ОЛЕГ ЧЕРЕПАНОВ

СТРУКТУРЫ «ЗОЛОТОЙ» АРИФМЕТИКИ

Аннотация: *In «gold» arithmetic as to mathematical system from the limited collection of operations with Fibonacci numbers, by the numbers of Luka, with the entire degrees of Fidiy scalars and their generalizations, are discovered previously unknown structures – harmonic sextets, invariants and constants which are interpreted as areas.*

«Золотая» арифметика, как система из операций с числами Фибоначчи 1, 1, …, F_n, …, числами Люка 1, 3, …, L_n, … и целыми степенями Фидиевых скаляров $\varphi = 0{,}618...$ и $\Phi = 1{,}618...$, определенно структурирована. Например, ряды $\{F_n\}$ и $\{L_n\}$ структурированы рекурсией и связаны перекрестной рекурсией вида $F_n = F_{n+1} - F_{n-1}$ и $L_n = F_{n+1} + F_{n-1}$. А члены φ^n геометрической прогрессии принадлежат структуре $\varphi^{n-1} = \varphi^n + \varphi^{n+1}$ относительно сложения. При этом числа φ и Φ, как пределы отношений F_n/F_{n+1} и L_n/L_{n-1} при $n \to \infty$, являются первыми корнями уравнений А) $x + x^N = 1$ и Б) $y - y^{1-N} = 1$ при натуральном $N = 2$. Но над множествами $\{F_n\}$, $\{L_n\}$ и $\{\varphi^n\}$ существуют ранее неизвестные структуры верхнего уровня.

Введем число-отношение $\dfrac{F_n}{L_n} = \dfrac{1 - F_{n-1}/F_{n+1}}{1 + F_{n-1}/F_{n+1}} = Z_n$, связанное с числом-отклонением $Д_n = F_{n-1}/F_{n+1}$ конверсией: $\dfrac{1 - Z_n}{1 + Z_n} = Д_n \Leftrightarrow Z_n = \dfrac{1 - Д_n}{1 + Д_n}$. При этом рациональные дроби $Д_n \in [0,1)$ и $Z_n \in [1,0)$ образуют пару – бинар $(Z_n, Д_n)$ как точку симметричной дуги равнобочной гиперболы $y = \dfrac{1-x}{1+x}$, где $0 \le x \le 1$. А при $n \to \infty$ точки $(Z_n, Д_n)$ данной дуги стягиваются к ее пункту $T(5^{-0,5}, \varphi^2)$. (Рис. 1.)

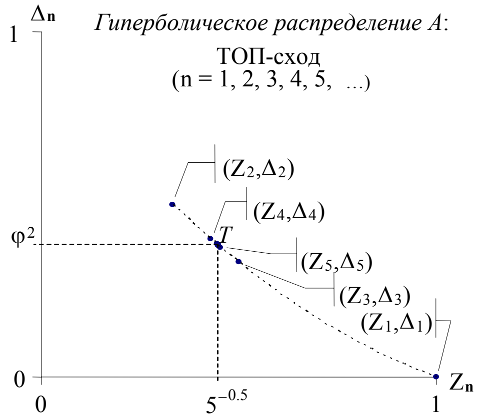

Рис. 1.

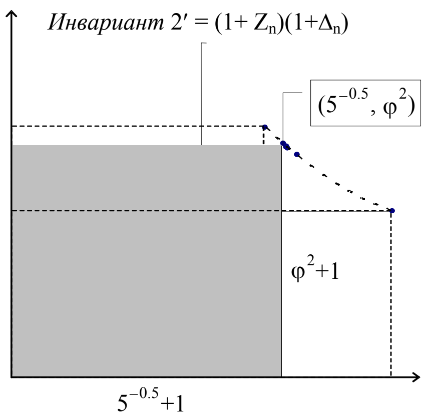

Рис. 2.

Гиперболическое распределение Фибоначчиевых пар $(Z_n, Д_n)$ относительно вершины T назовем ТОП-сходом и заметим, что $(1 + \Delta_n)(1 + Z_n) = 2$, где $2 = f_n + l_n$, а $f_n = 1 - \Delta_n = F_n/F_{n+1}$ и $l_n = 1 + \Delta_n = L_n/F_{n+1}$. При этом мультипликативное представление числа 2 интерпретируется как площадь прямоугольника со сторонами $1 + \Delta_n$ и $1 + Z_n$. То есть, скаляр $2'$ является «скверным» (от англ. *square* – площадь) инвариантом ТОП-схода. (Рис. 2.) В итоге контрсимметричные (то есть, отстоящие соответственно на $-Д_n$ и $+Д_n$ от единицы) рациональные дроби $f_n < 1$ и $l_n > 1$ вместе с числами $Z_n = f_n / l_n$ и $\Delta_n = (l_n - f_n)/2$ образуют секстет ♦ $1 \backslash \Delta_n \backslash f_n \backslash l_n \backslash Z_n \backslash 2'$ ♦, куда входят целые 1 и 2′. И этот гармонический образ из шести скаляров является структурой верхнего уровня над рядами $\{F_n\}$ и $\{L_n\}$, члены которых зависят от $n = 1,2,3,...$ по формулам Бине: $F_n = 5^{-0,5}[\Phi^n - (-1)^k \varphi^n]$ и $L_n = \Phi^n + (-1)^k \varphi^n$, где $k = 1$ при нечетных n и $k = 2$ при четных.

Иррациональное число-отношение $5^{0,5}\frac{F_n}{L_n}=\frac{1-(-1)^k\varphi^{2n}}{1+(-1)^k\varphi^{2n}}$ обозначим как Л_n и введем знакопеременное число-отклонение $\lambda_n=(-1)^k\varphi^{2n}$, связанное с дробью Л_n конверсией: $\frac{1-\text{Л}_n}{1+\text{Л}_n}=\lambda_n \Leftrightarrow \text{Л}_n=\frac{1-\lambda_n}{1+\lambda_n}$. При этом бинары $(\text{Л}_n^{(-1)^k},|\lambda_n|)$ будут точками равнобочной гиперболы, стремящимися к основанию $S(1,0)$ ее дуги $1\ge y=\frac{1-x}{1+x}\ge 0$ при $n\to\infty$. (Рис. 3.) Этот процесс назовем СТЭП-спуском, инвариант $2^*=(1+\text{л}_n)(1+\text{Л}_n)$ которого интерпретируется как площадь прямоугольников со сторонами $1+\text{л}_n$ и $1+\text{Л}_n$. (Рис. 4.) Причем $2^*=\text{щ}_n+\text{Щ}_n$, где контрсимметричные числа $\text{щ}_n=1-\lambda_n$ и $\text{Щ}_n=1+\lambda_n$ при знакопеременном слагаемом λ_n меняются местами, если в аддитивном представлении скаляра 2* меньшее из них ставить первым.

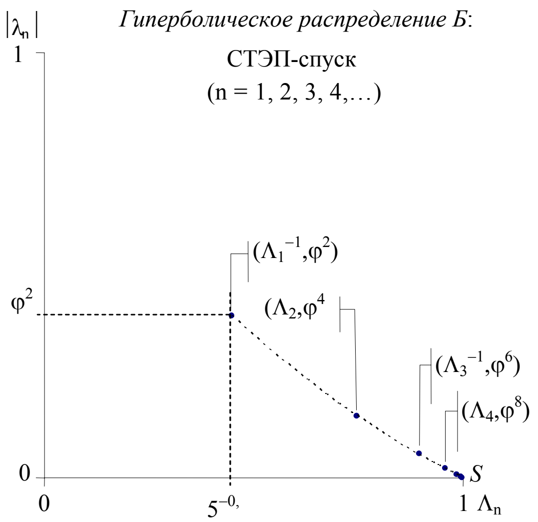

Рис. 3.

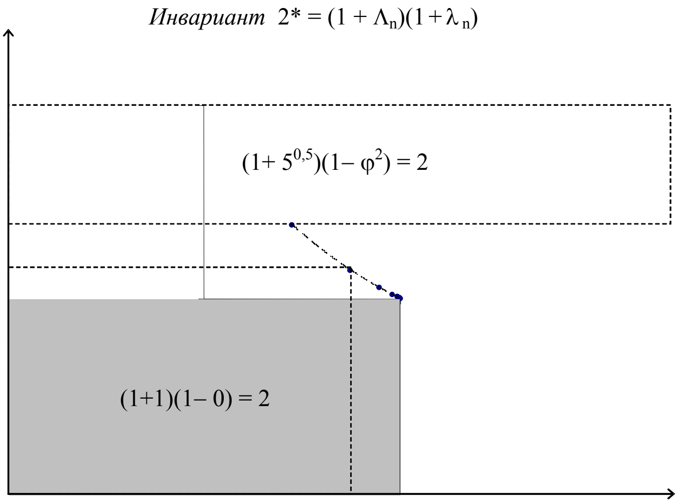

Рис. 4.

Как видно, перемену номера $n=1,2,3,\dots$ с четного на нечетный сопровождают *а*) реверс знака у числа-отклонения λ_n, *б*) инверсия числа-отношения Л_n и *в*) коммутация скаляров ψ_n и Ψ_n, что выглядит единой операцией в гармоническом секстете ♣ $1\backslash\lambda_n\backslash\psi_n\backslash\Psi_n\backslash\Lambda_n\backslash 2^*$ ♣, структурно отображающем СТЭП-спуск.

Диофантову единицу представим как А′) $1=X_N+X_N^N$ и Б′) $1=Y_{N-1}-Y_{N-1}^{1-N}$, где $N=1,2,3,\dots$, а X_N и Y_{N-1} – первые корни (*см. выше*) уравнений (А) и (Б). При этом перемножение (А′) и (Б′) с учетом $X_N\cdot Y_{N-1}=1$ дает А*) $X_N^{N-1}-X_N^N=X_N^{2N-1}$ и Б*) $Y_{N-1}^{1-N}-Y_{N-1}^{-N}=Y_{N-1}^{1-2N}$ с рекурсией показателей степени: $(N-1)+N=2N-1$. А так как $X_1=0,5=d$, $X_2=0,618...=\varphi$, $X_3=0,682...=e$, $X_4=0,725...=f$ и т. д., то формируется ряд $d^0-d^1=d^1$, $\varphi^1-\varphi^2=\varphi^3$, $e^2-e^3=e^5$, $f^3-f^4=f^7$ и т. д., где разность соседних степеней «золотых» чисел *d*, φ, *e*, *f* и т. д. равна их произведению. Причем бинарные элементы ряда отображают трисекцию фигуры $1\times1=(1\times d)+(d\times d)+(d\times d)=(1\times\varphi)+(\varphi^2\times\varphi)+[\varphi^2\times(1-\varphi)]=(1\times e)+(e^3\times e^2)+[e^3\times(1-e^2)]=$ $=(1\times f)+(f^4\times f^3)+[f^4\times(1-f^3)]=...=S_1+S_2+S_3$, где $S_1=X_N$, $S_2=X_N^{2N-1}$, $S_3=X_N^N-X_N^{2N-1}$ – площади, такие, что отмеченные звездочкой фигуры S_1 и S_2 внутри квадрата 1×1 подобны. (Рис. 5.)

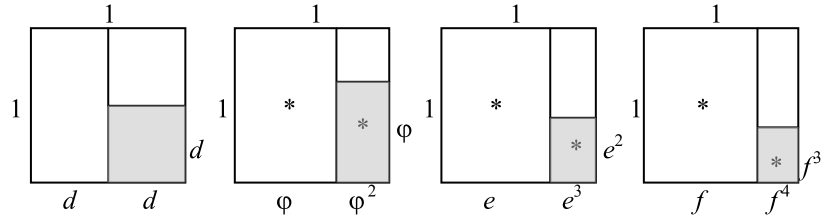

Рис. 5.

Заметим, что бинарные элементы – бинэлы столбца таблицы 1 включают триплет $\varphi^1 - \varphi^2 = \varphi^3$, где показатели степени у основания φ кроме того последовательны.

Таблица 1

				$d^0 - d^1 = d^1$		
$\vdots$	$\varphi^{-2} = \varphi^{-1} + \varphi^0$	$\varphi^{-1} = \varphi^0 + \varphi^1$	$\varphi^0 = \varphi^1 + \varphi^2$	$\varphi^1 - \varphi^2 = \varphi^3$	$\varphi^2 = \varphi^3 + \varphi^4$	$\vdots$
	$1^* = \Phi^2 - \Phi$	$1' = \Phi - \varphi$	$1^0 = \varphi^1 + \varphi^2$	$e^2 - e^3 = e^5$		
				$f^3 - f^4 = f^7$		
				....		

А так как форма $\varphi^1 = \varphi^2 + \varphi^3$ является центральным бинэлом таблицы 1, то назовем ее «бриллиантовым» ключом двух бинарных рядов, один из которых отображает трисекцию квадрата 1×1 (*см. выше*), а второй представлен аддитивной структурой $\varphi^{n-1} = \varphi^n + \varphi^{n+1}$ внутри геометрической прогрессии $\{\varphi^n\}$. Причем нормировка «бриллиантового» ключа второй степенью числа φ дает форму 1) $1' = \Phi - \varphi$, тогда как форма 2) $1^* = \Phi^2 - \Phi$ получается его нормировкой по φ^3. А если φ^1 принять за 1^0, то «ключ» примет вид 3) $1^0 = \varphi^1 + \varphi^2$. При этом у равенств (1), (2) и (3) есть «скверная» интерпретация. (Рис. 5.)

Как видно, единичные морфизмы $1'$ и 1^* символизируют площадь 1×1, встроенную в «золотой» прямоугольник $1\times\Phi$ или пристроенную к таковому, а число 1^0 отображает бисекцию квадрата 1×1 на фигуры, подобные $1\times\Phi$ и $1\times\Phi^2$.

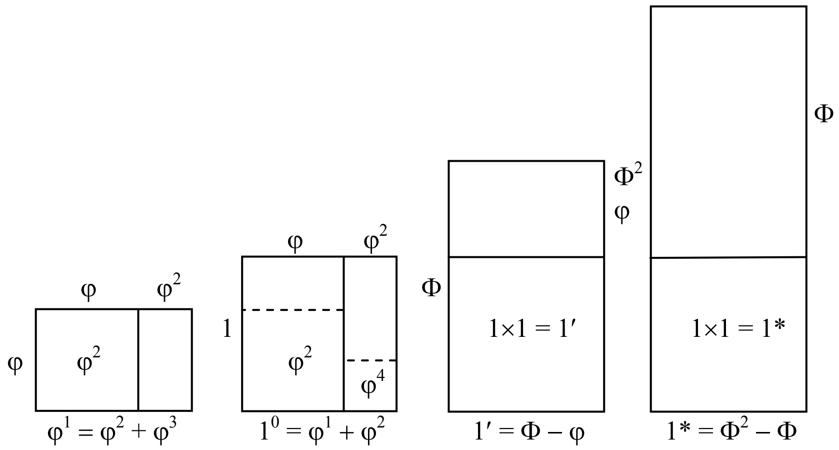

Рис. 5.

Результат: «золотая» арифметика с константами $1'$, 1^* и инвариантами $2'$, 2^* структурирована под исчисление площадей. Почему?

<u>**Литература**</u>**:**

1. Черепанов О. А. Гармонические секстеты в математике, механике и физике. К скалярной парадигме в теории движений. Уфа: изд-во «М.: Нефтегазовое дело», 2005. – 32 с.
2. Черепанов О. А. Азбука «золотой» арифметики. Формальные и логические основы скалярной теории движений. В сб. //THE WAY TO HARMONY: ART + MATHEMATICS. ТЕМАТИЧНИЙ ЗБЫРНИК. – Львів: Львівська національна академія мистецтв, 2008. – С. 350-399.