А.П. Стахов

Автобиографическая повесть (компьютеры Фибоначчи, «Золотая» Информационная Технология, Математика Гармонии и «Золотая» Научная Революция)

1. Введение

В своих последних публикациях на сайте «Академия Тринитаризма» [1-4] и в некоторых международных журналах [4-6] я сделал несколько достаточно смелых заявлений, которые, возможно, могут шокировать некоторых скептиков в рядах научной общественности. Я утверждаю, что представители компьютерной науки должны с достаточным вниманием отнестись к концепции **«Золотой» Информационной Технологии** [1, 2], которая вытекает из «кодов Фибоначчи» и «кодов золотой пропорции» [7, 8] и которая приведет к существенному прогрессу в компьютерной науке. Я также утверждаю, что в современной науке создано новое математическое направление, получившее название **«Математика Гармонии»** [3, 5] и что это направление в своих истоках восходит к одному и тому источнику – «Началам» Евклида, что и **«Классическая Математика»** (аксиомы Евклида). Наконец, третье мое шокирующее заявление состоит в том, что «Математика Гармонии» является отражением **«Золотой» Научной Революции**, к которой движется современная наука. И чем скорее мы это осознаем, тем больше научных открытий, основанных на «Золотом Сечении», будет сделано уже в обозримом будущем. В этой связи я хотел бы привлечь особое внимание к моей статье [4], опубликованной на сайте «Академия Тринтаризма» http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/006a/02321018.htm и статье [6], опубликованной в международном электронном журнале “Visual Mathematics”, а также к моей книге [9], которая будет опубликована издательством “World Scientific” в первой половине 2009 г.

Цель настоящей статьи еще раз обратиться к обоснованию всех этих «шокирующих» утверждений. Кроме того, читателям будет интересны некоторые исторические и автобиографические сведения, связанные с созданием компьютеров Фибоначчи и Математики Гармонии.

2. Компьютеры Фибоначчи

Рассуждая об истоках современных компьютеров, мы всегда вспоминаем о так называемых «Неймановских принципах», которые определили развитие компьютерной техники на многие десятилетия вперед. Как известно, первой универсальной электронной вычислительной машиной считается ЭНИАК, созданная в 1945 г. в США. Перед конструкторами ЭНИАК возникла задача проанализировать сильные и слабые стороны проекта ЭНИАК и дать рекомендации для дальнейшего развития электронных компьютеров. Блестящее решение этой задачи было дано в отчете Принстонского института перспективных исследований **«Предварительное обсуждение логического конструирования электронного вычислительного устройства»** (июнь 1946 г.). Этот отчет, составленный выдающимся американским математиком **Джоном фон Нейманом** и его коллегами по Принстонскому институту **Г. Голдстейном** и **А. Берксом**, которые участвовали в проекте ЭНИАК, представлял собой проект нового электронного компьютера. Основные рекомендации, изложенные в отчете, известны в современной информатике под названием *Неймановских принципов* или *Неймановской архитектуры*; они оказали определяющее влияние на развитие современных компьютеров.

Одним из главных в перечне *Неймановских принципов* считается следующий: *машины на электронных элементах должны работать не в десятичной, а в двоичной системе счисления.* Основными преимуществами *двоичной системы* являются следующие: *двухпозиционный характер работы электронных элементов, высокая экономичность двоичной системы и простота выполнения арифметических операций с двоичными числами.*

К сожалению, этот важнейший принцип – использование двоичной системы как основы современных компьютеров – таит в себе одну «ловушку», в которую попала вся компьютерная техника и основанная на ней информационная технология. Дело в том, что двоичная система обладает **«нулевой избыточностью».** Что это означает и к чему это приводит? Это означает, что в классической двоичной системе отсутствует механизм обнаружения ошибок в процессоре и компьютере, которые неизбежно (с большей или меньшей вероятностью) могут возникнуть под влиянием различных внешних и внутренних факторов (прежде всего разнообразных внешних воздействий и помех, действующих в шинах питания и каналах связи). То есть никакая ошибка не может быть обнаружена в рамках двоичной системы счисления без введения дополнительных контрольных средств. Это приводит к тому, что «Неймановские машины», основанные на двоичной системе, являются **принципиально ненадежными.** Когда в нашем персональном «Неймановском компьютере» возникает сбой, то мы эту проблему решаем очень просто - мы перезагружаем компьютер и приводим его таким способом в исправное состояние. Но как быть в ситуации, когда процессор и генерируемая им компьютерная программа управляют функционированием сложного технологического объекта (без участия человека), например, ракеты, самолета, атомной станции и т.д. Это означает, что сбой всего лишь одного электронного элемента в процессоре может привести к грандиозной технологической катастрофе. Всем хорошо известны катастрофы при запуске ракет, которые в результате сбоя компьютерной программы приводили к отклонению ракеты от заданного курса и, в коечном итоге, к катастрофе.

Из этих рассуждений мы приходим к следующему выводу:

Человечество становится заложником современной компьютерной технологии, основанной на «Неймановских принципах». «Неймановские компьютеры», использующие двоичную систему, являются принципиально ненадежными и не могут эффективно использоваться во многих важных приложениях, в частности, для управления сложными технологическими объектами, где проблема надежности компьютеров выступает на передний план.

В 1972 г. я защитил докторскую диссертацию [10]. В этой диссертации я доказал оптимальность так называемых «фибоначчиевых» алгоритмов измерения, которые порождают новый класс позиционных представлений – *кодов Фибоначчи.* Сразу после защиты диссертации я приступил к разработке *арифметики Фибоначчи*. Первая моя статья по арифметике Фибоначчи [11] была опубликована в 1974 г. Именно в этой статье я выдвинул идею, что **вся компьютерная технология может быть построена на кодах Фибоначчи и арифметике Фибоначчи, которые являются обобщением и развитием классического двоичного представления и классической двоичной арифметики.**

В 1976 г. я был приглашен для работы в Венский технический университет (Австрия). На заключительном этапе своего пребывания в Австрии я выступил с докладом по арифметике и компьютерам Фибоначчи на объединенном заседании Кибернетического и Компьютерного обществ Австрии. Доклад был воспринят австрийскими учеными с огромным интересом. После возвращения в Советский Союз, по инициативе посольства СССР в Австрии началось широкое патентование моих изобретений в области «компьютеров Фибоначчи» за рубежом. **65 зарубежных патентов (США, Япония, Англия, Франция, Германия, Канада и др. Страны) являются официальными юридическими документами, которые подтверждают мой приоритет в этом направлении.** Хочу отметить, что это патентование является беспрецедентным в истории компьютеров. Во-первых, потому, что патентование проводилось только на основании теоретических разработок без каких-либо инженерных реализаций. Во-вторых, патентование такого масштаба в области компьютерной техники в СССР проводилось впервые, и ни один советский ученый в этой области не имел такого количества зарубежных патентов, как я. Замечу, что кроме 65 зарубежных патентов я имею еще 130 авторских свидетельств.

Начиная с 80-х годов прошлого столетия, моими разработками заинтересовалось Министерство общего машиностроения СССР (Советское ракетное министерство). Главная задача, поставленная министерством, состояла в том, чтобы преодолеть недостатки «Неймановских компьютеров» и создать на основе кодов Фибоначчи и арифметики Фибоначчи так называемые **помехоустойчивые процессоры Фибоначчи** и **«фибоначчиевые» аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи высокой точности и метрологической стабильности для специальных приложений.**

На проведение этих исследований была выделена достаточно внушительная сумма (15 000 000 $). Разработки выполнялись в Специальном конструкторско-технологическом бюро «Модуль» Винницкого технического университета. В период с 1986 по 1989 гг. я был директором этого конструкторского бюро, совмещая при этом должность зав. кафедрой вычислительной техники. Инженерные разработки СКТБ «Модуль» описаны в брошюре [12].

Из инженерных разработок, доведенных до мелкосерийного производства в СКТБ «Модуль», наибольший интерес представлял «фибоначчиевый» самокорректирующийся 18-ти разрядный аналого-цифровой преобразователь, обладающий довольно высокими метрологическими характеристиками. **Главная его особенность состояла в том, что впервые в мировой практике был разработан АЦП с «вечными» техническими характеристиками.** Что это означает? Благодаря встроенной системе контроля, которая использовала свойство «многозначности» фибоначчиевых представлений, **метрологические параметры такого АЦП не зависели от погрешностей технологии, изменения температуры и старения элементов.** Например, при технологической точности изготовления элементов в 5% благодаря самонастройке точность АЦП повышалась в 1000 раз (до 0.005%) и далее сохранялась неизменной независимо от температуры и старения элементов. Эти идеи были сформулированы мною еще в 1978 г. [13].

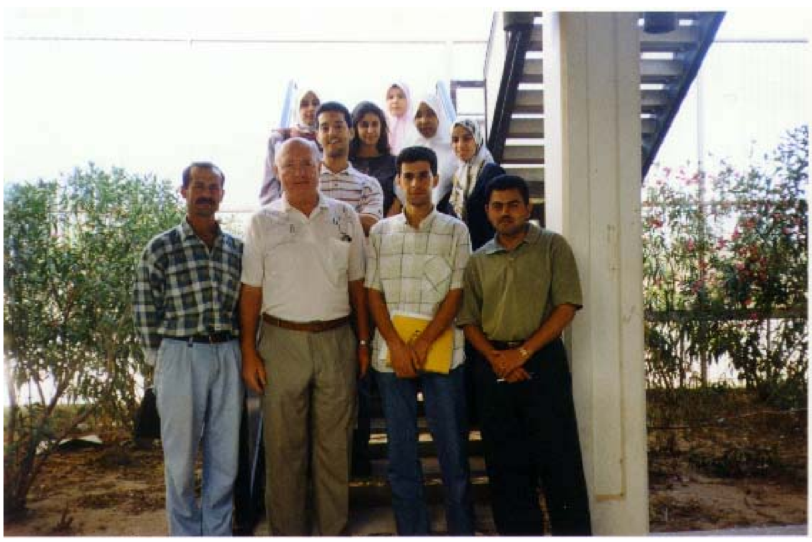
Другая важная разработка – это **первая в истории компьютерной науки «фибоначчиева» микросхема,** которая была спроектирована и изготовлена в НПО «Научный Центр» (г. Зеленоград). Микросхема была предназначена для обработки символьной информации и выполнения арифметических операций в кодах Фибоначчи и "золотой пропорции". В частности, в микросхеме была заложена возможность выполнения следующих операций: запись и чтение информации, свертка, развертка, перемещение, поглощение, приведение к минимальной форме, суммирование, вычитание, реверсивный сдвиг, логическое умножение, логическое сложение и сложение по модулю 2. Отличительной особенностью микросхемы являлось наличие контрольного выхода, на котором формировалась информация о неправильной работе микросхемы. Одновременно с выдачей сигнала "Ошибка" блокировались все информационные выходы. Если ошибка являлась следствием "сбоя" и при повторении операции сигнал "Ошибка" не появлялся, то блокировка выходов снималась. Если же внутри микросхемы происходил "отказ", то это индицировалось с помощью сигнала "Ошибка", появляющегося постоянно на контрольном выходе, и в этом случае блокировка информационных выходов оставалась. Таким образом, в микросхеме обнаруживался сбой любого электронного элемента в момент его возникновения и блокировалась возможность выполнения ложной команды.

Планировалось, что эта элементная база будет использована для создания специального помехоустойчивого процессора для ракетных бортовых систем. К сожалению, воплощению этой идеи помешала «горбачевская перестройка». В конце 1989 г. в Советском Союзе началось сокращение всех ракетных программ и финансирование проекта «Компьютер Фибоначчи» резко уменьшилось, а затем (после развала СССР) было полностью прекращено. Это привело к развалу прекрасного научного и инженерного коллектива в СКТБ «Модуль» и прекращению инженерных разработок в этой области.

3. Африка: на пути к «Золотой» Информационной Технологии

Несмотря на прекращение инженерных разработок по «фибоначчиевому» направлению, теоретические исследования в этом направлении не прекращались ни на минуту. Так случилось в моей жизни, что начиная с 1995 г. почти 5 лет я провел в Африке, работая профессором ведущих Африканских университетов. С 1995 по 1997 гг. я работал профессором кафедры вычислительной техники Ливийского университета Аль-Фатех (Триполи, Ливия). Я читал для студентов курсы «Теория информации и кодирования», «Дискретная математика» и специальный курс «Числа Фибоначчи и компьютеры». Следует отметить, что, несмотря на мой корявый английский язык, ливийские студенты высоко оценили мои курсы. На эти курсы записывались не только студенты кафедры вычислительной техники, но и других кафедр. Например, на мой курс «Дискретная математика» при норме 20 человек ко мне записалось около 100 человек, что создало для кафедры большие проблемы с поиском соответствующей аудитории и приемом экзамена.

Должен сказать, что мое мнение о ливийских студентах, с которыми я общался, довольно высокое. Причиной является то, что специальность "Компьютерная техника" была весьма популярной среди ливийских студентов, и на нее принимали наиболее подготовленную (в физико-математическом отношении) часть ливийской молодежи. Многие из моих ливийских студентов имели явные наклонности к научно-исследовательской работе, и им было приятно получать высокие баллы от иностранного профессора. Многие ливийские студенты (а на кафедре компьютерной техники их было большинство) мечтали продолжить свое образование за рубежом. А для этого необходимо иметь отличные баллы по всем предметам. Поэтому отношение студентов к занятиям (особенно посещение лекций) было выше всяких похвал.

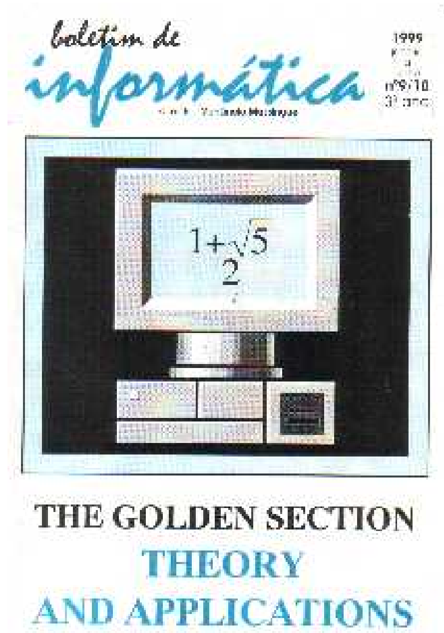


Вместе со студентами-отличниками (Университет Аль-Фатех, Триполи, 1996)

В «ливийский период» я получил несколько новых научных результатов, в частности, разработал «золотую» троичную зеркально-симметричную арифметику и выдвинул концепцию «Математики Гармонии». Эти результаты были представлены мною на 7-й Международной конференции «Числа Фибоначчи и их приложения» (Австрия, Грац, июль 1996 г.). Мой доклад “The Golden Section and Modern Harmony Mathematics” был признан одним из лучших и поэтому был отобран для публикации в сборнике “Applications of Fibonacci Numbers” [14]. После возвращения на Украину я попытался опубликовать статью по «золотой» троичной зеркально-симметричной арифметике в академическом журнале «Управляющие системы и машины», который издается Киевским Институтом кибернетики, но получил разгромную рецензию. Поэтому я перевел статью на английский язык и направил ее для публикации в журнал «The Computer Journal" (British Computer Society). К моей радости, несмотря на довольно жесткое рецензирование, статья была признана достойной для публикации и появилась на страницах журнала в 2002 г. [15]. Первым ученым, кто откликнулся на эту публикацию, был выдающийся американский ученый **Дональд Кнут**, широко известный в мире своими книгами по «искусству программирования». В своем письме проф. Кнут написал, что он наслаждался, читая мою статью, и что он намерен включить ссылку на эту статью в новое издание его знаменитой книги «Искусство программирования». Это письмо знаменитого ученого является для меня высшей наградой за разработку новой системы счисления, которая может стать основой для разработки новых компьютеров. В этой связи меня до сих пор удивляет и возмущает разгромная рецензия на эту статью, полученная от украинского кибернетического журнала «Управляющие системы и машины». Неужели украинская кибернетическая наука скатилась до такого уровня, что ее представители не в состоянии отличить серьезный научный результат от научного «мусора», который заполняет многие академические журналы? Или, возможно, рецензия на мою статью была «заказной», то есть, являлась продолжением травли моего научного направления, организованного на страницах журнала «Управляющие системы и машины» после моего успешного выступления на специальном заседании Президиуме Академии наук Украины в июне 1989 г., посвященном обсуждению моего научного направления.

В Ливии я получил еще один математический результат – разработал **теорию так называемых обобщенных матриц Фибоначчи**. Сразу после возвращения из Ливии я рассказал о своем новом результате в области теории матриц академику Митропольскому Ю.А. и он сразу же предложил мне подготовить статью на эту тему. Я написал статью «A generalization of the Fibonacci *Q*-matrix", которая по рекомендации Юрия Алексеевича Митропольского была опубликована в 1999 г. в «Докладах Национальной академии наук Украины» [16].

С 1998 по 2000 гг. я работал профессором кафедры математики и информатики Университета Эдуардо Мондлане (Мапуту, Мозамбик). Согласно контракту, моя главная задача состояла в подготовке научных кадров. Первым моим шагом на кафедре математики и информатики стала организация научного семинара по числам Фибоначчи и их приложениям для преподавателей и студентов кафедры. Активными участниками семинара стали преподаватели и студенты кафедры. Спустя 3-4 месяца после начала работы семинара появились первые научные результаты, и возникла идея публикации докладов участников семинара в некотором научном сборнике. При активном содействии проректора Винансио Массинга, который был моим аспирантом, такой сборник был издан в конце 1999 г. в рамках журнала «Boletin de informatica", издаваемого в университете под научной редакцией Винансио Массинга.



Специальный выпуск журнала «Boletin de informatica”

В Мозамбике я отпраздновал свое 60-летие. Мне приятно, что руководство университета, ректор и два его проректора приняли активное участие в моем юбилее. На фотографии ниже я сфотографировался в день своего юбилея с двумя проекторами – Винансио Массинга и Лидией Брито, которая вскоре стала Министром науки и образования Мозамбика. Я проработал в Университете Эдуардо Мондлане два года с сентября 1998 по август 2000 года и у меня навсегда сохранились самые лучшие воспоминания об этом замечательном университете, руководстве университета, его студентах и преподавателях.

С Винансио Массинга и Лидией Брито (7-е мая 1999 г.)

В Мозамбике мне были предоставлены все необходимые условия для научной работы. **В Мозамбике я разработал новую теорию кодирования, основанную на матрицах Фибоначчи.** Отличительной особенностью кафедры математики и информатики было наличие в ней прекрасной библиотеки, в которой была собрана прекрасная коллекция книг по математике и информатике (такой библиотеке может позавидовать любая кафедра математики на территории России или Украины – вот вам и отсталая страна Мозамбик!). Кафедральная библиотека стала одним из мест моего частого времяпровождения в период работы в этом университете. И там меня однажды сфотографировали для кафедрального сайта.

Фото в библиотеке кафедры математики и информатики Университета Эдуардо Мондлане (Мапуту, Мозамбик, 1999 г.)

Однажды мне попалась на глаза книга “Computer security management” (автор Dennis van Tassel), опубликованная издательством “Prentice-Hall”, New Jersey, 1972. В этой книге я обнаружил описание так называемого «матричного» метода кодирования информации. Суть кодирования состояла в представлении исходного сообщения в виде квадратной матрицы с последующим умножении такой матрицы на специальную кодирующую матрицу того же порядка. Декодирование состояло в умножении «кодовой матрицы» на «инверсную» матрицу. Прочитав описанный метод, у меня мгновенно созрела идея использования разработанных мною обобщенных Q_p-матриц Фибоначчи для кодирования информации. Уже, будучи в Канаде, я продолжил разработку новой теории кодирования и опубликовал статью на эту тему [17] в журнале «Chaos, Solitons and Fractals». Рассмотрим суть нового метода кодирования в случае применения простейшей матрицы Фибоначчи, изученной американским математиком Вернером Хогаттом и названой им Q-матрицей:

$$Q^n = \begin{pmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{pmatrix} \qquad (1)$$

где F_{n+1}, F_n, F_{n-1} - числа Фибоначчи, $n = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$. Вид матрицы, инверсной к (1), зависит от четности числа n:

$$Q^{-2k} = \begin{pmatrix} F_{2k-1} & -F_{2k} \\ -F_{2k} & F_{2k+1} \end{pmatrix}; \quad Q^{-2k} = \begin{pmatrix} -F_{2k-2} & F_{2k+1} \\ F_{2k+1} & -F_{2k} \end{pmatrix} \qquad (2)$$

Исходное сообщение представляется в виде *несобственной матрицы,* то есть матрицы с детерминантом, отличным о нуля:

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & m_2 \\ m_3 & m_4 \end{pmatrix}; \quad \det M \neq 0 \tag{3}$$

Заметим, что Q-матрица (1) обладает следующим свойством:

$$\det Q^n = (-1)^n \tag{4}$$

Суть кодирования состоит в умножении матрицы (3) на матрицу (1), при этом декодирование состоит в умножении кодовой матрицы E на инверсную матрицу (2).

Кодирование	**Декодирование**
$M \times Q^n = E$	$E \times Q^{-n} = M$

Если теперь вычислить детерминант кодовой матрицы *E,* то мы получим следующее неожиданное соотношение, которое связывает матрицы M и E:

$$\det E = \det M \times (-1)^n \tag{5}$$

Это и есть «основное контрольное соотношение» рассматриваемого метода кодирования. Кроме того, как показано в моей статье [17], опубликованной в журнале “Chaos, Solitons and Fractals”, между элементами кодовой матрицы

$$E = \begin{pmatrix} e_1 & e_2 \\ e_3 & e_4 \end{pmatrix} \tag{6}$$

существуют следующие соотношения:

$$e_1 \approx \Phi \times e_2\,;\; e_3 \approx \Phi \times e_4\,, \tag{7}$$

где Ф =1.618 – золотая пропорция.

Таким образом, метод кодирования, основанный на умножении исходной матрицы M на Q-матрицу (1), приводит к получению кодовой матрицы (6), элементы которой, с одной стороны, связаны соотношением (7), а, с другой стороны, детерминант кодовой матрицы E связан с детерминантом исходной матрицы M соотношением (5).

Как показано в [17], предложенный метод кодирования-декодирования обладает прямо-таки **фантастической корректирующей способностью, которая превышает потенциальную корректирующую способность классических корректирующих кодов в 1 000 000 и больше раз. Кроме того, в качестве информационных единиц в методе выступают не биты, а числа, являющиеся элементами матриц, при этом теоретически не существует ограничений на значения этих чисел.**

Поэтому предложенный в [17] метод кодирования может быть отнесен к разряду **революционных открытий** в теории кодировании, что может привести к созданию супернадежных информационных систем.

Еще один важный результат в этой области – это так называемая **матричная криптография,** которая напоминает рассмотренный выше метод кодирования-декодирования, основанный на матрицах Фибоначчи . Суть метода состоит в том, что шифрация состоит в умножении исходной матрицы M на некоторую кодирующую матрицу K того же размера, которая играет роль криптографического ключа, а декодирование состоит в умножении кодовой матрицы $E=M\times K$ на декодирующую матрицу K^{-1}, инверсной к матрице K. Такой метод криптографии обладает очень высоким быстродействием и может быть использован для криптографической защиты цифровых сигналов в реальном масштабе времени, в частности, на этой основе может быть создан **криптографический мобильный телефон.**

Рассмотренные выше новые методы обработки информации (помехоустойчивый компьютер Фибоначчи, фибоначчиевые аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи, троичная зеркально-симметричная арифметика, новая теория кодирования и криптографии, основанные на матричном подходе) могут привести к качественному улучшению надежности, помехоустойчивости, точности и метрологической стабильности систем сбора, измерения, передачи, обработки и преобразования информации. Они являются первыми ласточками **«Золотой» Информационной Технологии**, которая основана на золотой пропорции, числах Фибоначчи, арифметике Фибоначчи и матрицах Фибоначчи и которая может прийти на смену классической информационной технологии, основанной на «Неймановских компьютерах» и классической двоичной системе счисления.

4. Истоки Математики Гармонии

Как упоминалось выше, понятие «Математика Гармонии» было введено мною в 1996 г. в докладе [14], прочитанном на 7-й международной конференции «Числа Фибоначчи и их приложения» (Австрия, Грац, июль 1996 г.). С тех пор эта идея стала в центре моих научных интересов. В годы, предшествующие моему переезду в Канаду, я сдружился с выдающимся украинским математиком **Юрием Алексеевичем Митропольским**. Пытаясь понять, какое место занимает моя Математика Гармонии в системе математических наук, при одной из наших встреч я задал такой вопрос Митропольскому. Он высказал предположение, что Математика Гармонии, возможно, заполняет разрыв, который существует между «элементарной математикой», лежащей в основе математического образования, и «высшей математикой». Эту мысль он изложил в отзыве на мое научное направление, который он подготовил по моей просьбе перед моим отъездом в Канаду [18].

В Канаде я продолжил искать истоки «Математики Гармонии». Однажды, перелистывая в очередной раз замечательную книгу «Структурная гармония систем», написанную белорусским философом Эдуардом Сороко [19], я нашел одну интересную мысль, освещающую роль Платоновых тел в древнегреческой науке (с. 42):

«Представление о «сквозной» гармонии бытия неизменно связывались с ее воплощением в этих пяти правильных симметричных геометрических телах, выражающих идею повсеместного совершенства мира вследствие совершенства каждой из составляющих его «стихий», «начал». Как глубоко зашли эти представления и как прочно держались в просвещенных умах античности, можно судить хотя бы по следующему замечанию, которое не без тени шутки приводят, ссылаясь на Прокла, комментатора Евклида: последний создавал «Начала» якобы не с целью изложения геометрии как

таковой, а чтобы дать полную систематизированную теорию построения пяти «платоновых тел», попутно осветив новейшие достижения математики».

Таким образом, **Прокл Диадох** (412-485 гг.), который считается едва ли не лучшим греческим комментатором «Начал» Евклида, высказал весьма необычную гипотезу, касающуюся истинных причин, которые преследовал Евклид при написании своих «Начал». **Главной целью Евклида было создание геометрической теории пяти «Платоновых тел».** И эта теория была изложена в 13-й, то есть, заключительной книге «Начал». Этот факт сам по себе является косвенным подтверждением правильности «гипотезы Прокла», поскольку главный материал любого научного произведения обычно помещается в заключительной части научного произведения. При этом во всех предшествующих книгах «Начал» (от 1-й до 12-й) были изложены аксиомы, постулаты и теоремы, то есть «сопутствующий» материал, направленный на достижение главной цели - дать полную систематизированную теорию построения пяти «Платоновых тел».

Одной из таких теорем является Теорема II.11 (деление отрезка в крайнем и среднем отношении, позже названное «Золотым Сечением»). Ясно, что Евклид вводит «Золотое Сечение» не случайно. У Евклида все продумано и направлено на достижение главной цели. Дело в том, что наиболее сложной оказалась теория додекаэдра, Платанового тела, гранями которого являются «пентагоны» - правильные пятиугольники, непосредственно связанные с «Золотым Сечением». Поэтому, основываясь на Теореме II.11, Евклид сначала строит равнобедренный «золотой» треугольник, а за ним «пентагон», который состоит из 5 «золотых» треугольников, а затем уже переходит к геометрической теории «додекаэдра», который в «Космологии Платона» считался «главным геометрическим телом мироздания», выражающим «Гармонию Мироздания».

Эта идея стала ключевой идеей, которая привела меня к переосмысливанию истоков математики. Суть этой идеи состояла в том, что в «Началах» Евклида получила полное отражение главная идея греческой науки и философии – идея Гармонии, а сами «Начала» можно рассматривать, как первую в истории науки попытку изложить **«Математические Основы Гармонии»,** которая неизменно связывалась с пятью Платоновыми телами. Именно поэтому «проблема гармонии» сыграла ключевую роль в развитии математики на этапе ее зарождения. Меня удивляет, почему «гипотеза Прокла» не получила дальнейшего развития в истории математики. Ведь в этом случае вся математика и все математическое образование развивались бы совершенно по-другому!

А теперь обратимся к истории математики в изложении А.Н. Колмогорова [20]. Рассуждая о происхождении математики, Колмогоров выделяет две практические проблемы, которые способствовали формированию начальных понятий математики: **проблему счета** и **проблему измерения**. К сожалению, Колмогоров в своей книге [20] никак не упоминает о **проблеме гармонии,** которая сыграла в развитии математики не меньшую роль, чем две первые проблемы. Именно поэтому я решил подкорректировать Колмогорова и предложил следующее видение проблемы происхождения математики (см. ниже).

Согласно моему подходу, на ранних этапах развитие математики стимулировалось тремя проблемами. Рассмотрим эти проблемы более детально:

1. Проблема счета. Эта проблема в своих истоках восходит к периоду зарождения математики, в частности, к Вавилонской и Египетской математике. Согласно Колмогорову «счет предметов на самых ранних ступенях развития культуры привел к созданию простейших понятий арифметики натуральных чисел», то есть создание «арифметики натуральных чисел» было первым математическим результатом, вытекающим из «проблемы счета». Именно в рамках этой проблемы в Вавилоне было сделано крупнейшее математическое открытие – **позиционный принцип представления чисел,** который был воплощен вавилонянами в их 60-ричной системе счисления. Это важное математическое открытие лежит в основе всех последующих позиционных систем счисления, в частности, десятичной системы и двоичной системы - основы современных компьютеров. Это открытие, в конечном итоге, привело к формированию понятия **натурального числа –** важнейшего понятия, лежащего в основе математики.

2. Проблема измерения. Согласно Колмогорову «измерение площадей и объемов, потребности строительной техники, а несколько позднее – астрономии, вызывают развитие начатков геометрии». Главным же математическим открытием, связанным с «проблемой измерения», является открытие **несоизмеримых отрезков.** Это открытие, сделанное в научной школе Пифагора, привело к переосмысливанию ранней пифагорейской математики, в основе которой лежал «принцип соизмеримости величин», и к открытию **иррациональных чисел** – второго (после натуральных чисел) важнейшего понятия математики. В конечном итоге, эти два понятия (натуральные и иррациональные числа) и были положены в основу «классической математики».

3. Проблема гармонии. Эта проблема возникла в древнегреческой науке. Главным математическим открытием, сделанным в рамках этой проблемы, является а **задача о «делении отрезка в крайнем и среднем отношении»,** позже названном **«Золотым Сечением».** Впервые описание этого открытия дано в «Началах» Евклида в Теореме II.11. Как упоминалось, эта теорема была введена Евклидом с целью создания строгой геометрической теории «Платоновых тел» (в частности, додекаэдра), изложению которых посвящена заключительная (13-я) книга «Начал» Евклида. Как известно, «золотое сечение» стало своеобразным каноном древнегреческого искусства и затем широко использовалось в искусстве Возрождения, а также в искусстве 19-го и 20-го столетий. «Математическая теория золотого сечения» получила дальнейшее развитие в работах французских математиков 19-го века Бине («формулы Бине») и Люка («числа Люка»). Во второй половине 20-го века эта теория получила развитие в работах советского математика **Николая Воробьева** [21] и американского математика **Вернера Хоггата** [22]. Развитие этого направления, в конечном итоге, привело к возникновению «Математики Гармонии» [5, 6, 9, 14] - нового междисциплинарного направления современной науки, которое имеет отношение к современной математике, теоретической физике и компьютерной науке. Такой подход к истокам математики приводит к выводу, который может оказаться неожиданным для многих математиков. Оказывается, что **параллельно с «Классической Математикой» в науке, начиная с древних греков, развивалось еще одно математическое направление – «Математика Гармонии», которая, как и классическая математика, восходит к «Началам» Евклида, но акцентирует свое внимание**

не на «аксиоматическом подходе», а на геометрической «задаче о делении в крайнем и среднем отношении» (Теорема 2.11) и на теории правильных многогранников, изложенной в 13-й книге «Начал» Евклида.

«Ключевые» проблемы античной математики и новые направления в математике, теоретической физике и информтике

Такой подход сразу же приводит к переосмысливанию всей истории и структуры математики. **Главный итог такого подхода состоит в том, что существует как бы две математики: Классическая Математика и Математика Гармонии.** Обе они в своих истоках восходят к «Началам» Евклида. При этом «Классическая Математика» позаимствовала из «Начала» Евклида так называемый «аксиоматический подход», то есть постулаты и аксиомы Евклида, а также теорию чисел и теорию иррациональностей, то есть, «сопутствующие» материалы, использованные Евклидом для построения теории Платоновых тел. При этом «гипотеза Прокла» не получила в «Классической Математике» должного отражения. В то же время «гипотеза Прокла» в «Математике Гармонии» занимает центральное положение. **Именно «гипотеза Прокла» дает основание**

утверждать, что согласно представлением Пифагора, Платона и Евклида главным направлением в математике должна быть «Математика Гармонии», основанная на «Золотом Сечении» и «Платоновых Телах».

Как следует из такого подхода, Математика Гармонии может привести к «золотой» информатике, о чем я рассказал выше, и к «золотой» теоретической физике, о чем я расскажу ниже.

Свой рассказ о влиянии Математики Гармонии на развитие современной математики я хотел бы начать с двух новых математических теорий – **«золотой» теории чисел** и **алгоритмической теории измерения**.

5. Математика Гармонии: «золотая» теория чисел и алгоритмическая теория измерения

5.1. «Золотая» теория чисел. Греческая математика поражает, прежде всего, красотой и богатством содержания. Кроме создания **геометрии Евклида,** вклад древних греков в развитие математики состоит также в создании двух фундаментальных математических теорий: **теории чисел** и **теории измерения.**

Главной задачей греческой теории чисел стало изучение свойств **натуральных чисел.** Известно следующее определение натурального числа, известное под названием **Евклидового определения:**

$$N=1+1+\ldots+1 \ (N \text{ раз}) \tag{8}$$

Несмотря на предельную простоту определения (8), оно сыграло огромную роль в развитии теории чисел и лежит в основе многих важных математических понятий, в частности, понятий *простого* и *составного* числа, понятия *умножения* и *деления,* а также понятий *делимости* и *сравнения.* Можно сказать, что определение (8) порождает как *натуральные числа*, так и всю проблематику их теории. Пользуясь определением (8), пифагорейцы установили целый ряд прямо-таки восхитительных свойств натуральных чисел. Например, для последовательности нечетных натуральных чисел

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots$$

они установили, что сумма любой последовательности этих чисел, начиная с 1, всегда является квадратом соответствующего натурального числа, а именно:

$$1=(1)^2;\ (1+3)=2^2;\ (1+3+5)=3^2;\ (1+3+5+7)=4^2;\ \ldots;\ [1+3+5+\ldots+(2n-1)]=n^2.$$

Пифагорейцы изучали *совершенные, дружественные, геометрические* (*треугольные, квадратные, пентагональные* и т.д.) числа, что отражало их общее стремление искать гармонию и красоту в математических объектах.

Учитывая тот факт, что натуральные числа изучаются не менее двух с половиной тысячелетий, совершенно уж невероятным для многих математиков окажется утверждение, что совсем **недавно установлены новые математические свойства натуральных чисел.**

В 1957 г. юный (12-летний) американский математик Джордж Бергман опубликовал статью [23], в которой он ввел следующий необычный способ позиционного представления чисел:

$$A=\sum_i a_i \Phi^i, \tag{9}$$

где A – действительное число, a_i -двоичная цифра i-го разряда, i=0,±1,±2,±3,…, Φ^i - вес i-го разряда, Φ - «золотая пропорция».

Заметим, что веса разрядов Φ^i связаны друг с другом следующими изящными соотношениями:

$$\Phi^i = \Phi^{i-1} + \Phi^{i-2} = \Phi\times\Phi^{i-1} \tag{10}$$

Принципиальное отличие системы (9) от двоичной системы состоит в том, что основанием системы счисления (9) является «золотая пропорция» $\Phi = \left(1+\sqrt{5}\right)/2$. Бергман назвал систему (9) *системой счисления с иррациональным основанием*.

Я хочу обратить внимание математиков на тот факт, **что формула (9) задает принципиально новую систему счисления, которая переворачивает наши представления о позиционных системах счисления, более того, исторически сложившееся соотношение между рациональными и иррациональными числами.** До открытия Бергмана считалось, что основанием позиционной системы счисления может быть только целое число (10 – для десятичной системы, 2 – для двоичной, 60 – для Вавилонской 60-ричной системы). В системе счисления Бергмана (9) основанием системы, то есть, началом исчисления является иррациональное число $\Phi = \left(1+\sqrt{5}\right)/2$, с помощью которого можно представить все действительные числа, то есть иррациональное число $\Phi = \left(1+\sqrt{5}\right)/2$ является исходным, первичным числом, с помощью которого можно представить все реальные числа, включая натуральные и рациональные. **Именно поэтому мы имеем полное право утверждать, что система Бергмана (9) является одним из наиболее важных математических открытий в области систем счисления после открытия позиционного принципа представления чисел (Вавилон, 2000 г. до н.э.) и десятичной системы (Индия, 5-8 столетие нашей эры).**

В 1980 г. я ввел в рассмотрение новый класс систем счисления с иррациональными основаниями, которые я назвал **кодами золотой *p*-пропорции** [24]:

$$A = \sum_i a_i \Phi_p^i, \tag{11}$$

где $a_i \in \{0, 1\}$ – двоичная цифра i-го разряда системы счисления (11), i = 0, ±1, ±2, ±3, … , Φ_p - золотая p-пропорция, основание системы счисления (11), которое является корнем следующего алгебраического уравнения:

$$x^{p+1} = x^p + 1, \tag{12}$$

где $p = 0,1,2,3,...$ - заданное целое число.

Заметим, что выражение (11) задает бесконечное количество новых систем счисления с иррациональными основаниями типа Φ_p ($p = 0,1,2,3,...$). При этом при p=0 система счисления (11) сводится к классической двоичной системе, а при p=1 – к системе Бергмана (9). Теория кодов золотой p-пропорции изложена мною в книге «Коды золотой пропорции», опубликованной в 1984 г. [25].

Но возвратимся к новым свойствам натуральных чисел, основанных на представлениях (9) и (11). Эти свойства доказаны в моей статье [26], опубликованной по рекомендации Ю.А. Митропольского в «Украинском математическом журнале» в 2004 г.

Представим некоторое натуральное число в системе Бергмана (9), то есть,

$$N = \sum_i a_i \Phi^i \,. \tag{13}$$

В статье [26] доказано два далеко не тривиальных свойства представления (13). Первое состоит в том, что для любого (подчеркиваю, любого!) натурального числа N сумма (13) является конечной, то есть, **любое натуральное число может быть представлено в виде конечной суммы степеней золотой пропорции.**

Я думаю, что этот математический результат восхитил бы пифагорейцев, если бы они об этом знали, учитывая их особое отношение к натуральным числам и золотой пропорции. **Тот факт, что любое натуральное число может быть выражено через золотую пропорцию, привел бы к изменению главного тезиса пифагорейцев («все есть число») на другой тезис («все есть золотая пропорция»)!**

И этот вывод полностью согласуется с хорошо известными высказыванием двух научных гениев – Лосева и Кеплера, касающимися золотого сечения.

Алексей Лосев: "С точки зрения Платона, да и вообще с точки зрения всей античной космологии мир представляет собой некое пропорциональное целое, подчиняющееся закону гармонического деления - Золотого Сечения... Их (древних греков – А.С.) систему космических пропорций нередко в литературе изображают как курьезный результат безудержной и дикой фантазии. В такого рода объяснениях сквозит антинаучная беспомощность тех, кто это заявляет. Однако понять данный историко-эстетический феномен можно только в связи с целостным пониманием истории, то есть, используя диалектико-материалистическое представление о культуре и ища ответа в особенностях античного общественного бытия».

Иоганн Кеплер: «В геометрии существует два сокровища – теорема Пифагора и деление отрезка в крайнем и среднем отношении. Первое можно сравнить с ценностью золота, второе можно назвать драгоценным камнем».

Высказывание Кеплера поднимает «золотое сечение» на уровень «Теоремы Пифагора» - самой известной теоремы геометрии. И об этом не следует забывать создателям школьных учебников по геометрии. В результате одностороннего подхода к математическому образованию каждый школьник знает «Теорему Пифагора», но имеет весьма смутное представление о «золотом сечении» - втором «сокровище геометрии». Большинство школьных учебников по геометрии восходят к «Началам» Евклида. Но тогда почему в большинстве из них отсутствует упоминание о «золотом сечении», которое впервые описано именно в «Началах» Евклида? Многие математики рассматривают сравнение «Теоремы Пифагора» с «золотым сечением» весьма большим преувеличением для «золотого сечения». Однако, при этом не следует забывать, что Кеплер был не только гениальным астрономом, но (в отличие о тех математиков, которые его критикуют) также великим физиком и математиком. Поэтому к высказыванию Кеплера необходимо относиться как к высказыванию «пророческого» значения для «золотого сечения».

Именно Кеплер одним из первых понял значение «золотого сечения» в развитии науки и математики!

Перейдем теперь еще к одному удивительному свойству натуральных чисел, описанному в работе [16]. Суть этого свойства состоит в следующем. Если в сумме (13) каждую степень золотой пропорции Φ^i заменить на число Фибоначчи F_i $(i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, ...)$, то получаемая при этом сумма тождественно равна нулю для любого натурального числа, то есть,

$$\sum_i a_i F_i = 0 . \qquad (14)$$

Это неожиданное свойство натуральных чисел было названо в [26] **Z-свойством натуральных чисел (Z – "zero").** Таким образом, после замены Φ^i **на** F_i в формуле (13) все натуральные числа как бы «проваливаются» в «черную дыру» - число 0! Заметим, что это свойство справедливо только для натуральных чисел. **Именно поэтому мы можем трактовать свойство (14) как новое научное открытие в области теории чисел!**

Подобные же свойства доказаны в [26] и для кодов золотой *p*-пропорции.

Как уже упоминалось, классическая теория чисел начинается с Евклидового определения (8), которое задает не только натуральные число, но и всю проблематику теории чисел. По аналогии мы можем утверждать, что определения действительного числа в виде (9) и (11) порождают новую теорию чисел, которую мы можем назвать **«золотой» теорией чисел**. И сформулированные выше новые свойства натуральных чисел являются подтверждением плодотворности такого подхода к теории чисел.

5.2. Алгоритмическая теория измерения. В 1971 г. я был избран заведующим кафедрой информационно-измерительной техники Таганрогского радиотехнического института, где я проработал до 1977 г. В моей достаточно бурной научной биографии «таганрогский период» является одним из самых плодотворных. Действительно, к этому периоду относятся ряд очень важных событий в моей жизни. Прежде всего – это получение ученой степени доктора технических наук в области вычислительной техники. Докторскую диссертацию [10] я защитил в Киевском институте инженеров гражданской авиации в 1972 г. В тот период мне было 32 года и я был в СССР одним из самых молодых докторов наук в области вычислительной техники. В 1974 г. я получил профессорское звание. Как я упоминал, в Таганроге я разработал арифметику Фибоначчи [11] и выдвинул концепцию «компьютеров Фибоначчи". К «таганрогскому периоду» относится и моя научная командировка в Австрию, где я в течение 2-х месяцев стажировался в Венском техническом университете и выступил там с докладом «Алгоритмическая теория измерения и основания компьютерной арифметики». В Таганроге началось патентование моих изобретений за рубежом.

В Таганроге я написал свою первую книгу **«Введение в алгоритмическую теорию измерения»**, опубликованную в 1977 г. известным советским издательством «Советское радио» [7]. В основу книги была положена моя докторская диссертация [10] и курс лекций "Теоретические основы информационно-измерительной техники», который я читал студентам специальности «Информационно-измерительная техника». Как известно, всякий фундаментальный курс требует системного подхода к изучаемой теме. Именно системный взгляд на «теорию измерения» изложен в Главе 1 «Проблема измерения». В этой главе я проанализировал все научные теории, касающиеся измерения, и нашел место, которое занимает моя «алгоритмическая теория измерения» в системе наук об измерении. Я пришел к выводу, что «алгоритмическая теория измерения» - это новая, конструктивная математическая теория измерения, которая в своих истоках восходит к первой «оптимизационной» задаче в теории измерения – задаче о выборе наилучшей системы гирь, называемой **«задачей Баше-Менделеева»** в российской физико-математической литературе [27]. Одно из «оптимальных» решений состоит в доказательство оптимальности «двоичной системы гирь» 1, 2, 4, 8, ..., 2^{n-1}, которая лежит в основе “двоичного алгоритма измерения», порождающей двоичную систему счисления.

В чем суть основного математического результата алгоритмической теории измерения? **Доказано, что существует бесконечное количество новых, неизвестных ранее «оптимальных» алгоритмов измерения, каждый из которых «порождает» новую, неизвестную ранее позиционную систему счисления. Одним из неожиданных результатов «алгоритмической теории измерения» явились «фибоначиевые алгоритмы измерения», порождающие фибоначчиевые представления натуральных чисел, которые привели меня к арифметике Фибоначчи и, в конечном итоге, к «компьютерам Фибоначчи».**

Какое же значение «алгоритмическая теория измерения» имеет для развития математики? Здесь следует отметить, что в «алгоритмической теории измерения» обобщена задача Баше-Менделеева, которая касается позиционных систем счисления. Как известно, несмотря на древность проблемы (позиционный принцип представления чисел был открыт вавилонянами в 2000 г. до н.э.), позиционные системы счисления никогда не были предметом серьезного математического исследования, - и в этой области математика не намного ушла вперед по сравнению с периодом своего зарождения. **Как известно, позиционный принцип представления чисел был открыт вавилонянами задолго до возникновения математики как самостоятельной науки. «Алгоритмическая теория измерения» - это ни что иное, как новая математическая теория позиционных систем счисления. Поэтому именно с этой новой математической теории и должна начинаться теория чисел.**

В 1977 г. я был избран зав. кафедрой вычислительной техники Винницкого политехнического института. Но через несколько лет я пожалел о своем переезде в Винницу. В 2001 г. по инициативе моего ученика, а теперь известного доктора наук проф. Юрия Вишнякова, который возглавлял факультет автоматики и вычислительной техники Таганрогского радиотехнического университета, я был приглашен в университет прочитать цикл лекций по «фибоначчиевой» тематике. И вот в середине мая 2001 года мы с женой вступили на таганрогскую землю. О посещении этого замечательного университета, где я сформировался как ученый, я мечтал многие годы. И готовясь к своим лекциям, я решил рассказать моим друзьям и моим ученикам в Таганроге о моих новых научных идеях и результатах, изложенных в моих новых книгах и статьях. Я рассказывал об основах математической гармонии систем, о новой компьютерной арифметике, которая является синтезом кода «золотой пропорции» и троичной системы счисления, наконец, о новой теории кодирования и криптографии, основанной на фибоначчиевых матрицах. В этот период мы с супругой и проф. Вишняковым сфотографировались на фоне памятника Петру Первому, основателю города Таганрога.

В 2004 г., когда я уже жил в Канаде, Ученый Совет Таганрогского радиотехнического университета присвоил мне звание «Почетный Профессор Университета», чем я особенно горжусь.

6. Математика Гармонии: «золотая» фибоначчиевая гониометрия.

6.1. История открытия гиперболических функций Фибоначчи и Люка. В 19 в. в развитии теории «золотого сечения» было сделано важное математическое открытие. Речь идет о так называемых **«формулах Бине»,** связывающих числа Фибоначчи F_n и числа Люка L_n с золотой пропорцией $\Phi=\left(1+\sqrt{5}\right)/2$. Не следует забывать, что формулы Бине существуют в математике не менее 150 лет. И никто из тысяч или десятков тысяч математиков, которые изучали эти формулы, не заметили, что формулы Бине имеют прямое отношение к гиперболическим функциям. Все началось из публикации моей книги **«Коды Золотой Пропорции»** (1984 г.) [8]. В этой книге формулы Бине были представлены в необычном виде, который в математике ранее не использовался.

$$F_n = \begin{cases} \dfrac{\Phi^n + \Phi^{-n}}{\sqrt{5}} \textbf{ для нечетных } n = 2k+1 \\ \dfrac{\Phi^n - \Phi^{-n}}{\sqrt{5}} \textbf{ для четных } n = 2k \end{cases} \qquad (15)$$

$$L_n = \begin{cases} \Phi^n + \Phi^{-n} \textbf{ для четных } n = 2k \\ \Phi^n - \Phi^{-n} \textbf{ для нечетных } n = 2k+1 \end{cases}, \qquad (16)$$

Таким образом, каждая из формул Бине (для чисел Фибоначчи (15) и для чисел Люка(16)) была представлена в виде двух формул – для четных ($n=2k$) и нечетных ($n=2k+1$) значений дискретной переменной $n=0,\pm1, \pm2, \pm3, \ldots$. Сами формулы вызывают чувство эстетического восхищения и удивления. Действительно, справа в каждой из этих формул – целые числа F_n **и** L_n, в то время как справа - фантастические комбинации иррациональных чисел Φ^n, Φ^{-n} **и** $\sqrt{5}$.

Однако главное состоит не в этом. **Сходство формул Бине (15) и (16) с гиперболическими функциями оказалось настолько поразительным, что не открыть новый класс гиперболических функций с основанием, равным «золотой пропорции», было просто невозможно!** Это и было сделано мною совместно с украинским математиком Иваном Ткаченко. Примерно в 1988-1989 появилась первая публикация на эту тему в виде препринта. Но широкая научная общественность узнала об этом открытии только из статьи **Стахов А.П. и Ткаченко И.С. Гиперболическая тригонометрия Фибоначчи** [28], опубликованной в 1993 г. «Докладах Академии наук УССР» по рекомендации академика Митропольского. В этой статье был введен новый класс гиперболических функций, основанием которых была золотая пропорция $\Phi = \left(1+\sqrt{5}\right)/2$. Дальнейшее развитие эта теория получила в статье Стахова и Розина [29], опубликованной в 2004 г. в журнале «Chaos, Solitons and Fractals”.

<u>Симметричный гиперболический синус и косинус Фибоначчи</u>

$$sFs(x) = \frac{\Phi^x - \Phi^{-x}}{\sqrt{5}}; \qquad cFs(x) = \frac{\Phi^x + \Phi^{-x}}{\sqrt{5}} \qquad (17)$$

<u>Симметричный гиперболический синус и косинус Люка</u>

$$sLs(x) = \Phi^x - \Phi^{-x}; \qquad cLs(x) = \Phi^x + \Phi^{-x} \qquad (18)$$

где $\Phi = \left(1+\sqrt{5}\right)/2$.

Функции (17), (18) являются обобщением формул Бине, задающих числа Фибоначчи и Люка в аналитической форме, на непрерывную область. Доказано [29], что числа Фибоначчи и Люка однозначно определяются через симметричные фибоначчиевые синусы и косинусы следующим образом:

$$F(n) = \begin{cases} sFs(n) & при \quad n = 2k \\ cFs(n) & при \quad n = 2k+1 \end{cases}; \qquad L(n) = \begin{cases} cLs(n) & при \quad n = 2k \\ sLs(n) & при \quad n = 2k+1 \end{cases} \qquad (19)$$

Эти соотношения показывают, что гиперболические функции Фибоначчи и Люка отличаются от классических гиперболических функций той особенностью, что они имеют «дискретный» аналог в виде последовательностей Фибоначчи и Люка, которые как бы вписываются в графики гиперболических функций Фибоначчи и Люка в «дискретных» точках 0, ±1, ±2, ±3, ... Самое важное состоит в том, что любое «непрерывное» тождество для гиперболических функций Фибоначчи и Люка автоматически превращается в соответствующее «дискретное» тождество для чисел Фибоначчи путем простой подстановки $x=k$, где $k = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$. Это означает, что «дискретная» до сих пор «теория чисел Фибоначчи» [21, 22] как бы «вырождается», так как она заменяется более общей, «непрерывной» теорией гиперболических функций Фибоначчи и Люка [29]. А это, в свою очередь, означает, что математикам-фибоначчистам надо «сушить весла» и искать другое приложение своих талантов, так как созданная ими «теория чисел Фибоначчи» просто становится частным случаем более общей «теории гиперболических функций Фибоначчи и Люка», задаваемых формулами (17), (18). А если говорить серьезно, то **введение гиперболических функций Фибоначчи и Люка переводит «теорию чисел Фибоначчи» на новый, «непрерывный» уровень.**

Следует отметить, что к функциям, подобным (17), (18), независимо от Стахова, Ткаченко и Розина пришел украинский исследователь и архитектор Олег Боднар [30]. Он ввел так называемые **«золотые» гиперболические функции,** которые отличаются от функций (17), (18) только постоянными коэффициентами. Боднар ввел эти функции для моделирования ботанического явления филлотаксиса. Но как только Боднар попытался применить свои «золотые» гиперболические функции к геометрической теории филлотаксиса, он вынужден был ввести к ним поправочные коэффициенты, которые превращают его «золотые» гиперболические функции в симметричные гиперболические функции Фибоначчи, задаваемые (17), (18). Выдающееся значение работ Боднара состоит, прежде всего, в том, что он доказал, что эти функции не являются изобретением Боднара, Стахова, Ткаченко, Розина или кого-либо другого. «Золотые» гиперболические функции Боднара (в форме симметричных гиперболических функций Фибоначчи, введенных Стаховым и Розиным) лежат в основе ботанического явления филлотаксиса, то есть они являются **«естественными» функциями Природы**. И эти функции воплощались и воплощаются Природой в сосновых шишках, кактусах, ананасах, подсолнечниках и корзинках цветов задолго до возникновения человечества.

В своем классическом труде «Аналитическая теория тепла» великий физик и математик Фурье подчеркивает важность математического подхода к решению физических задач: *«Глубокое изучение природы – наиболее плодотворный источник математических открытий. Такое изучение не только обладает преимуществами хорошо намеченной цели, но и исключает возможность неясной постановки задач и бесполезных выкладок. Оно является надежным средством построения самого анализа и позволяет открывать наиболее значительные идеи, которым суждено навсегда сохраниться в науке.* ***Фундаментальны те идеи, которые отражают явления природы ...***»

«Золотые» гиперболические функции Боднара или гиперболические функции Фибоначчи и Люка (что одно и то же) отражают такое явление природы как *явление филлотаксиса.* Именно поэтому **гиперболические функции Фибоначчи и Люка (17) и (18) согласно Фурье могут быть отнесены к разряду фундаментальных открытий современной математики, которые отражают такое явление Природы как филлотаксис.**

6.2. «Золотая» фибоначчиевая $\lambda-$гониометрия

Одним из направлений развития современной «теории чисел Фибоначчи» является поиск обобщений чисел Фибоначчи и Люка. При этом исследования в этом направлении ведутся настолько интенсивно, что многие исследователи приходят к одним и тем же результатам независимо друг от друга и практически одновременно. При этом иногда начинаются споры о приоритете. Недавно по поводу подобного обобщения такая дискуссия произошла на страницах сайта «Академия Тринитаризма». Речь идет о рекуррентном соотношении:

$$F_\lambda(n+2)=\lambda F_\lambda(n+1)+F_\lambda(n), \tag{20}$$

которое при начальных условиях

$$F_\lambda(0)=0 \text{ и } F_\lambda(1)=1 \tag{21}$$

в зависимости от заданного действительного числа $\lambda>0$ задает бесконечное число новых числовых последовательностей, которые мы будем называть $\lambda-$**числами Фибоначчи.**

Если принять $\lambda=1$, то рекуррентное соотношение (20) при условии (21) генерирует классические числа Фибоначчи, а при $\lambda=2$ - так называемые *числа Пелли*: 0, 1, 2, 5, 12, 29, ...

Рекуррентное соотношение (20) приводит к следующему обобщению «уравнения золотой пропорции»:

$$x^2-\lambda x-1=0. \tag{22}$$

Положительный корень уравнения (2) порождает бесконечное число новых «гармонических» пропорций – «золотых $\lambda-$пропорций», которые выражаются следующей изящной формулой:

$$\Phi_\lambda=\frac{\lambda+\sqrt{4+\lambda^2}}{2}. \tag{23}$$

Заметим, что выражение (23) генерирует бесконечное количество новых математических констант – «золотых $\lambda-$пропорций». При этом при $\lambda=1$ «золотая $\lambda-$пропорция» (23) сводится к классической золотой пропорции $\Phi=\left(1+\sqrt{5}\right)/2$.

«Золотые $\lambda-$пропорции» обладают следующими удивительными математическими свойствами:

$$\Phi_\lambda=\sqrt{1+\lambda\sqrt{1+\lambda\sqrt{1+\lambda\sqrt{\dots}}}}\,; \qquad \Phi_\lambda=\lambda+\cfrac{1}{\lambda+\cfrac{1}{\lambda+\cfrac{1}{\lambda+\dots}}}$$

которые являются обобщениями подобных свойств для классической «золотой пропорции»:

$$\Phi_1=\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{\ldots}}}}\;; \qquad \Phi_1=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\ldots}}}$$

Эти выражения подчеркивают фундаментальный характер как классической «золотой пропорции», так и обобщенной «золотой $\lambda-$пропорции».

Вот вокруг этих результатов и разгорелся спор о приоритете. Российский исследователь Александр Татаренко (Ростов-на-Дону) начал претендовать на приоритет в получении этих математических результатов. Интуиция мне подсказала, что где-то я уже встречал подобные результаты в публикациях других ученых. И, действительно, оказалось, что независимо от Татаренко и примерно одновременно с ним к этим результатам пришли, по крайней мере три математика: Вера Шпинадель (Аргентина) [31], Мидхат Газале (США) [32] и Джей Каппрафф (США) [33]. Если стать на формальную точку зрения, то первенство прнадлежит Вере Шпинадель (1998), затем идет Мидхат Газале (1999) и Джей Каппрафф (2002). Это, однако, никак не умаляет оригинальных исследований Александра Татаренко, который пришел к этим результатам независимо от названных ученых.

Вера Шпинадель, которая получила эти результаты раньше других исследователей, назвала математические константы (23) **металлическими пропорциями.** При это металлические пропорции (23), соответствующие случаям $\lambda=1,2,3,4$ были названы ею **золотой, серебряной, бронзовой и медной пропорциями,** соответственно.

В книге [32], опубликованной в 1999 г. и переведенной на русский язык в 2002 г., американский математик египетского происхождения Мидхат Газале вывел следующую замечательную формулу, которая задает аналитически обобщенные числа Фибоначчи $F_\lambda(n)$ в диапазоне значений n = 0, ±1, ±2, ±3, ... :

$$F_\lambda(n)=\frac{\Phi_\lambda^n-(-1)^n\Phi_\lambda^{-n}}{\sqrt{4+\lambda^2}} \tag{24}$$

Именно эта «формула Газале» вызвала у меня особый научный интерес к $\lambda-$**числами Фибоначчи.**

Дело в том, что формула (24) является обобщением формулы Бине для чисел Фибоначчи, выведенной Бине в 19-м веке. Развивая идеи Газале, я написал статью [34], опубликованную на сайте «Академия Тринитаризма» в 2006 г. В этой статье были получены следующие математические результаты:

1. Выведена формула Газале для $\lambda-$**чисел Люка:**

$$L_\lambda(n)=\Phi_\lambda^n+(-1)^n\Phi_\lambda^{-n}. \tag{25}$$

2. На основе «формул Газале» (24), (25) мною были введены новые классы гиперболических функций, названных гиперболическими $\lambda-$**функциями Фибоначчи и Люка.**

Гиперболические $\lambda-$синус и $\lambda-$косинус Фибоначчи:

$$sF_\lambda(x)=\frac{\Phi_\lambda^x-\Phi_\lambda^{-x}}{\sqrt{4+\lambda^2}}\;; \qquad cF_\lambda(x)=\frac{\Phi_\lambda^x+\Phi_\lambda^{-x}}{\sqrt{4+\lambda^2}} \tag{26}$$

Гиперболический $\lambda-$синус и $\lambda-$косинус Люка:

$$sL_\lambda(x)=\Phi_\lambda^x-\Phi_\lambda^{-x}; \qquad cL_\lambda(x)=\Phi_\lambda^x+\Phi_\lambda^{-x} \tag{27}$$

Заметим, что эти гиперболические функции являются обобщением *симметричных гиперболических функций Фибоначчи и Люка* (17) и (18).

Формулы (26), (27) задают бесконечное число новых гиперболических моделей природы, так как каждое действительное число $\lambda>0$ порождает свой класс гиперболических функций. Как показано в [34], все эти функции обладают, с одной стороны, “гиперболическими» свойствами, подобными свойствам классических гиперболических функций, с другой стороны, «рекуррентными» свойствами, подобными свойствам $\lambda-$чисел Фибоначчи. В частности, классические гиперболические функции являются частным случаем гиперболических $\lambda-$функций Люка и при $\lambda_e=\frac{e}{2}-\frac{2}{e}\approx 0.623382...$ связаны с гиперболическими $\lambda-$функциями Люка следующими простыми соотношениями:

$$sh(x)=\frac{sL_m(x)}{2} \qquad \text{и} \qquad ch(x)=\frac{cL_m(x)}{2}.$$

Следующая таблица задает связь между золотой и металлическими пропорциями:

Золотая пропорция ($\lambda=1$)	Металлические пропорции ($\lambda>0$)
$\Phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$\Phi_\lambda=\frac{\lambda+\sqrt{4+\lambda^2}}{2}$
$\Phi=\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{...}}}}$	$\Phi_\lambda=\sqrt{1+\lambda\sqrt{1+\lambda\sqrt{1+\lambda\sqrt{...}}}}$
$\Phi=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+...}}}$	$\Phi_\lambda=\lambda+\cfrac{1}{\lambda+\cfrac{1}{\lambda+\cfrac{1}{\lambda+...}}}$
$\Phi^n=\Phi^{n-1}+\Phi^{n-2}=\Phi\times\Phi^{n-1}$	$\Phi_\lambda^n=\lambda\Phi_\lambda^{n-1}+\Phi_\lambda^{n-2}=\Phi_\lambda\times\Phi_\lambda^{n-1}$
$F_n=\frac{\Phi^n-(-1)^n\Phi^{-n}}{\sqrt{5}}$	$F_\lambda(n)=\frac{\Phi_\lambda^n-(-1)^n\Phi_\lambda^{-n}}{\sqrt{4+\lambda^2}}$
$L_n=\Phi^n+(-1)^n\Phi^{-n}$	$L_\lambda(n)=\Phi_\lambda^n+(-1)^n\Phi_\lambda^{-n}$
$sFs(x)=\frac{\Phi^x-\Phi^{-x}}{\sqrt{5}}; cFs(x)=\frac{\Phi^x+\Phi^{-x}}{\sqrt{5}}$	$sF_\lambda(x)=\frac{\Phi_\lambda^x-\Phi_\lambda^{-x}}{\sqrt{4+\lambda^2}}; cF_\lambda(x)=\frac{\Phi_\lambda^x+\Phi_\lambda^{-x}}{\sqrt{4+\lambda^2}}$
$sLs(x)=\Phi^x-\Phi^{-x}; cLs(x)=\Phi^x+\Phi^{-x}$	$sL_\lambda(x)=\Phi_\lambda^x-\Phi_\lambda^{-x}; cL_\lambda(x)=\Phi_\lambda^x+\Phi_\lambda^{-x}$

Красота этих формул ошеломляет и завораживает. Это дает право предположить, что эти формулы вполне удовлетворяют «Принципу математической красоты» Дирака, что, в свою очередь, дают надежду, что гиперболические $\lambda-$функции Фибоначчи и Люка могут быть успешно применены в современной математике и теоретическом естествознании.

7. Мои научные друзья

В жизни каждого ученого огромную роль играет поддержка других ученых и специалистов. Мне очень повезло в тот момент, когда я принял решение вступить на стезю науки. На моем пути появился «Учитель». Им стал выдающийся ученый и человек большой души **Александр Андреевич Волков**. И я пронес сквозь всю свою жизнь чувство глубокой признательности и благодарности своему Учителю.

Я всю жизнь учился. И на моем пути встречались замечательные люди, которые способствовали повышению моего научного и профессионального уровня. Я по настоящему оценил математику как «Метод Мышления» после встречи с выпускником математического факультета Львовского университета **Игорем Витенько,** который без всякого преувеличения мог бы стать выдающимся математиком и славой Украины, если бы не ушел из жизни так рано. Его уход из жизни в октябре 1974 г., возникший в результате самоубийства, стал для меня личной трагедией и тяжелейшей утратой.

В моей бурной научной жизни я встретил много прекрасных людей, которые сумели понять и оценить мою науку и мою одержимость. С чувством глубокой признательности я вспоминаю свою встречу в австрийском городе Граце (1976 г.) с выдающимся австрийским математиком **Александром Айгнером**. Именно его отзыв на мой доклад в Граце на заседании кафедры математики Грацкого университета по существу стал началом международного признания моего научного направления.

Огромную поддержку мне оказал выдающийся украинский математик академик **Юрий Алексеевич Митропольский,** а встречи с ним и длительные беседы стали для меня настоящими математическими университетами**.** Именно благодаря его рекомендации мне удалось опубликовать ряд важных статей по фибоначчиевой тематике в ведущих украинских академических журналах, в частности, в «Докладах Академии наук Украины» и «Украинском математическом журнале».

В мае 2003 г. я представил свою новую (к сожалению, неопубликованную) книгу **«Новый тип элементарной математики и компьютерной науки, основанных на Золотом Сечении»** на совместном заседании семинара **"Геометрия и Физика"** кафедры теоретической физики Московского университета и Междисциплинарного семинара **"Симметрии в науке и искусстве"** при Институте машиноведения РАН http://www.goldenmuseum.com/20ReportPres_rus.html. Отзывы ведущих российских ученых и исследователей **Владимирова Ю.С., Петухова С.В., Шипова Г.И., Зенкина А.А., Брусенцова Н.П., Марутаева М.А., Вейзе Д.Л., Харитонова А.С.** и многих других вдохновили меня на дальнейшие исследования в этой области.

В Канаде я установил научные контакты с ведущими учеными Американского континента в области Золотого Сечения и авторами широко известных книг по Золотому Сечению – аргентинским математиком **Верой Шпинадель** [31], американским математиком **Джееем Каппрафом** [33] и американским философом **Скоттом Олсеном**, автором одной из лучших современных книг по Золотому Сечению [35]. Благодаря их активной поддержке Международное издательство «World Scientific” приняло к публикации мою новую книгу [9].

В Канаде я начал сотрудничать с выдающимся российским математиком **Самуилом Хаймовичем Арансоном,** который с 2001 г. проживает в США**.** В России его помнят**.** Его имя включено в Интернетовский сайт **Лица России. Интеллектуальная элита России. База данных `Современная Россия`.**

Проф. Арансон заинтересовался «золотой» фибоначчиевой гониометрией и увидел возможность ее использования для решения двух крупных задач – **решения 4-й проблемы Гильберта и «золотой» интерпретации специальной теории относительности Эйнштейна.** На русском языке эти результаты опубликованы на страницах «Академии Тринитаризма» [36], на английском – в известном математическом сборнике "Congressus Numerentium" [37].

8. «Золотая» фибоначчиева гониометрия и 4-я проблема Гильберта.

В докладе *«Математические проблемы»,* сделанном на II Международном Конгрессе математиков, происходившем в Париже с 6 по 12 августа 1900 года, **Давид Гильберт** (1862-1943) сформулировал свои знаменитые 23 математические проблемы, которые в значительной степени определили развитие математики 20-го века. Этот доклад, охватывающий проблемы математики в целом, был несколько раз опубликован в подлиннике и в переводах и является уникальным явлением в истории математики и в математической литературе. Большинство из этих проблем были решены в 20-м веке, однако 4-я проблема оставалась нерешенной. 4-я проблема касается гиперболической геометрии и формулируется так: «*Возможно ли ещё с других плодотворных точек зрения построить геометрии, которые с таким же правом могли бы считаться ближайшими к обыкновенной евклидовой геометрии».* В математической литературе *4-я проблема Гильберта* иногда считается сформулированной в весьма расплывчатой форме, что затрудняет ее окончательное решение. Несмотря на критическое отношение математиков к *4-й проблеме Гильберта*, необходимо подчеркнуть ее чрезвычайную важность для развития математики, в частности, геометрии. Без всякого сомнения, интуиция **Гильберта** привела его к выводу, что *геометрии Лобачевского, Римана* и другие неевклидовые геометрии не исчерпывают все возможные варианты возможных неевклидовых геометрий. *4-я проблема Гильберта* нацеливает исследователей на поиск новых неевклидовых геометрий, которые являются ближайшими геометриями к обыкновенной евклидовой геометрии.

Суть подхода к решению 4-й проблеме Гильберта, изложенного в [36, 37], состоит в следующем. Классическая модель *плоскости Лобачевского* в *псевдосферических координатах* (u,v), $0 < u < +\infty$, $-\infty < v < +\infty$, имеющей гауссову кривизну $K = -1$, имеет вид:

$$(ds)^2 = (du)^2 + sh^2(u)(dv)^2 \tag{28}$$

где ds – элемент длины, $sh(u)$ - гиперболический синус. Как вытекает из (28), определяющую роль в *плоскости Лобачевского* (28) играет *гиперболический синус*.

Как доказано в [34], классические гиперболические функции, которые лежат в основе модели *плоскости Лобачевского* (28), являются частным случаем общего класса гиперболических $\lambda-$функций Фибоначчи и Люка, задаваемых (26), (27). Число таких функций теоретически бесконечно. В работе [34] выведена новая формула для плоскости Лобачевского, основанная на (26), (27):

$$(ds)^2 = \ln^2(\Phi_\lambda)(du)^2 + \frac{4+\lambda^2}{4}\left[sF_\lambda(u)\right]^2(dv)^2, \qquad (29)$$

где $\Phi_\lambda = \frac{\lambda+\sqrt{4+\lambda^2}}{2}$ - *металлическая пропорция* и $sF_\lambda(u)$ - гиперболический λ-синус Фибоначчи. Формы (29) были названы *метрическими* λ*-формами плоскости Лобачевского.*

Формула (29) задает бесконечное число геометрий Лобачевского, соответствующих различным значениям $\lambda > 0$. Все эти геометрии можно считать *«ближайшими к обыкновенной евклидовой геометрии»* (Гильберт). **В этом и состоит решение 4-й проблемы Гильберта, изложенное в [36, 37].**

9. Преобразования Фибоначчи-Лоренца и «золотая» интерпретация эволюции Вселенной

Еще один фундаментальный результат, полученный в [36, 37], - это «золотая» интерпретация специальной теории относительности и вытекающая из этого «золотая» интерпретация развития Вселенной. Опуская математические выкладки, остановимся на основных гипотезах исследования [36, 37]:

1. Мы допускаем, что *скорость света* c в вакууме в процессе эволюции, как для нашей *материальной Вселенной*, так и для гипотетической *антиматериальной Вселенной,* **не является постоянной величиной и не равна** *эйнштейновской скорости света в вакууме.*

2. Мы применяем соотношения и формулы «*золотой фибоначчиевой гониометрии*» для введения нового класса преобразований, названных *преобразованиями Фибоначчи-Лоренца* и являющихся обобщением классических *преобразований Лоренца,* используемых в СТО. Заметим, что в основу этих преобразований положены «золотые» матрицы, введенные в [38], вида:

$$\begin{cases} Q_0(x) = \begin{pmatrix} cFs(x+1) & sFs(x) \\ sFs(x) & cFs(x-1) \end{pmatrix}; \det Q_0(x) = 1 \\ Q_1(x) = \begin{pmatrix} sFs(x+1) & cFs(x) \\ cFs(x) & sFs(x-1) \end{pmatrix}; \det Q_1(x) = -1 \end{cases} \qquad (30)$$

Заметим, что элементами «золотых» матриц (30) являются симметричные гиперболические функции Фибоначчи (17).

На основе этого подхода в статьях [36, 37] предложена *«золотая»* космологическая модель эволюции Мироздания с момента сингулярности пространства- времени - «*Большого Взрыва*» (время T равно нулю) как в положительную сторону увеличения времени, так и с *поворотом стрелы времени* - увеличению времени T в отрицательную сторону (рождение «*чёрной дыры*», являющейся временной противоположностью «белой дыры», при этом внутри «чёрной дыры» начала развиваться *Вселенная,* состоящая из *антиматерии*).

Модель, предложенная в [36, 37], состоит в том, что в процессе эволюции *материальной Вселенной* (при увеличении времени T в положительном направлении) было две «*бифуркации*». Первая бифуркация соответствует «*Большому Взрыву*», а вторая – к переходу Вселенной от «*Темных Веков*» к «*Светлому Периоду*», когда возникает свет и первые звезды, освещающие

Вселенную. Скорость света *c* сразу после этой второй бифуркации является очень большой, значительно превышающей ее современное значение. По мере эволюции Вселенной скорость света *c* начинает быстро убывать и затем при дальнейшем увеличении времени *T* в положительном направлении скорость света *c* медленно (как бы *«замораживаясь»*) стремится к предельному значению 300 000 [*км.сек* $^{-1}$].

Что касается эволюции *Вселенной*, состоящей из *антиматерии*, предложенная модель состоит в том, что для неё кроме вышеуказанной бифуркации, то есть «*Большого Взрыва*» (время *T* =0), больше бифуркаций не было. Далее при *T* отрицательном, но близким к нулю, скорость света *c* также была близка к нулю. Затем по мере эволюции этой *Вселенной* (то есть при дальнейшем увеличении времени *T* в отрицательном направлении) скорость света *c* возрастает и затем при дальнейшем увеличении времени в отрицательном направлении скорость света *c* медленно стремится снизу к предельному значению $\frac{300000}{\Phi^2}$ [$км \bullet сек^{-1}$], где $\Phi = \left(1+\sqrt{5}\right)/2$ - золотая пропорция.

10. Новейшие научные открытия в области теоретического естествознания, основанные на «Платоновых Телах», Золотом Сечении и числах Фибоначчи

Самыми важными индикаторами современной науки являются фундаментальные научные открытия, которые опровергают существующие представления и закладывают основу революционных преобразований в науке. Часть из них, так или иначе, связаны с «Платоновыми телами», Золотым Сечением, числами Фибоначчи. Приведем перечень этих открытий, рассмотренных в статье [3]:

10.1. Квазикристаллы Шехтмана [39]. Как подчеркивает в статье [39] открытие квазикристаллов **«привело к расширению кристаллографии, вновь открытые богатства которой мы только начинаем изучать. Его значение в мире минералов можно поставить в один ряд с добавлением понятия иррациональных чисел к рациональным в математике».** Важно подчеркнуть, что в основе «квазикристаллов» лежит «золотое сечение», которое является главной пропорцией икосаэдра (этот факт доказан в «Началах» Евклида).

10.2. Фуллерены [40]. Открытие фуллеренов - новой формы существования одного из самых распространенных элементов на Земле – углерода, признано одним из удивительных и важнейших открытий в науке XX столетия. За свое открытие - обнаружение углеродных кластеров состава С60 и С70 – американские ученые Р. Керл, Р. Смолли и Г. Крото в 1996 г. были удостоены Нобелевской Премии по химии. Ими же и была предложена структура фуллерена С60, похожая на оболочку футбольного мяча. Как известно, оболочка футбольного мяча скроена из 12 пентагонов и 20 гексагонов. Российские ученые А.В. Елецкий и Б.М. Смирнов в своей статье [40] отмечают, что **«фуллерены, существование которых было установлено в середине 80-х, а эффективная технология выделения которых была разработана в 1990 г., в настоящее время стали предметом**

интенсивных исследований десятков научных групп. За результатами этих исследований пристально наблюдают прикладные фирмы. Поскольку эта модификация углерода преподнесла ученым целый ряд сюрпризов, было бы неразумным обсуждать прогнозы и возможные последствия изучения фуллеренов в ближайшее десятилетие, но следует быть готовым к новым неожиданностям».

10.3. Закон структурной гармонии систем [19]. Начиная с Пифагора, ученые связывали понятие гармонии с единственной золотой пропорцией. **"Закон Сороко" утверждает, что гармоничное состояние системы, соответствующее классической золотой пропорции, не является единственным и что для одной и той же системы может существовать бесконечное количество "гармоничных" состояний, соответствующих обобщенным золотым *p*-пропорциям.** Существование таких состояний подтверждается многочисленными примерами из различных областей знаний [19].

10.4. Геометрия филлотаксиса Олега Боднара [30]. Экспериментальные наблюдения за ростом «филлотаксисных объектов» показало, что в процессе роста «филлотаксисного объекта» на его поверхности происходит изменение картины филлотаксиса согласно следующему математическому закону, который называется «загадкой филлотаксиса»:

$$\frac{2}{1}\to\frac{3}{2}\to\frac{5}{3}\to\frac{8}{5}\to\frac{13}{8}\to\frac{21}{13}\to\dots \tag{31}$$

Украинский исследователь Олег Боднар показал, что «загадка филлотаксиса» (31) решается очень просто, если предположить, что геометрия филлотаксиса представляет собой новый вид гиперболичной геометрии, основанной на «золотых» гиперболических функциях. Такое решение привело к созданию новой геометрии филлотаксиса [30]. **«Геометрия Боднара» является фундаментальным открытием современной науки, так как она раскрывает механизм роста «филлотаксисных объектов», то есть сосновых шишек, кактусов, ананасов, подсолнечников и т.д.**

10.5. Теория «*E*-infinity». В последние годы внимание физической науки привлечено к научному открытию английского физика египетского происхождения Мохаммеда Ель Нашие [41-46]. Суть открытия основана на обнаружении “золотого сечения» в знаменитом двух-щелевом эксперименте, который лежит в основе квантовой физики. На основе этого открытия Ель Нашие сделал ряд интересных предсказаний в развитии теоретической физики.

10.6. «Золотые» геноматрицы Сергея Петухова [47]. Из последних научных публикаций, касающихся приложений «золотого сечения», наибольшее впечатление на меня произвела статья российского исследователя Сергея Петухова [47]. Основная идея Петухова состоит в том, чтобы представлять генетические полиплеты в матричном виде. Простейшей является квадратная матрица второго порядка *P,* которая используется для представления системы из четырех азотистых оснований («букв») генетического алфавита. Для представления так называемых «триплетов» используется более сложная матрица, производная из матрицы *P*. Вводя понятия «символьных геноматриц» и «числовых геноматриц», Петухов затем показывает их связь с «золотым сечением» путем введения понятия «золотых геноматриц». Открытие Петухова показывает фундаментальную роль, которую играет «золотое сечение» в генетическом кодировании. Открытие Петухова свидетельствует о том, что **ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ ЛЕЖИТ В ОСНОВЕ ЖИВОЙ ПРИРОДЫ!** Сейчас еще трудно оценить в полной мере революционный характер «геноматриц Петухова» для развития современной науки. Ясно одно, что для теории генетического кодирования – это результат такой же значимости, как и открытие самого генетического кода!

10.7. Фибоначчиевые резонансы генетического кода. В 1990 г. Jean-Clode Perez, работавший в тот период научным сотрудником фирмы IBM, сделал весьма неожиданное открытие в области генетического кодирования. Он открыл математический закон, управляющий самоорганизацией оснований TCAG внутри ДНК. Он обнаружил, что последовательные множества нуклеотидов ДНК организованы в структуры дальнего порядка, называемые «РЕЗОНАНСАМИ». «Резонанс» представляет собой особую пропорцию, обеспечивающую разделение ДНК в соответствии с числами Фибоначчи (1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, …). Несомненно, что рассматриваемое открытие относится к разряду выдающихся в области ДНК, определяющих развитие генной инженерии. По мнению автора открытия Jean-Clode Perez SUPRA-код ДНК является универсальным био-математическим законом, который указывает на высочайший уровень самоорганизации нуклеотидов в ДНК согласно принципу «золотого сечения».

10.8. Фибоначчиева интерпретация Периодического Закона Менделеева. Недавно на сайте «Академия Тринитаризима» опубликована статья Н.А.Шило, А.В.Динков. Фенотипическая система атомов в развитие идей Д.И.Менделеева [48]. Авторы обращают внимание на тот факт, что уже в первой статье о периодическом законе Д.И.Менделеев предложил идею спиральной формы таблицы химических элементов. Это было гениальное предвидение Менделеева. Позднее в итоговой статье «Периодическая законность химических элементов» он писал: «В сущности же все распределение элементов представляет непрерывность и отвечает до некоторой степени спиральной функции»... Теперь очевидно, что все интуитивные и пророческие идеи Д.И.Менделеева можно совместить в пространственной спиральной форме периодического закона.

Итак, согласно мнению авторов, **«пространственная кривая (спираль), на которой находятся элементы, расположена внутри конуса или в псевдосфере Н.И.Лобаческого. Элементы на этой спирали представлены дискретными точками (или «шариками»). Проекции элементов на горизонтальную плоскость, т.е. плоскость основания конуса, дают фибоначчиевые спирали, т.е. такие спирали, на любой из которых разности между атомными номерами любых двух последовательных элементов дают числа ряда Фибоначчи».**

Эта идея авторов по существу сводится к утверждению о гиперболическом характере процессов, лежащих в основе образования Периодической системы элементов. А возникновение при этом чисел Фибоначчи в Периодической системе свидетельствует о «фибоначчиевой» гиперболичности Периодической системы. То есть, Периодическая система химических элементов основана на «гиперболических функциях Фибоначчи и Люка».

11. «Золотая» Научная Революция.

Все приведенные выше факты использования «Золотого Сечения», чисел Фибоначчи и «Платоновых Тел» в компьютерной науке («Золотая» Информационная Технология), в математике (новые классы математических констант, «золотая» фибоначчиева гониометрия и решение 4-й проблемы Гильберта, алгоритмическая теория измерения, «золотая» теория чисел, матрицы Фибоначчи и «золотые» матрицы и др.), в кристаллографии, теоретической физике и космологии (квазикристаллы, преобразования Лоренца-Фибоначчи и «золотая» интерпретация специальной теории относительности и новая космологическая интерпретация развития Вселенной, теория E-infinity и др.), в теоретическом естествознании (геометрия Боднара, закон Сороко, «золотые» геноматрицы Петухова, фибоначчиевы резонансы генетического кода, фибоначчиева интерпретация Периодической Системы Менделеева) нельзя считать случайным совпадением. Если собрать их воедино, то можно выявить некоторую общую тенденцию развития современной науки, которая, начиная с последней четверти 20-го века, движется к **«Золотой» Научной Революции**.

Литература:

1. Стахов А.П., Тьюринг, филлотаксис, математика гармонии и «золотая» информационная технология. Часть 1. Математика Гармонии // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.14876, 16.09.2008
2. Стахов А.П., Тьюринг, филлотаксис, математика гармонии и «золотая» информационная технология. Часть 2. «Золотая» Информационная Технология // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.14878, 19.09.2008
3. Стахов А.П., Роль «Золотого Сечения» и «Математики Гармонии» в преодолении «стратегических ошибок» в развитии математики // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.14688, 12.01.2008
4. Стахов А.П., Программа курса «Математика Гармонии и «Золотая» Научная Революция» // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.15066, 02.02.2009
5. Stakhov A.P. The Mathematics of Harmony: Clarifying the Origins and Development of Mathematics. Congressus Numerantium, 193, 2008, 5-48.
6. Stakhov A.P. Dirac’s Principle of Mathematical Beauty, Mathematics of Harmony and “Golden” Scientific Revolution. Visual Mathematics, Volume 11, No. 1, 2009 http://www.mi.sanu.ac.yu/vismath/pap.htm
7. Стахов А.П. Введение в алгоритмическую теорию измерения. Москва, Советское Радио, 1977 г.
8. Стахов А.П. Коды золотой пропорции. Москва, Радио и связь, 1984 г.
9. Stakhov A.P. The Mathematics of Harmony. From Euclid to Contemporary Mathematics and Computer Science. World Scientific, 2009 (in press)
10. Стахов А.П. Синтез оптимальных алгоритмов аналого-цифрового преобразования. Докторская диссертация. Киевский институт инженеров гражданской авиации, 1972.
11. Стахов А.П. Избыточные двоичные позиционные системы счисления. В кн. Однородные цифровые вычислительные и интегрирующие структуры, вып.2. Изд-во Таганрогского радиотехнического института, 1974 г.

12. Помехоустойчивые коды: Компьютер Фибоначчи, Москва, Знание, серия «Радиоэлектроника и связь», вып.6, 1989 г.
13.Стахов А.П. Цифровая метрология в кодах Фибоначчи и кодах золотой пропорции. В сб. Современные проблемы метрологии. Москва, Изд-во Всесоюзного заочного машиностроительного института, 1978 г.
14. Stakhov A.P. The Golden Section and Modern Harmony Mathematics. Applications of Fibonacci Numbers, Volume 7, 1998.
15. Stakhov AP. Brousentsov's ternary principle, Bergman's number system and ternary mirror-symmetrical arithmetic. The Computer Journal 2002, Vol. 45, No. 2: 222-236.
16. Stakhov AP. A generalization of the Fibonacci *Q*-matrix. Доклады Академии наук Украины, 1999, №9, с. 46-49.
17. Stakhov A.P. Fibonacci matrices, a generalization of the "Cassini formula", and a new coding theory. Chaos, Solitons & Fractals, 2006, Volume 30, Issue 1, 56-66.
18. Митропольский Ю.А. Отзыв о научном направлении украинского ученого, доктора технических наук, профессора Алексея Петровича Стахова // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.12452, 23.09.2005
http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/006a/02320005.htm
19. Сороко Э.М. Структурная гармония систем. Минск: Наука и техника, 1984.
20. Колмогоров А.Н. Математика в ее историческом развитии. Москва: Наука, 1991.
21. Воробьев Н.Н. Числа Фибоначчи. Москва, Наука, 1978.
22. Hoggat, V. E. *Fibonacci and Lucas Numbers*, Houghton-Mifflin, Palo Alto, California, 1969.
23. Bergman G. A number system with an irrational base // Mathematics Magazine, 1957, No 31: 98-119.
24. Стахов А.П. «Золотая» пропорция в цифровой технике. Автоматика и вычислительная техника, №1, 1980 г.
25. Стахов А.П. Коды золотой пропорции. Москва, Радио и связь, 1984 г.
26. Стахов А.П. Обобщенные золотые сечения и новый подход к геометрическому определению числа. Украинский математический журнал, том. 56, 2004 г.
27. Депман И.Я. История арифметики. Москва: Учпедгиз, 1959.
28. Стахов А.П., Ткаченко И.С. Гиперболическая тригонометрия Фибоначчи. Доклады Академии наук УССР, том 208, № 7, 1993 г.
29. Stakhov A, Rozin B. On a new class of hyperbolic function. Chaos, Solitons & Fractals 2004, **23(2):** 379-389.
30. Боднар О.Я. Золотое Сечение и неевклидова геометрия в Природе и Искусстве. Львов: Свит, 1994.
31. Vera W. de Spinadel. From the Golden Mean to Chaos. Nueva Libreria, 1998 (second edition, Nobuko, 2004).
32. Gazale Midhat J. Gnomon. From Pharaohs to Fractals. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1999 (русский перевод, 2002).
33. Kappraff Jay. Beyond Measure. A Guided Tour Through Nature, Myth, and Number. Singapore, New Jersey, London, Hong Kong: World Scientific, 2002.
34. Стахов А.П. Формулы Газале, новый класс гиперболических функций Фибоначчи и Люка и усовершенствованный метод «золотой» криптографии // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.14098, 21.12.2006 (http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321063.htm)
35. Olsen Scott. The Golden Section. Nature's Greatest Secret. New York: Walker Publishing Company, 2006.
36. Стахов А.П., Арансон С.Х. Золотая фибоначчиевая гониометрия, преобразования Фибоначчи-Лоренца и четвертая проблема Гильберта // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.14816, 04.06.2008 http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321087.htm
37. Stakhov A.P. "Golden" Fibonacci Goniometry, Fibonacci-Lorentz Transformations, and Hilber's Fourth Problem. Congressus Numerantium, 193, 2008, 119-156.
38. Stakhov A.P. The "golden" matrices and a new kind of cryptography. Chaos, Solitons &Fractals , **2007**, V.32, Issue 3, 1138-1146
39. Гратиа Д. Квазикристаллы. Успехи физических наук, 1988, том 156, вып. 2, с. 347-363
40. Елецкий А.В., Смирнов Б.М. Фуллерены. Успехи физических наук, 1993, том 163, №2.
41. El Naschie M.S. On dimensions of Cantor set related systems. Chaos, Solitons & Fractals 1993; 3: 675-685.

42. El Nashie M.S. Quantum mechanics and the possibility of a Cantorian space-time. Chaos, Solitons & Fractals 1992; 1: 485-487.
43. El Nashie M.S. Is Quantum Space a Random Cantor Set with a Golden Mean Dimension at the Core? Chaos, Solitons & Fractals, 1994; 4(2); 177-179.El Naschie M.S. On a class of general theories for high energy particle physics. Chaos, Solitons & Fractals 2002; 14: 649-668.
44. El Naschie M.S. From symmetry to particles. Chaos, Solitons & Fractals, 2007; 32: 427-430.
45. El Naschie M.S. On the topologic ground state of *E*-infinity space-time and super string connection. Chaos, Solitons & Fractals, 2007; 32: 468-470.
46. El Naschie M.S. Hilbert space, Poincaré dodecahedron and golden mean transfiniteness. Chaos, Solitons & Fractals, 2007, 31 (4), 787-793.
47. Петухов С.В. Метафизические аспекты матричного анализа генетического кодирования и золотое сечение. Метафизика. Москва, Бином, 2006. — 216-250
48. Шило Н.А., Динков А.В. Фенотипическая система атомов в развитие идей Д.И.Менделеева // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.14630, 09.11.2007 http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321073.htm