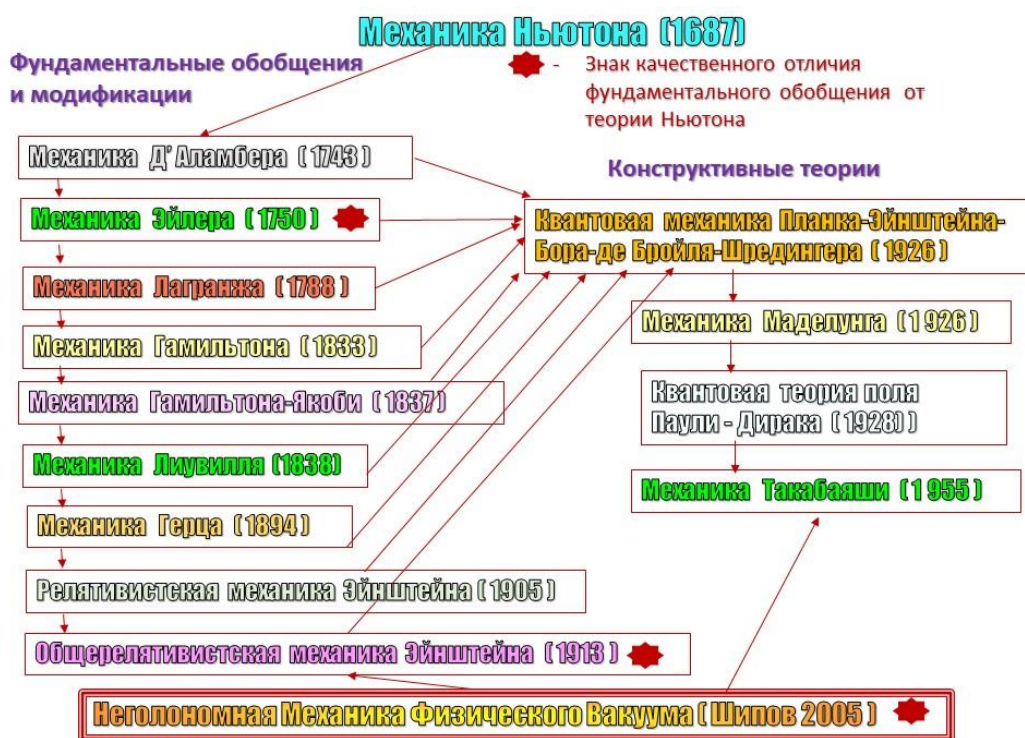


Рис.6. Механика Ньютона, её обобщения и модификации

На рис. 6 все обобщения представлены в хронологическом порядке. Восьмиконечной звездой обозначены фундаментальные обобщения, которые принципиально отличаются от механики Ньютона. Принципиальное обобщение отличается тем, оно не существует физического параметра, обращая который в нуль, мы получаем механику Ньютона. Например, теория гравитации Эйнштейна ни по какому параметру не переходит в теорию гравитации Ньютона. В случае малой кривизны пространства, уравнения теории Эйнштейна приводят к уравнениям, подобным уравнениям теории гравитации Ньютона, которые не эквивалентны уравнениям Ньютона. Точно также, уравнения общерелятивистской электродинамики с тензорным потенциалом (1.89), (1.87) не переходят в уравнения электродинамики Максвелла-Лоренца ни по какому параметру, а в случае слабых полей и в

нерелятивистском приближении принимают вид уравнений Максвелла-Лоренца, при этом кривизна пространства событий электродинамики отлична от нуля.

Такую же ситуацию мы имеем для неголономной механики Физического Вакуума – механики Декарта [16] (названа в 2005 году в честь великого ученого, поскольку в ней все виды движения сводятся к вращению). Эта механика не переходит ни в одну из существующих ранее механик, а представляет их принципиальное обобщение и при различных видах упрощения, при этом её уравнения переходят в уравнения, подобные уравнениям уже существующих механик.

Ниже приведены различные виды записи уравнений неголономной механики Физического Вакуума.

6.1. Уравнения «Всего» как структурные уравнения Картана геометрии $A_4(6)$

Конечно, слово «Всего» означает совокупность обозримых фундаментальных физических знаний, имеющихся на сегодняшний день. Это не должно ограничивать любого исследователя, который попытается расширить рамки представленной здесь теории, поскольку любые человеческие знания не имеют предела и оказываются, как показывает история науки, временно верными.

Модель Реальности (модель «Всего»), которая представлена в настоящей работе, описывает одними и теми же уравнениями три фундаментальных физических поля – гравитационное, электромагнитное и поле инерции. Эти же уравнения мы будем называть уравнениями теории Физического Вакуума, и их же мы называем уравнениями неголономной механики Физического Вакуума. Соответственно, при различных предположениях, из уравнений Физического Вакуума мы будем получать решения, которые описывают все физические объекты классические и квантовые, используя при этом только фундаментальные поля -гравитационное, электромагнитное и объединяющее их поле инерции.



Таиланд 2004



Соответственно, при различных предположениях, из уравнений Физического Вакуума мы будем получать решения, которые описывают все физические объекты классические и квантовые, используя при этом только фундаментальные поля -гравитационное, электромагнитное и объединяющее их поле инерции.

Впервые неголономная механика Физического Вакуума была представлена на международной конференции в Бельгии в 2005 году [16] и была отмечена организаторами конференции вручением сертификата.

Самый простой способ формального вывода уравнений неголономной механики, записанных в векторном базисе, можно сделать используя 1- формы тетрады $e^a = e^a_m dx^m$, и поля инерции $T^a_b = T^a_{bm} dx^m$. Вычисляя внешние дифференциалы от e^a и T_b и учитывая абсолютный параллелизм геометрии $A_4(6)$, получаем первые и вторые структурные уравнения Картана геометрии $A_4(6)$ в виде [11]

$$de^a + e^b \wedge T^a_b = 0, \quad (6.1)$$

$$R^a_b + dT^a_b - T^c_b \wedge T^a_c = 0, \quad (6.2)$$

$$a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3,$$

где знак \wedge означает внешнее произведение, например, $e^a \wedge e^b = e^a e^b - e^b e^a$.

Уравнения (6.1), (6.2) могут быть переписаны в смешенных (матричных) индексах как

$$\nabla_{[k} e^a_{m]} + e^b_{[k} T^a_{|b|m]} = 0, \quad (6.3)$$

$$R^a_{bkm} + 2\nabla_{[k} T^a_{|b|m]} + 2T^a_{c[k} T^c_{|b|m]} = 0. \quad (6.4)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3.$$

В координатных индексах $i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3$, уравнения (6.3) и (6.4) принимают вид [11]

$$\nabla_{[k} e^a_{j]} + T^i_{[k j]} e^a_i = 0, \quad (6.5)$$

$$R^i_{jkm} + 2\nabla_{[k} T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k} T^s_{|j|m]} = 0, \quad (6.6)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3.$$

Напомним, что уравнения (6.5) определяют кручение Ω^i_{km} геометрии $A_4(6)$, а уравнения (6.6) – тензор кривизны $S^i_{jkm} = 0$ геометрии $A_4(6)$.

Используем разложение тензора Римана R_{ijklm} на неприводимые части [41]

$$R_{ijklm} = C_{ijklm} + g_{i[k} R_{m]j} + g_{j[k} R_{m]i} + R g_{i[m} g_{k]j} / 3. \quad (6.7)$$

Подставляя это соотношение в уравнения (6.6), представим уравнения (6.5), (6.6) в виде расширенной полностью геометризированной системы уравнений Эйнштейна-Янга-Миллса [11]

$$\nabla_{[k} e^a_{j]} + T^i_{[k j]} e^a_i = 0, \quad (6.8)$$

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \nu T_{ik}, \quad (6.9)$$

$$C^i_{jkm} + 2\nabla_{[k} T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k} T^s_{|j|m]} = -\nu J^i_{jkm}, \quad (6.10)$$

в которых тензор энергии-импульса T_{ik} и тензор тока J^i_{jkm} определяются соотношениями (3.6) и (3.15).

6.2. Уравнения Физического Вакуума в спинорном базисе

В спинорном базисе система структурных уравнений Картана (6.1)-(6.10) становится комплексной. Существует три основных вида спинорных базисов: 1) Γ -базис, образованный символами Инфельда-Ван-дер-Вардена $\sigma^i_{\alpha\dot{\beta}}$ ($\alpha, \beta \dots = 0, 1, \dot{\alpha}, \dot{\beta} \dots = \dot{0}, \dot{1}$); 2) Δ -дельта базис, образованный символами Ньюмена-Пенроуза $\sigma^i_{A\dot{B}}$ ($A, B \dots = 0, 1, \dot{B}, \dot{D} \dots = \dot{0}, \dot{1}$); 3) спинорный диадный базис ξ^α_A , связывающий $\sigma^i_{\alpha\dot{\beta}}$ и $\sigma^i_{A\dot{B}}$ базисы [11]

$$\sigma^i_{A\dot{B}} = \sigma^i_{\alpha\dot{\beta}} \xi^\alpha_A \bar{\xi}^{\dot{\beta}}_{\dot{B}}. \quad (6.11)$$

С компонентами спинорной диады связаны двухкомпонентные спиноры σ^α и ι^α

$$\xi_0^\alpha = o^\alpha, \quad \xi_1^\alpha = l^\alpha, \quad \bar{\xi}_0^\alpha = \bar{o}^\alpha, \quad \bar{\xi}_1^\alpha = \bar{l}^\alpha, \quad (6.12)$$

$$\alpha, \beta \dots = 0, 1, \quad \dot{\alpha}, \dot{\beta} \dots = \dot{0}, \dot{1}.$$

В традиционной квантовой электродинамике спиноры o^α и l^α представляют собой спиноры Дирака (2.57). В нашем случае спиноры (6.8) связаны неголономной тетрадой e_i^a соотношениями (2.59)-(2.62). Используя спинорные базисы можно представить уравнения Физического Вакуума (6.1)-(6.10) в спинорном виде. Впервые это было сделано в 1962 году Э. Ньюменом и Р. Пенроузом в работе [75]. Э. Ньюмен и Р. Пенроуз предложили систему нелинейных спинорных уравнений, которая оказалась очень эффективной для поиска новых решений уравнений Эйнштейна. В работе автора [11] было доказано, что структурные уравнения Картана (6.1) - (6.10) геометрии $A_4(6)$ при их записи в спинорном Δ -базисе $\sigma^i_{C\dot{D}}$ совпадают с уравнениями формализма Ньюмена-Пенроуза и имеют вид

$$\partial_{A\dot{B}}\sigma^i_{C\dot{D}} - \partial_{C\dot{D}}\sigma^i_{A\dot{B}} = \varepsilon^{PQ}(T_{PAC\dot{D}}\sigma^i_{Q\dot{B}} - T_{PCAB}\sigma^i_{Q\dot{D}}) + \varepsilon^{\dot{R}\dot{S}}(\bar{T}_{\dot{R}\dot{B}\dot{D}C}\sigma^i_{A\dot{S}} - \bar{T}_{\dot{R}\dot{D}\dot{B}A}\sigma^i_{C\dot{S}}), \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned} & \Psi_{ACDF}\varepsilon_{\dot{E}\dot{B}} + \Phi_{AC\dot{B}\dot{E}}\varepsilon_{FD} + \Lambda\varepsilon_{\dot{E}\dot{B}}(\varepsilon_{CD}\varepsilon_{AF} + \varepsilon_{AD}\varepsilon_{CF}) - \partial_{D\dot{B}}T_{ACF\dot{E}} + \partial_{F\dot{E}}T_{ACD\dot{B}} + \\ & + \varepsilon^{PQ}(T_{APD\dot{B}}T_{QCF\dot{E}} + T_{ACP\dot{B}}T_{QDF\dot{E}} - T_{APF\dot{E}}T_{QCDB} - T_{ACP\dot{E}}T_{QFDB}) \\ & + \varepsilon^{\dot{R}\dot{S}}(T_{ACD\dot{R}}\bar{T}_{\dot{S}\dot{B}\dot{E}F} - T_{ACF\dot{R}}\bar{T}_{\dot{S}\dot{E}\dot{B}D}) = 0, \end{aligned} \quad (6.14)$$

где $\partial_{A\dot{B}}$ – спинорная производная имеет следующие обозначения для своих компонент

$$\partial_{A\dot{B}} = A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} \dot{0} & \dot{1} \\ \bar{D} & \bar{\Delta} \end{bmatrix}}^{\dot{B}}. \quad (6.15)$$

Далее, компоненты спинорного Δ -базиса обозначены как

$$\sigma^i_{A\dot{B}} = A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} l^i = (Y^0, V, Y^2, Y^3) & m^i = (\xi^0, \omega, \xi^2, \xi^3) \\ \bar{m}^i = (\bar{\xi}^0, \bar{\omega}, \bar{\xi}^2, \bar{\xi}^3) & n^i = (X^0, U, X^2, X^3) \end{bmatrix}}^{\dot{B}}, \quad (6.16)$$

а спин-тензор $T_{APD\dot{B}}$ (матрицы Пенроуза) поля инерции имеет следующие обозначения для компонент

$$T_{ABCD} = AB \begin{pmatrix} 00 \\ 01 \\ 11 \end{pmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} \kappa & \sigma & \rho & \tau \\ \varepsilon & \beta & \alpha & \gamma \\ \pi & \mu & \lambda & \nu \end{bmatrix}}^{C\dot{D}}. \quad (6.17)$$

Неприводимые части тензора Римана (6.7) в уравнениях (6.14) – представлены спинтензорами Ψ_{ACDF} , $\Phi_{AC\dot{B}\dot{E}}$ и скаляром Λ имеют следующие обозначения для своих компонент [75]

$$\Psi_{ABCE} = AB \begin{pmatrix} 00 \\ 01 \\ 11 \end{pmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} \Psi_0 & \Psi_1 & \Psi_2 \\ - & - & \Psi_3 \\ - & - & \Psi_4 \end{bmatrix}}^{CE}, \quad (6.18)$$

$$\Phi_{ABC\dot{E}} = AB \begin{pmatrix} 00 \\ 01 \\ 11 \end{pmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} \Phi_{00} & \Phi_{01} & \Phi_{02} \\ \Phi_{10} & \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{20} & \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix}}^{\dot{C}\dot{E}}, \quad (6.19)$$

$$\Lambda = \bar{\Lambda}. \quad (6.20)$$

Используя обозначения (6.15)-(6.20), получим из (6.13) покомпонентную запись первых структурных уравнений Картана геометрии $A_4(6)$

$$\delta V - D\omega = (\bar{\alpha} + \beta - \bar{\pi})V + \kappa U - \sigma\bar{\omega} - (\bar{\rho} + \varepsilon - \bar{\varepsilon})\omega, \quad (A^s.1)$$

$$\delta Y^\alpha - D\xi^\alpha = (\bar{\alpha} + \beta - \bar{\pi})Y^\alpha + \kappa X^\alpha - \alpha\bar{\xi}^\alpha - (\bar{\rho} + \varepsilon - \bar{\varepsilon})\xi^\alpha, \quad (A^s.2)$$

$$\Delta Y^\alpha - DX^\alpha = (\gamma + \bar{\gamma})Y^\alpha + (\varepsilon + \bar{\varepsilon})X^\alpha - (\tau + \bar{\pi})\xi^\alpha - (\bar{\tau} + \pi)\bar{\xi}^\alpha, \quad (A^s.3)$$

$$\Delta C - DU = (\gamma + \bar{\gamma})V + (\varepsilon + \bar{\varepsilon})U - (\tau + \bar{\pi})\bar{\omega} - (\bar{\tau} + \pi)\omega, \quad (A^s.4)$$

$$\delta U - \Delta\omega = -\bar{\nu}V + (\tau - \bar{\alpha} - \beta)U + \bar{\lambda}\bar{\omega} + (\mu - \gamma + \bar{\gamma})\omega, \quad (A^s.5)$$

$$\delta X^\alpha - \Delta\xi^\alpha = -\bar{\nu}Y^\alpha + (\tau - \bar{\alpha} - \beta)X^\alpha + \bar{\lambda}^\alpha\bar{\xi}^\alpha + (\mu - \gamma + \bar{\gamma})\xi^\alpha, \quad (A^s.6)$$

$$\bar{\delta}\omega - \Delta\bar{\omega} = (\bar{\mu} - \mu)V + (\bar{\rho} - \rho)U - (\bar{\alpha} - \beta)\bar{\omega} - (\bar{\beta} - \alpha)\omega, \quad (A^s.7)$$

$$\bar{\delta}\xi^\alpha - \delta\bar{\xi}^\alpha = (\bar{\mu} - \mu)Y^\alpha + (\bar{\rho} - \rho)X^\alpha - (\bar{\alpha} - \beta)\bar{\xi}^\alpha - (\bar{\beta} - \alpha)\xi^\alpha, \quad (A^s.8)$$

$$\alpha = 0, 2, 3,$$

а из (6.14) покомпонентную запись вторых структурных уравнений Картана геометрии $A_4(6)$

$$(D - \rho - \varepsilon - \bar{\varepsilon})\rho - (\bar{\delta} - 3\alpha - \bar{\beta} + \pi)\kappa - \sigma\bar{\sigma} + \tau\bar{\kappa} - \Phi_{00} = 0, \quad (B^{s+}.1)$$

$$(D - \rho - \bar{\rho} - 3\varepsilon + \bar{\varepsilon})\sigma - (\delta - \tau + \bar{\pi} - \bar{\alpha} - 3\beta)\kappa - \Psi_0 = 0, \quad (B^{s+}.2)$$

$$(D - \bar{\rho} - \varepsilon + \bar{\varepsilon})\tau - (\Delta - 3\gamma - \bar{\gamma})\kappa - \rho\bar{\pi} - \sigma\bar{\tau} - \pi\sigma - \Psi_1 - \Phi_{10} = 0, \quad (B^{s+}.3)$$

$$(D - \rho - \bar{\varepsilon} + 2\varepsilon)\alpha - (\bar{\delta} - \bar{\beta} + \pi)\varepsilon - \beta\bar{\sigma} + \kappa\lambda + \kappa\bar{\gamma} - \pi\rho - \Phi_{10} = 0, \quad (B^{s+}.4)$$

$$(D + \varepsilon + \bar{\varepsilon})\gamma - (\Delta - \gamma - \bar{\gamma})\varepsilon - (\tau + \bar{\pi})\alpha - (\pi + \bar{\tau})\beta - \pi\tau + \nu\kappa + \Lambda - \Psi_2 - \Phi_{11} = 0, \quad (B^{s+}.5)$$

$$(D - \rho + 2\varepsilon - \bar{\varepsilon})\lambda - (\bar{\delta} + \pi + \alpha - \bar{\beta})\pi - \mu\bar{\sigma} + \nu\bar{\kappa} - \Phi_{20} = 0, \quad (B^{s+}.6)$$

$$(D - \bar{\rho} + \bar{\varepsilon})\beta - (\delta - \bar{\alpha} + \bar{\pi})\varepsilon - (\alpha + \pi)\sigma + (\mu + \gamma)\kappa - \Psi_1 = 0, \quad (B^{s+}.7)$$

$$(D - \bar{\rho} + \varepsilon + \bar{\varepsilon})\mu - (\delta + \bar{\pi} - \bar{\alpha} + \beta)\pi - \sigma\lambda + \nu\kappa - 2\Lambda - \Psi_2 = 0, \quad (B^{s+}.8)$$

$$(D + 3\varepsilon + \bar{\varepsilon})\nu - (\Delta + \mu + \gamma - \bar{\gamma})\pi - \mu\bar{\tau} - (\bar{\pi} + \tau)\lambda - \Psi_3 - \Phi_{21} = 0, \quad (B^{s+}.9)$$

$$(\Delta + \mu + \bar{\mu} + 3\gamma - \bar{\gamma})\lambda - (\bar{\delta} + 3\alpha + \bar{\beta} + \pi - \bar{\tau})\nu + \Psi_4 = 0, \quad (B^{s+}.10)$$

$$(\delta - \bar{\alpha} - \beta - \tau)\rho - (\delta - 3\alpha + \bar{\beta})\sigma + \tau\bar{\rho} - (\mu - \bar{\mu})\kappa + \Psi_1 - \Phi_{01} = 0, \quad (B^{s+}.11)$$

$$(\delta - \bar{\alpha} + 2\beta)\alpha - (\bar{\delta} + \bar{\beta})\beta - \mu\rho + \sigma\lambda - (\rho - \bar{\rho})\gamma - (\mu - \bar{\mu})\varepsilon - \Lambda + \Psi_2 - \Phi_{11}, \quad (B^{s+}.12)$$

$$(\delta - \bar{\alpha} + 3\beta)\lambda - (\bar{\delta} + \pi + \alpha + \bar{\beta})\mu - (\rho - \bar{\rho})\nu + \pi\bar{\mu} + \Psi_3 - \Phi_{21} = 0, \quad (B^{s+}.13)$$

$$(\delta - \tau + \bar{\alpha} + \beta)\gamma - (\Delta - \gamma + \bar{\gamma} + \mu)\beta - \mu\tau + \sigma\nu + \varepsilon\bar{\nu} - \alpha\bar{\lambda} - \Phi_{12} = 0, \quad (B^{S^+}.14)$$

$$(\delta - \tau + 3\beta + \bar{\alpha})\nu - (\Delta + \gamma + \bar{\gamma} + \mu)\mu - \lambda\bar{\lambda} + \pi\bar{\nu} - \Phi_{22} = 0, \quad (B^{S^+}.15)$$

$$(\delta - \tau - \beta + \bar{\alpha})\tau - (\Delta + \mu - 3\gamma + \bar{\gamma})\sigma - \bar{\lambda}\rho + \kappa\bar{\nu} - \Phi_{02} = 0, \quad (B^{S^+}.16)$$

$$(\Delta + \bar{\mu} - \gamma - \bar{\gamma})\rho - (\bar{\delta} + \bar{\beta} - \alpha - \bar{\tau})\tau + \sigma\lambda - \nu\kappa + 2\Lambda + \Psi_2 = 0, \quad (B^{S^+}.17)$$

$$(\Delta + \bar{\mu} - \bar{\gamma})\sigma - (\bar{\delta} + \bar{\beta} - \bar{\tau})\gamma - (\rho + \varepsilon)\nu + (\tau + \beta)\lambda + \Psi_3 = 0. \quad (B^{S^+}.18)$$

Вторые тождества Бианки (D^{S^+}) в обозначениях работы Ньюмена-Пенроуза [75] записываются как:

1. Симметричная часть по индексам C и B

$$\begin{aligned} \partial^P_{\dot{D}} \Psi_{ABPC} - \partial_{(C} \dot{X} \Phi_{AB) \dot{D} \dot{X}} - 3\Psi_{RP(AB} T_C)^{RP}_{\dot{D}} - \Psi_{ABCR} T^R_{\dot{F}}{}^F_{\dot{D}} + 2T^P_{(AB} \dot{X} \Phi_{C)P \dot{X} \dot{D}} - \\ - \bar{T}_{\dot{X} \dot{D} \dot{V} (A} \Phi_{BC)}^{\dot{X} \dot{V}} - \bar{T}_{\dot{X}}^{\dot{V}} (\dot{V}_A \Phi_{BC})^{\dot{X}}_{\dot{D}} = 0; \end{aligned} \quad (6.21)$$

2. Антисимметричная часть по индексам C и B

$$\begin{aligned} 3\partial_{A\dot{B}} \Lambda + \partial^{P\dot{X}} \Phi_{AP\dot{B}\dot{X}} - \varepsilon^{\dot{V}\dot{W}} \left(\Phi_{AP}^{\dot{X}} \bar{T}_{\dot{B}\dot{X}\dot{V}}^P + \Phi_{AP\dot{B}} \dot{X} \bar{T}_{\dot{X}\dot{W}\dot{V}}^P \right) + \\ + \Phi_{PR\dot{B}} \dot{X} T_A^{PR}_{\dot{X}} + \Phi_{AP\dot{B}} \dot{X} T^P_{R\dot{X}} = 0. \end{aligned} \quad (6.22)$$

Покомпонентную запись вторых тождеств Бианки (D^{S^+}) можно найти в работах [11, 75].

6.3. Уравнения Физического Вакуума в спинорных матрицах Камели

Перехода в спинорный базис (спинорную систему отсчета) производится путем замены матричных локальных индексов $a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3$ в уравнениях (A), (B) на спинорные индексы $A, B, C \dots = 0, 1, \dot{D}, \dot{E}, \dot{F} \dots = \dot{0}, \dot{1}$ по правилу

$$\begin{aligned} e^a_i &\leftrightarrow \sigma_i^{A\dot{D}}, \\ \partial_a &= e^k_a \nabla_k \leftrightarrow \partial_{A\dot{D}} = \sigma_{A\dot{D}}^k \nabla_k, \\ T^a_{bk} &\leftrightarrow T^{A\dot{D}}_{B\dot{E}k}, \\ R^a_{bkm} &\leftrightarrow R^{A\dot{D}}_{B\dot{E}km}, \\ \eta_{ab} &\leftrightarrow \eta_{A\dot{D} B\dot{E}} = \varepsilon_{AB} \varepsilon_{\dot{D}\dot{E}}, \quad \varepsilon^{AB} \varepsilon_{AB} = \varepsilon^{\dot{D}\dot{E}} \varepsilon_{\dot{D}\dot{E}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \\ &, \quad \varepsilon^{AB} = \varepsilon_{AB} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (6.23)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3, \quad A, B, \dots = 0, 1, \quad \dot{C}, \dot{D}, \dots = \dot{0}, \dot{1}$$

и т.д. В соотношениях (6.23) величины T^a_{bk} и R^a_{bkm} антисимметричны по локальным индексам a и b . Доказана теорема [62, 63], что любой антисимметричный вещественный тензор F_{ab} , который преобразуется инвариантным образом в группе вращений $O(3,1)$, в спинорном базисе преобразуется в спинорной группе $SL(2, C)$ и расщепляется на симметричных спинтензора по правилу $F_{ab} \leftrightarrow F_{A\dot{B} C\dot{D}} = (\varepsilon_{\dot{B}\dot{D}} F_{AC} + \varepsilon_{AC} \bar{F}_{\dot{B}\dot{D}})/2$, при этом $\bar{F}_{BD} = F_{\dot{B}\dot{D}} = F_{\dot{B}\dot{D}}$. Используя это свойство, можно представить спинтензоры $T_{A\dot{B} C\dot{D}k}$ и $R_{A\dot{B} C\dot{D}kn}$ в виде

$$T_{A\dot{B} C\dot{D}k} = \frac{1}{2} (\varepsilon_{\dot{B}\dot{D}} T_{ACk} + \varepsilon_{AC} T_{\dot{B}\dot{D}k}^+), \quad (6.24)$$

$$R_{A\dot{B}C\dot{D}kn} = \frac{1}{2}(\varepsilon_{\dot{B}\dot{D}}R_{ACkn} + \varepsilon_{AC}R_{\dot{B}\dot{D}kn}^+), \quad (6.25)$$

где комплексные T_{ACk} , R_{ACkn} и комплексно-сопряженные $T_{\dot{B}\dot{D}k}^+$, $R_{\dot{B}\dot{D}kn}^+$ спинорные матрицы Кармели [97-101]. Они связаны с матрицами Пенроуза (6.17) как

$$T_C^E{}_k = (T_{A\dot{B}})_C^E \sigma_k^{A\dot{B}}. \quad (6.26)$$

Учитывая соотношения (6.24)- (6.26), запишем первые структурные уравнения Картана геометрии $A_4(6)$ в спинорном базисе $\sigma_{A\dot{B}}^k$ в виде

$$\begin{aligned} & \partial_{C\dot{D}}\sigma^i{}_{A\dot{B}} - \partial_{A\dot{B}}\sigma^i{}_{C\dot{D}} = \\ & = (T_{C\dot{D}})_A{}^P \sigma^i{}_{P\dot{B}} + \sigma^i{}_{A\dot{R}}(T^+{}_{\dot{D}C})^{\dot{R}}{}_{\dot{B}} - (T_{A\dot{B}})_C{}^P \sigma^i{}_{P\dot{D}} - \sigma^i{}_{C\dot{R}}(T^+{}_{\dot{B}A})^{\dot{R}}{}_{\dot{D}}, \quad (A^S) \\ & A, B, C \dots = 0, 1, \quad \dot{D}, \dot{E}, \dot{F} \dots = \dot{0}, \dot{1}. \end{aligned}$$

где комплексные спинорные матрицы Кармели [97-101]. Вторые структурные уравнения Картана геометрии $A_4(6)$ в спинорной системе отсчета записываются как [11]

$$\begin{aligned} R_{A\dot{B}C\dot{D}} = & \partial_{C\dot{D}}T_{A\dot{B}} - \partial_{A\dot{B}}T_{C\dot{D}} - (T_{C\dot{D}})_A{}^F T_{F\dot{B}} - (T^+{}_{\dot{D}C})^{\dot{F}}{}_{\dot{B}} T_{A\dot{F}} + \\ & + (T_{A\dot{B}})_C{}^F T_{F\dot{D}} + (T^+{}_{\dot{B}A})^{\dot{F}}{}_{\dot{D}} T_{C\dot{F}} + [T_{A\dot{B}}T_{C\dot{D}}], \quad (B^{S+}) \end{aligned}$$

$$+ \text{комплексно-сопряженные уравнения.} \quad (B^{S-})$$

В обозначениях, принятых в работе Ньюмена-Пенроуза [75], компоненты спиноров в уравнениях (A^S) и (B^S) имеют вид:

1. Для спинорных компонент матриц Кармели $T_{A\dot{B}}$

$$\begin{aligned} T_{0\dot{0}} &= \begin{pmatrix} \varepsilon & -\kappa \\ \pi & -\varepsilon \end{pmatrix}, & T_{0\dot{1}} &= \begin{pmatrix} \beta & -\sigma \\ \mu & -\beta \end{pmatrix}, \\ T_{1\dot{0}} &= \begin{pmatrix} \alpha & -\rho \\ \lambda & -\alpha \end{pmatrix}, & T_{1\dot{1}} &= \begin{pmatrix} \gamma & -\tau \\ \nu & -\gamma \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (6.27)$$

2. Для спинорных компонент тензора Римана $R_{A\dot{B}C\dot{D}}$

$$\begin{aligned} R_{0\dot{1}0\dot{0}} &= \begin{pmatrix} \Psi_1 & -\Psi_0 \\ \Psi_2 + 2\Lambda & -\Psi_1 \end{pmatrix}, & R_{1\dot{0}0\dot{0}} &= \begin{pmatrix} \Phi_{10} & -\Phi_{00} \\ \Phi_{20} & -\Phi_{10} \end{pmatrix}, \\ R_{1\dot{1}1\dot{0}} &= \begin{pmatrix} \Psi_3 & -\Psi_2 - 2\Lambda \\ \Psi_4 & -\Psi_3 \end{pmatrix}, & R_{1\dot{1}0\dot{1}} &= \begin{pmatrix} \Phi_{12} & -\Phi_{02} \\ \Phi_{22} & -\Phi_{12} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (6.28)$$

$$R_{1\dot{1}0\dot{0}} = \begin{pmatrix} \Psi_2 + \Phi_{11} - \Lambda & -\Psi_1 - \Phi_{01} \\ \Psi_3 + \Phi_{21} & -\Psi_2 - \Phi_{11} + \Lambda \end{pmatrix}, \quad R_{1\dot{0}0\dot{1}} = \begin{pmatrix} -\Psi_2 + \Phi_{11} + \Lambda & \Psi_1 - \Phi_{01} \\ -\Psi_3 + \Phi_{21} & \Psi_2 - \Phi_{11} - \Lambda \end{pmatrix}.$$

Переписывая расширенную систему уравнений Эйнштейна-Янга-Миллса (A) , $(B.1)$, $(B.2)$ в спинорном базисе, имеем [11]:

1) Уравнения, определяющие кручение геометрии $A_4(6)$

$$\begin{aligned} & \partial_{C\dot{D}}\sigma^i_{A\dot{B}} - \partial_{A\dot{B}}\sigma^i_{C\dot{D}} = \\ & = (T_{C\dot{D}})_A{}^P \sigma^i_{P\dot{B}} + \sigma^i_{A\dot{R}}(T^+_{\dot{D}C})^{\dot{R}}_{\dot{B}} - (T_{A\dot{B}})_C{}^P \sigma^i_{P\dot{D}} - \sigma^i_{C\dot{R}}(T^+_{\dot{B}A})^{\dot{R}}_{\dot{D}} , \quad (6.28) \\ & A, B, C \dots = 0, 1, \quad \dot{D}, \dot{E}, \dot{F} \dots = \dot{0}, \dot{1} , \end{aligned}$$

2) Полностью геометризованные уравнения Эйнштейна (B.1)

$$2\Phi_{A\dot{B}C\dot{D}} + \Lambda\varepsilon_{AB}\varepsilon_{C\dot{D}} = \nu T_{A\dot{C}B\dot{D}} . \quad (6.29)$$

3) Полностью геометризованные уравнения Янга-Миллса (B.2)

$$\begin{aligned} & C_{A\dot{C}B\dot{D}} - \partial_{C\dot{D}}T_{A\dot{B}} + \partial_{AB}T_{C\dot{D}} + (T_{C\dot{D}})_A{}^F T_{F\dot{B}} + (T^+_{\dot{D}C})^{\dot{F}}_{\dot{B}} T_{A\dot{F}} - \\ & - (T_{A\dot{B}})_C{}^F T_{F\dot{D}} - (T^+_{\dot{B}A})^{\dot{F}}_{\dot{D}} T_{C\dot{F}} - [T_{A\dot{B}}T_{C\dot{D}}] = \nu J_{A\dot{C}B\dot{D}} . \quad (6.30) \end{aligned}$$

Здесь спинорные матрицы тензора Вейля $C_{A\dot{C}B\dot{D}}$ имеют следующие компоненты

$$\begin{aligned} C_{0\dot{1}0\dot{0}} &= \begin{pmatrix} \Psi_1 & -\Psi_0 \\ \Psi_2 & -\Psi_1 \end{pmatrix}, & C_{1\dot{1}1\dot{0}} &= \begin{pmatrix} \Psi_3 & -\Psi_2 \\ \Psi_4 & -\Psi_3 \end{pmatrix}, \\ C_{1\dot{1}0\dot{0}} &= \begin{pmatrix} \Psi_2 & -\Psi_1 \\ \Psi_3 & -\Psi_2 \end{pmatrix}, & C_{1\dot{0}0\dot{1}} &= \begin{pmatrix} -\Psi_2 & \Psi_1 \\ -\Psi_3 & \Psi_2 \end{pmatrix}. \quad (6.31) \end{aligned}$$

Неприводимым частям тензора Римана (6.7) мы имеем следующие спинорные соответствия

$$C^i_{jkm} \leftrightarrow \Psi_{ABCD}\varepsilon_{A\dot{B}}\varepsilon_{C\dot{D}} + \varepsilon_{AB}\varepsilon_{CD}\bar{\Psi}_{A\dot{B}}\bar{C}\dot{D}, \quad (6.32)$$

$$R_{ij} \leftrightarrow 2\Phi_{A\dot{B}A\dot{B}} + 6\varepsilon_{AB}\varepsilon_{A\dot{B}}, \quad (6.33)$$

$$R = 24\Lambda, \quad (6.34)$$

где спиноры Ψ_{ABCD} и $\Phi_{A\dot{B}A\dot{B}}$ удовлетворяют следующим свойствам симметрии

$$\Psi_{ABCD} = \Psi_{(ABCD)}, \quad \Phi_{A\dot{B}A\dot{B}} = \Phi_{(A\dot{B})A\dot{B}}.$$

6.4. Решение уравнений Физического Вакуума с «кварковым» потенциалом

Будем искать решение уравнений (6.28) – (6.30) (т.е. структурных уравнений Картана геометрии $A_4(6)$), которые имеют «мега-кварковый» потенциал (5.47), обобщающий кулон-ньютоновский потенциал и когда полностью геометризованный тензор энергии-импульса в уравнениях (6.29) имеет вид

$$\sigma^{A\dot{C}}_j \sigma^{B\dot{D}}_m \nu T_{A\dot{C}B\dot{D}} = \nu T_{jm} = \nu \rho c^2 l_i l_j - \tilde{\Lambda} g_{jm}. \quad (6.35)$$

Условие (6.35) ограничивает компоненты спинорных матриц Кармели (6.32)-(6.34) соотношениями

$$\Phi_{00} = \Phi_{22} = \Phi_{02} = \Phi_{20} = \Phi_{11} = \Phi_{10} = \Phi_{01} = \Phi_{12} = \Phi_{21} = 0, \quad (6.36)$$

$$\Psi_0 \neq 0, \Psi_1 \neq 0, \Psi_2 \neq 0, \Psi_3 \neq 0, \Psi_4 \neq 0, \quad (6.37)$$

$$\tilde{\Lambda} = R/4 = 6\Lambda. \quad (6.38)$$

Кроме того, будем искать решение к квазиинерциальной системе отсчета, в которой плотность материи имеет вид (3.136). По меткому выражению Р. Пенроуза, мы не решаем, а

конструируем решения системы уравнений (A), (B.1), (B.2) [11]. При конструировании решений системы уравнений (A), (B.1), (B.2) условия (6.36)-(6.38) накладывают ограничения на матрицы (6.27). Например, при условии $\Psi_0 = \Psi_1 = 0$, согласно теореме Гольдберга-Сакса [135], имеем $\sigma = \kappa = 0$. В результате интегрирования системы (A), (B.1), (B.2), получаем решение, обобщающее известное решение де Ситтера [11]. Мы видим, что в общем случае тензор (6.35) содержит два источника гравитационного поля:

1. Сферически симметричный источник с плотностью материи

$$\rho_1 = \frac{1}{vc^2} \varphi^2(x^i), \quad (6.39)$$

которую в пределе стационарной материи можно записать как плотность точечного источника $\rho_1 = M\delta(\vec{r})$ (см. формулы (3.16)-(3.24).

2. Сферически симметричный источник с плотностью материи

$$\rho_2 = -\frac{4}{c^2} \Lambda(x^i), \quad (6.40)$$

которая в пределе $\lim_{\Lambda \rightarrow const} \Lambda(x^i) = \tilde{\Lambda} = const$ совпадает с плотность де Ситтера.

Приведем решение уравнений (A), (B) в этих предельных случаях, содержащее две константы интегрирования Ψ^0 и Λ .

6.5. Обобщенное решение Шварцшильда-де Ситтера

1. Координаты : $x^0 = u$, $x^1 = r$, $x^2 = \theta$, $x^3 = \varphi$.
2. Для компонент обобщенных матриц Паули:

$$\begin{aligned} \sigma^i_{00} &= (0,1,0,0), & \sigma^i_{11} &= (1, U, 0,0), & \sigma^i_{01} &= \rho(0,0, P, iP), & \sigma^i_{10} &= \bar{\sigma}^i_{01}, \\ \sigma_i^{00} &= (1,0,0,0), & \sigma_i^{11} &= (-U, 1,0,0), & \sigma_i^{01} &= -\frac{1}{2\rho P}(0,0,1, i), & \sigma_i^{10} &= \bar{\sigma}_i^{01}, \end{aligned} \quad (6.41)$$

где

$$\begin{aligned} U &= -\varepsilon^0 + 2\Psi^0/r + \tilde{\Lambda}r^2, & P &= (2)^{-1/2}(1 + \zeta\bar{\zeta}/4), & \zeta &= x^2 + ix^3, \\ \varepsilon^0 &= \pm 1, & \varepsilon^0 &= 0, & \Psi^0 &= const, & \tilde{\Lambda} &= 6\Lambda = R/4 = const. \end{aligned}$$

3. Для спинорных компонент коэффициентов вращения Риччи (поля инерции) T^i_{jk} :

$$\begin{aligned} \rho &= -1/r, & \alpha &= -\bar{\beta} = \alpha^0/r, & \gamma &= \rho^2\Psi^0/2 - \tilde{\Lambda}r, \\ \mu &= \rho/2 + 2\Psi^0/r^2, & \alpha^0 &= \zeta/4. \end{aligned} \quad (6.42)$$

4. Для спинорных компонент тензора Римана:

$$\Psi_2 = \Psi = -\Psi^0/r^3, \quad \tilde{\Lambda} = 6\Lambda = R/4 = const. \quad (6.43)$$

Используя решение (6.41)-(6.43), находим трансляционную метрику этого решения при $\varepsilon^0 = 1$

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\Psi^0}{r} - \frac{\Lambda r^2}{3}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\Psi^0}{r} - \frac{\Lambda r^2}{3}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta \varphi^2). \quad (6.44)$$

Для вычисления потенциальной энергии системы островного типа (например, потенциальной энергии частицы массы m в поле метрики Шварцшильда) может быть использована формула [11]

$$U = -mc \left[\left(\eta_{ik} \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^k}{dt} \right)^{1/2} - \left(g_{ik} \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^k}{dt} \right)^{1/2} \right], \quad (6.45)$$

где η_{ik} плоская метрика на бесконечности. Подставляя компоненты g_{ik} из метрики Шварцшильда (93), получаем в нерелятивистском приближении: $U = mc^2(g_{00} - 1)/2 = -mMG/r = -m\varphi_N$. Формально применяя эту простую формулу к метрике (6.44), находим потенциал взаимодействия (5.47).

Заключение

Обращаю внимание читателей на многолетний застой фундаментальной теоретической физики, вызванный увлечением современных теоретиков феноменологическими и конструктивными теориями. Основной причиной застоя является *неверное описание вращательного движения материи*, а именно не использование работ Л. Эйлера и Э. Картана, утверждающих, что вращение материи изменяет геометрию пространства и порождает торсионные поля. В настоящее время торсионное поле понимается как третье фундаментальное физическое поле – поле инерции, порождающее волновую функцию ψ в квантовой механике. Экспериментально поле инерции дало о себе знать еще во времена Ньютона, (а, вообще говоря, ранее), когда Ньютон задался вопросом «Что является причиной искривления поверхности воды во вращающемся ведре?» Теория Физического Вакуума [10-12] дает на этот вопрос однозначный ответ – *при вращении материи порождается поле инерции* – кручение $\Omega^i{}_{jk}$ (торсионное поле) геометрии абсолютного параллелизма $A_4(6)$.

Литература

1. *Ньютон И.* // Математические начала натуральной философии. Перевод с латинского и примечания А. Н. Крылова. М.: Наука, 1989. 688 стр.
2. *Ольховский И.И.* // Курс теоретической механики для физиков. М.: Наука, 1970.
3. *Cartan E.* // Compt. Rend. 1922. Vol. 174, p. 437.
4. *Шипов Г.И.* // Ускоренная 3D система отсчета и геометризация сил и полей инерции // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.23743, 19.09.2017. <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008a/1154-shp.pdf>
5. *Эйнштейн А.* // Собрание научных трудов. М., Наука, 1965, т.1 с. 425, 435, 439, 448.
6. *Декарт Р.* // Избранные произведения. Трактат о свете, ГИПЛ, 1950, стр. 184.
7. *Шипов Г.И.* // Уравнения поля тетрад в пространстве абсолютного параллелизма. Известия вузов, Физика, 1976, № 6, с. 132.
8. *Шипов Г.И.* // Общерелятивистские нелинейные спинорные уравнения. Известия вузов, Физика, 1977, № 3, с. 121.
9. *Шипов Г.И.* // Теория гравитации в пространстве абсолютного параллелизма. Известия вузов, Физика, 1977, № 6, с. 142.

10. *Шупов Г.И.*// Теория физического вакуума. Новая парадигма. М., НТ-Центр, 1993. с.362.
11. *Шупов Г.И.*// Теория физического вакуума, теория эксперименты и технологии, М., Наука, 1997. с.450 .
12. *Shipov G.* // A theory of Physical Vacuum, М.: ST-Center, 1998. P. 312.
13. *Шупов Г.И.* // Проблемы теории элементарных взаимодействий, 1979, Москва, МГУ, Ч.1, с. 146.
14. *Шупов Г.И.*//, Квантовая механика, о которой мечтал Эйнштейн // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.27232, 09.07.2021.
<http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008b/1172-shp.pdf>
15. *Герц Г.*// Принципы механики, изложенные в новой связи. Москва, Академия наук СССР, 1950, с 386.
16. *Shipov G.* // Decartes' Mechanics – Fourth Generalization of Newton's Mechanics. In "7 th Intern. Conference Computing Anticipatory Systems " ~ НЕС - ULg, Liege, Belgium, 2005, ISSN 1373-5411 ISBN 2-930396-05-9 P. 178 .
17. *Даламбер.* //Трактат по динамике, в котором законы равновесия и движения тел сведены к минимально возможному числу. - Париж: Давид старший, 1743 .
18. *Ишлинский Ю.А.* // Механика относительного движения и силы инерции. М.: Наука, 1983.
19. *Эйлер Л.* // Основы динамики точки. ОНТИ-НКТП-СССР, 1938, с. 537.
20. *Эйлер Л.* // Открытие нового принципа механики. Записки Берлинской академии наук, 1750, т. 14., с. 185-217.
21. *Шупов Г.И.* // Застой в теоретической физике и пути выхода из него. Механика. «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.18485, 02.02.2014,
<http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008a/02311123.htm>
22. *Лагранж Ж.*// Аналитическая механика. М.—Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. — 594 с.
23. *Шупов Г.И.* // Механика ориентируемой точки и общий принцип инерции. Известия вузов, Физика, 1985, № 3, с. 74- 78.
24. *Schouten J.*// Ricci-Calculus. В.; Heidelberg: Springer, 1954; *Схоутен Я.А.* // Тензорный анализ для физиков, 1965. М.: Наука, ГРФМЛ, с. 455.
25. *Шупов Г.И.* //Вакуумная механика и поля инерции // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.22131, 27.05.2016.
<http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008a/1144-shp.pdf>
26. *Шупов Г.И.*// Физико-математический нонсенс длиной в 267 лет, который физики предпочитают не замечать // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.23146, 12.03.2017.
<http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008a/1149-shp.pdf>
27. *Frenet F.* //Jour. de Math. 1852. Vol. 17. P. 437-447.
28. *Clifford W.* // On the Space -Theory of Matter, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 2, 1876: 157–158.
29. *Визгин В.П.*// «Эрлангенская программа» и Физика, Изд. 2, испр. и доп. URSS, 2019, с.120.
30. *Карпан Э.* // Теория конечных непрерывных групп и дифференциальная геометрия, изложенные методом подвижного репера. Волгоград, из-во «Платон», 1998, сс. 367.
31. *Einstein A.* // Ann. Phys. 1905. Vol. 17. P.891. *Эйнштейн А.* // Собр. науч. тр. М.: Наука, 1965. Т. 1. Сс 7-34.

32. *Minkowski H.* // "Raum und Zeit" [Space and Time], *Physikalische Zeitschrift*, 1909, **10**: 75-88
33. *Паули В.* // Теория относительности, ГИТТЛ, М-Л, 1947.
34. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* // Теория поля. Т.2. М.: Наука, 1988.
35. *Эйнштейн А.* // Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С. 366.
36. *Einstein A., Grossmann M.* // *Z. Math. und Phys.*, 1913, **62**, 225-261. Эйнштейн А., Гроссман М. // Проект общей теории относительности и теория тяготения. Собр. науч. тр. М.: Наука, 1965. Т. 1. С. 227-266.
37. *Schwarzschild K.* // *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss.*, 1916, Bd. 189. S. 195.
38. *Cartan E.-Einstein A.* // *Letters on Absolute Parallelism*, 1929-1932, Princeton University Press, 1979, p.7.
39. *Эйнштейн А.* // Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. Сс 223-346. Сс -353-366.
40. *Фок В.А.* // Теория пространства, времени и тяготения. Изд. 2-е, М., Физмат-гиз, 1961.
41. *Рашиевский П.К.* Риманова геометрия и тензорный анализ. 1964. М.: Наука, с. 664, (формула 128.9) .
42. *Weyl H.* // *Gravitation and Electricity. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss.*, May 30, 1918, p. 465.
43. *Weyl H.* // *Nature*. Vol. 106. February 17, 1921, pp. 800-802.
44. *Eddington A.S.* // *Proceedings of the Royal Society (London)*. 1921. Vol. A99, p 104-122.
45. *Kaluza T.* // *On the Unity Problem of Physics. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss.*, December 22, 1921, pp. 966-972.
46. *Эйнштейн А.* // Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 3, с. 617-622.
47. *Шипов Г.И.* // Простое доказательство релятивистской инвариантности уравнений классической электродинамики // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.12865, 25.01.2006. <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/003a/02310015.pdf>
48. *Шипов Г.И.* // О независимости массы от скорости и релятивистской инвариантности уравнений электродинамики // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.15951, 17.06.2010. <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/1659-sh.pdf>
49. *Окунь Л.Б.* // УФН, 178, № 5 , сс 541-555, (2008); . *Окунь Л.Б.* // УФН, 178, № 6 , сс 653-663, (2008).
50. *Шипов Г.И.* // Застой в теоретической физике и пути выхода из него. Классическая электродинамика // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.18636, 09.03.2014. <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008a/1125-shp.pdf>
51. *Лармор Дж.* // Эфир и материя, Кембридж, 1900 г.
52. *Пуанкаре А.* // В сб. статей «Принцип относительности». М.: Атомиздат. 1973, сс.90-97.
53. *Паули В.* // Теория относительности, ГИТТЛ, М-Л, 1947.
54. *Дирак П.* Пути физики. М.: Энегратамиздат, 1983.
55. *Шипов Г.И.* // Общерелятивистская нелинейная электродинамика с тензорным потенциалом. Известия вузов, Физика, 1972, № 10, с. 98- 102.
56. *Гаврилин А.Т.* // Об амплитуде вероятности местоположения фотона. Вестник НУ им. Лобачевского, 2011, № 6(1), с. 70-74.
57. *Шипов Г.И.* // Проблемы теории элементарных взаимодействий, 1979, Москва, МГУ, Ч.1, с. 146.
58. *Schrödinger E.* // *Naturwissenschaften*. 1926 . Jg. 14, № , № 28. S. 664-666.

59. *Madelung E.* // Quantum Theory in Hydrodynamic Form, *Z. Physic*, **40** (1926), p.p. 332 - 336.
60. *Алексеев Б. В., Абакумов А. И.* // Об одном подходе к решению уравнения Шредингера. *Докл. АН СССР*, 1982, том 262:5, 1100–1102
61. *Penrose R.* // A Spinor Approach to General Relativity. *Ann. of Phys.* 1960, v. 10. P.171-201.
62. *Пенроуз Р.* // Структура пространства-времени, М.: Мир, 1972.
63. *Пенроуз Р., Риндлер В.* // Спиноры и пространство-время. Т.1. М.: Мир, 1987.
64. *Альфорт Л.* // Преобразования Мебиуса в многомерном пространстве. М.: Мир, 1986.
65. *Takabayasi T.* // *Progr. Theor. Phys.* 1955. Vol. 14. № 4. P.283.
66. *Takabayasi T., Vigier J.P.* // *Progr. Theor. Phys.* 1957. Vol. 18. № 6. P.573.
67. *Takabayasi T.* // *Progr. Theor. Phys.* 1983. Vol. 69. № 5. P.1323.
68. *Takabayasi T.* // *Progr. Theor. Phys.* 1983. Vol. 70. № 1. P.1.
69. *Takabayasi T.* // *Progr. Theor. Phys.* 1981. Vol. 66. № 2. P.736.
70. *Gerlach W., Stern O.* // Das magnetische Moment des Silberatoms. *Zeit. Fur Phys.* **9**. (1922), p. 352-355.
71. *Fock V., Ivanenko D.* // *Phys., Zs.*, 30, 648 (1929).
72. *Einstein A.* // The Meaning of Gravitation Relativity, four edition, Princeton, 1953.
73. *Einstein A.* // In: "Albert Einstein - Philosopher-Scientist", ed. by P.A.Schilpp, Evanston (Illinois), 1945, pp. 1-95.
74. *Эйнштейн А.* // Собр. науч. тр. М.: Наука, 1965. Т. 1. С. 682.
75. *Newman E., Penrose R.* // *J. Math. Phys.* 1962. Vol. 3, № 3. P.566 -587.
76. *Debney G., Kerr R., Schild A.* // *Ibid.* 1969. Vol. 10, №10. P. 1842.
77. *Ellis G.R., Elst H.* // *Cosmological Models*, Cargese Lectures 1998, LANL e-print archives: gr-qc/9812046, 1999.
78. *Raychaudhuri A.* // *Phys. Rev.* 98, 1123 (1955).
79. *Raychaudhuri A.* // Relativistic cosmology, I, *Phys. Rev.* **98**, 1123 (1955). Reprinted as a 'Golden Oldie' in *GRG* **32**, 749 (2000).
80. *Hawking S. W., Ellis G.F. R.* // The large scale structure of space-time (Cambridge University Press, Cambridge, 1973).
81. *Vaidya P.* // *Tensor.* 1972. Vol. 24. P. 1.
82. *Шипов Г.И., Подаровская М.И.* // Спин-торсионная формулировка квантовой механики и поля инерции. М.: Кириллица, 2012, с. 49
83. *Bloch F.* // *Physics Review.* 1946 **70**, P. 460-473.
84. *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* // Введение в теорию квантовых полей. М.: Наука, 1976. С. 29.
85. *Маделунг Э.* // Математический аппарат физики, М., Наука, 1961, с.618.
86. *Einstein A.* // *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl.*, 1923, 32-38. *Эйнштейн А.* // К общей теории относительности. Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С. 134-141.
87. *Einstein A.* // *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl.*, 1923, 76-77. *Эйнштейн А.* // Замечание к моей работе «К общей теории относительности». Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С. 142-144.
88. *Einstein A.* // *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl.*, 1923, 137-140. *Эйнштейн А.* // К аффинной теории поля. Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С. 142-144.
89. *Einstein A.* // *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl.*, 1923, 137-140. *Эйнштейн А.* // Теория аффинного поля. Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С. 149-153.

90. *Einstein A.* // Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl., 1925, 414-419.
91. *Infeld L., Der Werden B.* // Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl., 1933, 380.
92. *Cartan E.* // Bull. Soc. Math. France. 1913. Vol. 41, p. 53.
93. *Penrose R.* // Ann. of Phys. 1960. Vol.10, p.171.
94. *Stueckelberg E.* // Helv. Phys. Acta. 1938, Vol.11, p. 299.
95. *Heisenberg W.* // Rev. Mod. Phys. 1957. Vol. 29. P. 269.
96. *Duerr H.P., Heisenberg W., Mitter H., et al.* // Ztschr. Naturforsch. A. 1959. Bd. 14. S. 441.
97. *Carmeli M.* // J. Math. Phys. 1970. Vol.2. P.27-28.
98. *Carmeli M.* // Lett. nuovo cim. 1970. Vol.4. P.40-46.
99. *Carmeli M.* // Phys. Rev. D. 1972. Vol.5. P.5-8.
100. *Carmeli M.* // Classical Fields. General Relativity and Gauge Theory. World Scientific Publish. 2001. P. 650.
101. *Carmeli M.* // Group Theory and General Relativity. World Scientific Publish. 2000. P. 391. *Penrose R.* // The Road to Reality. Alfred F. Knopf - New York, 2005. P.1099.
102. *Шунов Г.И.* // Застой в теоретической физике и пути выхода из него. Механика. «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.18485, 02.02.2014, <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008a/02311123.htm>
103. *Шунов Г.И.* // Когда Эйлеру не хватило интуиции Ньютона, в физике возникает застой // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.20139, 04.02.2015.
104. *Weitzenbock R.* // Invariantentheorie. Groningen: Noordhoff, 1923. 320 S.
105. *Weitzenbock R.* // Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss. Phys.-math. Kl. 1924. Bd. S. 466-501.
106. *Weitzenbock R.* // Proc. Knkl. nederl. akad. 1926. Vol. 28. P. 400-411.
107. *Vitali G.* // Atti Soc. ligust. sci. Lett. 1924. Vol. 11. P.248-254.
108. *Vitali G.* // Ibid. 1925. Vol. 14. P. 287-291.
109. *Bortolotti E.* // Atti Veneto. 1927. Vol. 2. P. 455-462.
110. *Bortolotti E.* // Proc. Knkl. nederl. akad. 1927. Vol. 30. P. 216-311.
111. *Bortolotti E.* // Mem. acad. Bologna. 1927. Vol. 30. P. 45-54.
112. *Cartan E., Schouten J.* // Proc. Knkl. nederl. akad. 1926. Vol. 29. P. 803-810.
113. *Cartan E., Schouten J.* // Ibid. P. 933-938.
114. *Eddington A.S.* // Proc. Roy. Society. London. 1921. Vol. A99, pp. 104-122.
115. *Vranceanu G.* // Les espaces non holonomes et leurs applications. // Met. sci. math. – 1936. – № 76. – P. 1–70.
116. *Шунов Г.И.* // Механика ориентируемой точки и общий принцип инерции. Известия вузов, Физика, 1985, № 3, с.74.
117. *Шарп Р.У.* // Дифференциальная геометрия. Обобщение Картана Эрлангенской программы Клейна. М.: МЦНМО, 2019, с. 498.
118. The Taityrya Upanishad with commentaries. Mysor, 1903.
119. *Patrizzi F.* // Nova de Universis Philosophia. Pt. 4. Pancosmia, libro 1. De Spasio Physio Meiettus. Venice, 1593.
120. *Zwicky, F.* Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. Helvetica Physica Acta, 1933, 6, 110—127.
121. *Slipher V.*, "Astronomer, Dies". The New York Times. *Flagstaff, AZ November 9, 1969.* p. 47.

122. *Lamb Jr. W. E., Retherford R. C.* // Fine Structure of the Hydrogen Atom by a Microwave Method . 1947. Vol. 72. P. 241.
123. *Casimir H. B. G.* // On the attraction between two perfectly conducting plates . Proceedings of the Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen : journal. 1948.
124. *Шупов Г.И.* // Поля Янга-Миллса в геометрической модели вакуума. Труды 6 Всесоюзной конференции по общей теории относительности и гравитации, Москва, Изд-во МГПИ им. Ленина, 1984, с.333. (*Впервые предложены уравнения Физического Вакуума*).
125. *Шупов Г.И.* // Программа Всеобщей относительности и теория Физического Вакуума. ВИНТИ, № 6948-В88, Москва, 1988, сс. 1-131.
126. *Шупов Г.И.* // Математические основы калибровочной модели Физического Вакуума. ВИНТИ, № 5326-В87, Москва, 1987, сс. 1-159.
127. *Гелл-Манн М.* // Фундаментальная структура материи. М.: Мир, 1984. С.266.
128. *Rutherford E.* // Philos. Mag. 1919, Vol. 37. P. 537.
129. *Федянин В.* // Электромагнитная структура ядер и нуклонов. М., Высш. шк., 1968.
130. *Маляров В.В.* // Основы теории атомного ядра. М.: Физматгиз, 1958.
131. *Ли Ц., Ву Ц.* // Слабые взаимодействия. - М., Мир, 1968. - 307 с.
132. *Kinzing E.* // Ztschr. Naturforsch. A.149. Bd.4. S.88.
133. *Hofstadter R.* // Rev.Mod.Phys. 1956. Vol. 28, № 3. P.814.