А.П. Стахов

ОВАЛЫ КАССИНИ, ЛЕМНИСКАТА БЕРНУЛЛИ, «ЗОЛОТОЙ» ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК, «ЗОЛОТОЙ» ЭЛЛИПС И ДРУГИЕ «ЗОЛОТЫЕ» ИДЕИ ЯНА ГРЕЖЗДЕЛЬСКОГО

Светлой памяти Яна Грежздельского,
польского журналиста и египтолога,
друга и научного советника Станислава Лема,
оригинального исследователя в области гармонии
и золотого сечения, автора книги
«Энергетично-геометрический код природы» (1986)

1.Кто такой Ян Грежздельскиий?

Имя Яна Грежздельского, польского исследователя в области ЗС, египтолога и журналиста, не очень широко известно среди современных «золотоискателей». Но те ученые, которые встречались с Яном (в частности, Эдуард Сороко и другие представители «Славянской «Золотой» Группы»), высоко оценили его эрудицию и глубочайшие научные познания.

Моя первая встреча с Яном Грежздельским состоялась в Виннице, кажется, в 1991 г. В Винницу он приехал специально для встречи со мной. С моими работами он познакомился, прочитав мою научно-популярную статью «Коды золотой пропорции, или системы счисления для ЭВМ будущего», опубликованную в журнале «Техника-молодежи», 1985, №7, а также мое интервью корреспонденту газеты «Правда» В. Реуту «Вот Вам и Фибоначчи! Стоит ли загонять в тупик новое научное направление?» (1988)

В период его пребывания в Виннице мы провели несколько замечательных бесед, в которых обсуждался широкий круг проблем развития теории ЗС и его приложений. Я несколько раз приглашал его на обед в мою винницкую квартиру, и моя супруга угощала его украинским борщом и черниговскими дерунами с грибами под русскую водку. Я и вся моя семья были очарованы и потрясены могучим интеллектом Яна Гржедзельского, его обширной эрудицией в области всех наук и искусств. Из бесед с ним мы узнали, что его близким другом является знаменитый польский фантаст Станислав Лем, а сам он является научным консультантом Станислава Лема.

В 1993 г. Ян Гржедзельский принял участие в работе 2-го Международного семинара «Золотое сечение и проблемы гармонии систем», который состоялся в Киеве. На заключительном этапе его пребывания в Украине я организовал ему выступление на философском семинаре Института кибернетики АН Украины. Многие выдающиеся ученые Украины (в частности, академик А.И. Кухтенко) высоко оценили выступление Яна Грежздельского, подчеркнув при этом глубину его познаний и научных идей.

Это была моя последняя встреча с Яном Гржедзельским. Вскоре после киевского семинара он уехал в Австралию к своей дочери, где и ушел из жизни.

Ян Гржедзельский подарил мне свою замечательную книгу «Энергетично-геометрический код природы». Она издана в 1986 г. в «Варшавском центре студенческого научного движения» очень небольшим тиражом (1500 экз.). Вполне возможно, что ее нет даже в самых известных библиотеках бывшего СССР, то есть, я являюсь, наверное, едва ли не единственным обладателем этой книги на постсоветском пространстве.

В этой книге, возможно, впервые сделана попытка раскрыть физический смысл золотой пропорции как главного кода природы, как пропорции термодинамического равновесия самоорганизующихся систем, а также высказано ряд оригинальных идей по развитию многомерных моделей гармонии мироздания, основанных, в частности, на так называемых *овалах Кассини*, *лемнискате Бернулли* и их пространственных аналогах – *кассиноиде и лемнискатоиде*.

Цель настоящей статьи – ознакомить научную общественность с некоторыми «золотыми» идеями, изложенными в книге Яна Гржедзельского «Энергетично-геометрический код природы». Как мне кажется, эти идеи представляют интерес как с точки зрения развития «линейной»теории ЗС и имеют определенное отношение к развиваемым в АТ идеям о расширении ЗС на многомерную вселенную (см, например, В.Ю. Татур, «Золотое сечение» в многомерной Вселенной http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322140.htm)

2.Кто такой Кассини?

Кассини – это знаменитая династия французских астрономов. Наиболее знаменитым из них считается основатель этой династии **Джовани Доменико Кассини** (1625-1712).

Признанием его выдающихся заслуг в области астрономии являются следующие факты. Именем Джовани Кассини названы многие астрономические объекты: **«Кратер Кассини» на Луне**, **«Кратер Кассини» на Марсе**, **«Щель Кассини»** - промежуток в кольцах Сатурна, **«Законы Кассини»** - три открытые Кассини законы движения Луны. Именем **Кассини-Гюйгенса** назван космический аппарат, созданный совместно НАСА, Европейским космическим агентством и Итальянским космическим агентством, целью которого является изучение планеты Сатурн и её колец и спутников. Аппарат состоял из двух основных компонент: непосредственно самой станции **Кассини Орбитер** и спускаемого **зонда Гюйгенс**, который был отделён от станции и спустился на поверхность спутника Сатурна Титан. Кассини-Гюйгенс был запущен 15 октября 1997 и достиг системы Сатурна 1 июля 2004. Это первый искусственный спутник Сатурна.

Но оказывается имя Кассини широко известно не только в астрономии, но и в математике. Кассини принадлежит честь разработки теории замечательных геометрических фигур, известных под названием *овалы Кассини*, а выведенная им *формула Кассини* является едва ли не самым важным математическим тождеством, связывающем числа Фибоначчи.

3.Формула Кассини

История науки умалчивает, почему Кассини увлекся числами Фибоначчи. Скорее всего, это было просто «хобби» великого астронома. В то время многие серьезные ученые увлекались числами Фибоначчи и ЗС. Напомним, что эти математические объекты были также увлечением Иоганна Кеплера, современника Кассини.

Рассмотрим ряд Фибоначчи F_n, расширенный в сторону отрицательных значений аргумента n (см. Табл. 1).

Таблица 1. Расширенные числа Фибоначчи

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F_n	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55
F_{-n}	0	1	–1	2	–3	5	–8	13	–21	34	–55

Члены расширенного ряда Фибоначчи F_n и F_{-n} обладают рядом чудесных математических свойств. Например, для нечетных $n=2k+1$ члены последовательностей F_n and F_{-n} совпадают, то есть $F_{2k+1} = F_{-2k-1}$, а для четных $n = 2k$ они противоположны по знаку, то есть: $F_{2k} = -F_{-2k}$. Ясно, что такое предельно простое и тем не менее весьма удивительное свойство расширенного числового ряда Фибоначчи не могло не привлечь внимание Кассини. И далее Кассини, по-видимому, попытался найти еще некоторые свойства этого замечательного числового ряда. Например, он мог попытаться найти связь между соседними числами Фибоначчи.

Возможно, Кассини первым обратил внимание на следующую закономерность, связывающую соседние числа Фибоначчи. Если взять произвольное число Фибоначчи, например, $F_5 = 5$ и возвести его в квадрат, то получим следующий результат: $5^2 = 25$. А теперь сравним этот результат с произведением двух соседних чисел Фибоначчи $F_4=3$ и $F_6=8$, которые окружают число $F_5 = 5$, то есть $3\times8=24$. Мы обнаруживаем, что сравниваемые числа отличаются на 1, то есть,

$$3,5,8: \quad 5^2-3\times 8=1 \quad 5^2 - 3\times 8 = 1.$$

Проделаем то же самое с «тройкой» следующих чисел Фибоначчи 5, 8, 13, то есть, сначала возведем среднее число Фибоначчи $F_6=8$ в квадрат ($8^2= 64$), а после чего сравним этот результат с произведением двух соседних к 8 чисел Фибоначчи 5 и 13 ($5\times13=65$), которые окружают число 8. К нашему удивлению, мы обнаруживаем, что сравниваемые числа тоже отличаются на 1, то есть,

$$8^2 - 5\times13 = -1.$$

При этом, однако, полученная разность равна (-1).

Далее имеем: $13^2 - 8\times21 = 1$; $21^2 - 13\times34 = -1$ и т.д.

В результате этих элементарных рассуждений Кассини обнаружил удивительную закономерность, которую можно сформулировать так:

Квадрат некоторого числа Фибоначчи F_n всегда отличается от произведения двух соседних чисел Фибоначчи F_{n-1} и F_{n+1}, которые его окружают, на 1, причем знак этой единицы зависит от аргумента n числа Фибоначчи F_n; если индекс n является четным числом, то число 1 берется с минусом, а если нечетным, то с плюсом.

Указанное свойство чисел Фибоначчи Кассини можно выразить в виде следующей общей математической формулы:

$$F_n^2 - F_{n-1}F_{n+1} = (-1)^{n+1} \qquad (1)$$

которая справедлива для любого целого n = 0, ±1, ±2, ±3, … .

Эта удивительная формула вызывает благоговейный трепет, если представить себе, что она справедлива для любого значения n (напомним, что n может принимать любое значение для целого числа в пределах от -∞ до +∞), и истинное эстетическое наслаждение, потому что чередование +1 и –1 в указанном выше математическом выражении при последовательном прохождении всех чисел Фибоначчи от -∞ до +∞ вызывает неосознанное чувство ритма и гармонии.

Эта знаменитая математическая формула и называется *формулой Кассини* в честь великого астронома Джовани Доменико Кассини, который впервые доказал это удивительное свойство чисел Фибоначчи.

4.Овалы Кассини

Древние греки превозносили сферу, считая ее законченной самодостаточной идеальной формой, лежащей в основании мироздания («Культ сферы»). Именно это представление о движении планет вокруг Солнца лежало в основе «астрономии Птоломея». Однако в 17 в. эта многовековая «птоломеевская идиллия» была разрушена новыми астрономическим законами, установленными Иоганном Кеплером. Важнейшим из них считается *Первый закон Кеплера*, согласно которому движение планет соответствует не идеальной окружности, а другой геометрической фигуре - *эллипсу*. Сам Кеплер был в шоке от такого «варварства». Хотя до сих пор мы говорим по привычке «в высших сферах» или «сфера деятельности», отдавая дань античной красивости мира.

Интересная информация содержится на веб-сайте **«Космические овалы Кассини»** http://rusproject.narod.ru/arbuz/cassini.htm . При дальнейшем изложении мы воспользуемся этой информацией.

Начнем с определения эллипса. Как известно, эллипс – это плоская фигура, у которой для каждой точки сумма расстояний от двух фиксированных точек (полюсов) постоянна. От соотношения расстояний между фокусами и этой суммы расстояний (или от соотношения полуосей) можно получить разные фигуры – от круга до вырождения в линию.

Исследование эллипса, у которого сумма расстояний каждой точки от двух фокусов постоянна, наталкивает на мысль, а что, если постоянным будет не сумма расстояний от двух точек, а их произведение?

И первым, кто задумался над такой идеей, был Джовани Кассини. В 1680 г. он начал изучать кривую, названную *овалом Кассини*, которая является геометрическим местом точек, чье произведение расстояний от двух фиксированных фокусов постоянно.

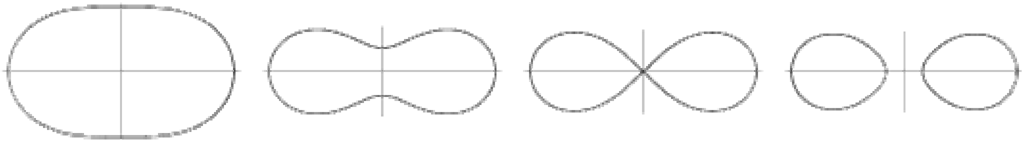
Если обозначить через a половину расстояния между фокусами овала, а через b^2 – величину произведения расстояний от точек овала к фокусам, то легко вывести следующее выражение для *овала Кассини*:

$$[(x-a)^2 + y^2][(x+a)^2 + y^2] = b^4 \qquad (2)$$

После раскрытия скобок и приведения подобных членов мы получим уравнение *овала Кассини* в следующем виде:

$$(x^2 + y^2 + a^2)^2 - 4a^2x^2] = b^4 \qquad (3)$$

Геометрические фигуры, соответствующие уравнению *овала Кассини*, имеют вид, представленный на Рис.1.



(a) (b) (c) (d)

Рисунок 1. Овалы Кассини

Как следует из Рис. 1, *овалы Кассини* имеют четыре характерных формы, которая зависит от соотношения между a и b. Если $b \geq 2a$, то *овал Кассини* представляет собой выпуклую кривую (Рис. 1-a), подобную эллипсу. Если $a<b<2a$, тогда в *овале Кассини* возникает вогнутая перемычка (Рис. 1-b). Если $a = b$, тогда перемычка смыкается и *овал Кассини* превращается в фигуру, напоминающую перевернутую цифру 8 (Рис. 1-c). Эта кривая в математике известна под названием *лемнискаты Бернулли*, которую можно определить как геометрическое место точек, для которых произведение расстояний от двух фокусов равно квадрату половины расстояния между фокусами. Великий математик и физик Бернулли описал эту «похожую на 8 поверхность» в одной из своих статей, опубликованных в 1694 году. К сожалению, он не знал, что его лемниската – частный случай овалов, описанных Кассини четырнадцатью годами ранее. *Лемниската Бернулли* обладает следующим замечательным математическим свойством. Если мы поинтересуемся, чему равна площадь одного крыла бабочки *лемнискаты Бернулли*, то мы придем к следующему замечательному результату: $S = a^2$, где a – половина фокусного расстояния лемнискаты. Наконец, при $a>b$ *овал Кассини* распадается на две независимые фигуры (Рис. 1-d).

На веб-сайте **«Космические овалы Кассини»** http://rusproject.narod.ru/arbuz/cassini.htm приводятся также результаты компьютерного моделирования формулы (3).

Цитирую:

«Теперь мы можем проделать опыт, который мы делали в статье про улитку Паскаля – перенесем свободный член влево от знака равенства (в формуле (3) – А.С.), но приравняем полученный многочлен не нулю, а некоторой переменной k, из которой мы получим значения красной, синей и зеленой составляющей цвета. Запустив процесс в цикле по координатам x и y, мы сразу получим потрясающий рисунок».

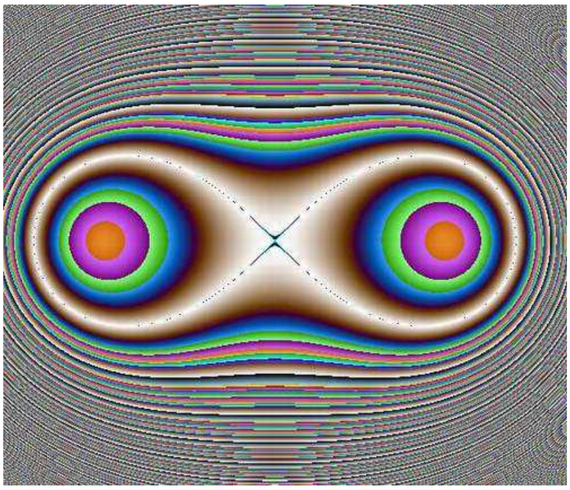


Рисунок 2. Компьютерное моделирование овалов Кассини

Зададимся теперь следующим вопросом: какая фигура получится при разрезании тора (бублика)? Вы уже догадались, что это – *овалы Кассини*. Если вы посмотрите на картинки разрезанных торов, представленных на Рис. 3, то вы увидите там все варианты рассмотренных выше таких уже знакомых *овалов Кассини*.

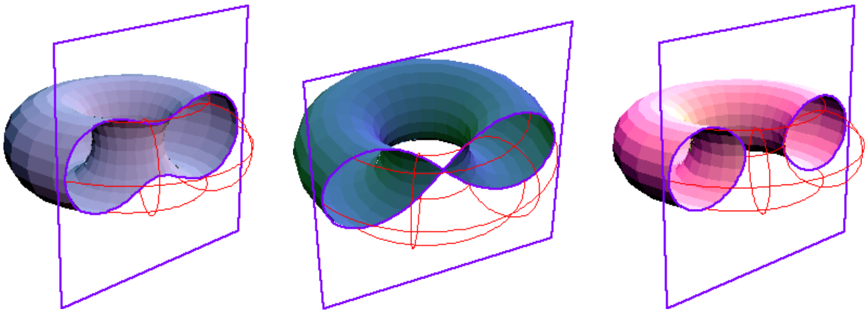


Рисунок 3. Разрезы тора (бублика)

Возникает вопрос, с какой целью Кассини разработал теорию *овалов Кассини*? Оказывается, он заинтересовался этими кривыми, преследуя чисто практические цели. Он пришел к этим кривым, пытаясь найти оптимальную математическую модель движения Земли вокруг Солнца. При этом он показал, что выпуклый вариант этой кривой (Рис. 1-а) для планетарных орбит подходит больше, чем эллипс, предложенный Кеплером. Кто же все-таки прав: Кеплер или Кассини? По каким орбитам движутся планеты – *эллипсам Кеплера* или *овалам Кассини*? При маленьком эксцентриситете (у орбиты Марса полуоси отличаются на 1/11 часть, у орбиты Земли – на 1/65) линии эллипса и овала Кассини практически совпадают… Так что вопрос остается открытым.

5. Идеи Яна Гржедзельского, основанные на овалах Кассини

В современной науке идея *овалов Кассини* привлекла внимание известного польского журналиста и ученого Яна Гржездельского. В своей книге «Энергетично-геометрический код природы» (1986) Гржездельский развивает весьма необычные идеи, связанные с *овалами Кассини* и *кассиноидами*. По мнению Гржездельского, геометрия Природы есть геометрия *овалов Кассини*, которые изменяют свою форму при изменении фокусного расстояния (Рис.1). Такой подход позволяет дать логическое и энергетическое объяснение процессов деления, широко наблюдаемых в Природе. Многие физические или биологические объекты (например, биологическая клетка) имеют форму *кассиноиды*, то есть, объемного тела, которое получается из *овала Кассини* путем его вращения вокруг вертикальной оси. По мнению Гржездельского, причиной «кассиноидального» деления является изменение условий энергетического равновесия объекта. Геометрически это выражается в изменении фокусного расстояния *овала Кассини*, порождающего *кассиноиду*. При превышении некоторого энергетического порога «кассиноидальный» объект стремится к стабильному состоянию, при этом этот процесс требует не только энергетических изменений, но и изменений формы, что хорошо моделируется *овалами Кассини* (Рис. 1).

Особое внимание Гржездельский уделяет *лемнискате Бернулли* (Рис. 4)

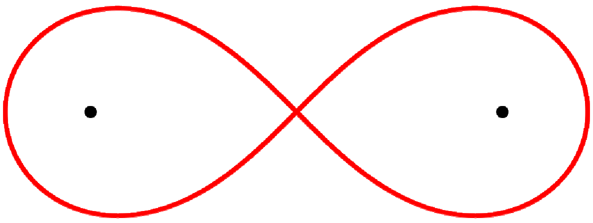


Рисунок 4. Лемниската Бернулли

и ее пространственному аналогу, называемому *лемнискатоидой*, которые, по его мнению, выражает состояние термодинамического равновесия системы. Но именно в лемнискате Бернулли Гржездельский обнаруживает «золотое сечение», которое связывает ее элементы (Рис. 5).

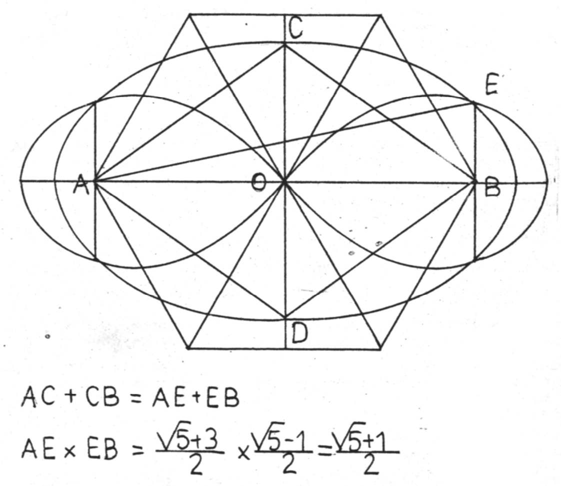


Рисунок 5. Золотое сечение в лемнискате Бернулли

Гржездельский обнаруживает формы овалов в различных физических объектах, в частности, в так называемых «овалах Шубникова» (кристаллография). Но наиболее интересной физической аналогией «лемнискаты Бернулли», по мнению Гржездельского, является знаменитый вектор Умова-Пойтинга, под воздействием которого формируются фигуры, подобные «лемнискате Бернулли».

6. Другие «золотые» идеи Яна Гржедзельского

6.1. *«Золотой» прямоугольный треугольник*

В настоящее время в современной теории ЗС (в частности, в работах Петра Сергиенко) широко используется понятие «гармоничного» или «золотого» прямоугольного треугольника. Упоминание о «золотом» прямоугольном треугольнике имеется в замечательной книге Николая Васютинского «Золотая пропорция» (1990). При этом, к сожалению, забывается, что задолго до книги Васютинского и работ Сергиенко это понятие введено в книге **Яна Гржедзельского** «Энергетично-геометрический код природы» (1986).

Напомним, что «золотым» прямоугольным треугольником называется прямоугольный треугольник *ABC*, в котором отношение катетов равно корню квадратному из «золотой пропорции», то есть, $AC:CB=\sqrt{\Phi}$, где $\Phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (Рис.6).

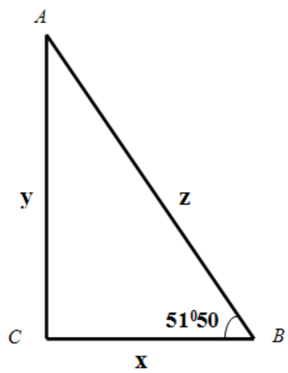


Рисунок 6. «Золотой» прямоугольный треугольник

Если теперь длины сторон прямоугольного треугольника *ABC* обозначить через *x, y, z,* а также учесть, что отношение $y : x = \sqrt{\Phi}$, тогда в соответствии с теоремой Пифагора длина *z* может быть вычислена по формуле:

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}. \tag{4}$$

Если принять $x = 1, y = \sqrt{\Phi}$, то

$$z = \sqrt{1+\Phi} = \sqrt{\Phi^2} = \Phi \tag{5}$$

Таким образом, в «золотом» прямоугольном треугольнике существует следующая пропорция между сторонами:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{CB} = \sqrt{\Phi} \tag{6}$$

6.2. «Золотой» прямоугольный треугольник как главная геометрическая идея Пирамиды Хеопса

В 1837 г. английский полковник Г. Вайз измерил угол наклона граней пирамиды Хеопса: он оказался равным α=51°51′. Эта величина и сегодня признается большинством исследователей. Указанному значению угла отвечает тангенс (tgα), равный 1,27306. Эта величина соответствует отношению высоты пирамиды *AC* к половине ее основания *CB* (Рис.7), то есть *AC/ CB* = *H*/(*L*/2) = 2*H/L*.

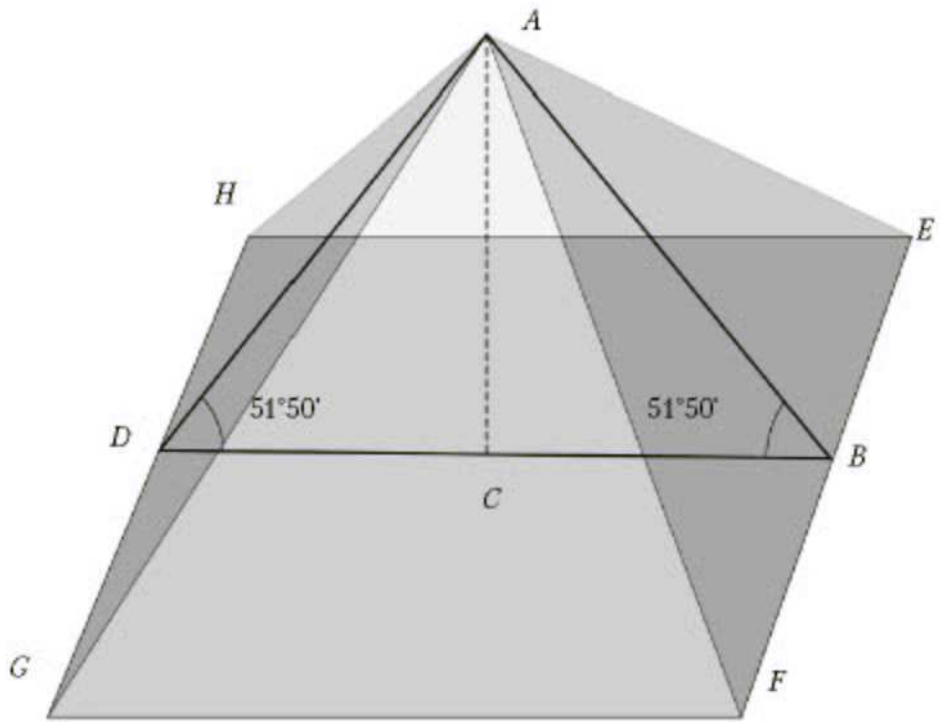


Рисунок 7. Геометрическая модель пирамиды Хеопса.

И вот здесь исследователей ожидал большой сюрприз! Дело в том, что если взять корень квадратный из золотой пропорции $\sqrt{\Phi}$, то мы получим следующий результат $\sqrt{\Phi} \approx 1{,}272$. Сравнивая эту величину с величиной $tg\alpha = 1{,}27306$, мы видим, что эти величины очень близки между собой. Если же принять угол α=51°50′, то есть уменьшить его всего на одну угловую минуту, то величина α станет равной 1,272, то есть совпадет с величиной $\sqrt{\Phi} \approx 1{,}272$. Следует отметить, что в 1840 г. Г. Вайз повторил свои измерения и уточнил, что значение угла α=51°50′.

Эти измерения привели исследователей к следующей весьма интересной гипотезе: *в основу треугольника ACB пирамиды Хеопса было заложено отношение* $AC / CB = \sqrt{\Phi} = 1{,}272$! Но именно угол α=51°50′ характерен для «золотого» прямоугольного треугольника на Рис. 6.

Если теперь принять за основу гипотезу о том, что основной «геометрической идеей» пирамиды Хеопса является «золотой» прямоугольный треугольник (Рис.6), то отсюда легко можно вычислить «проектную» высоту пирамиды Хеопса. Она равна:

$$H = (L / 2) \times \sqrt{\Phi} = 148{,}28\ м$$

Из этих рассуждений можно вывести и некоторые другие отношения для пирамиды Хеопса, вытекающие из «золотой» гипотезы. В частности, найдем отношение внешней площади пирамиды к площади ее основания. Для этого примем длину катета *CB* за единицу, то есть: *CB*=1. Но тогда длина стороны основания пирамиды *GF*=2, а площадь основания *EFGH* будет равна S_{EFGH} = 4.

Вычислим теперь площадь боковой грани пирамиды Хеопса S_{Δ}. Поскольку высота *AB* треугольника *AEF* равна Φ, то площадь боковой грани будет равна $S_{\Delta} = \Phi$. Тогда суммарная площадь всех четырех боковых граней пирамиды буде равна 4Φ, а отношение суммарной внешней площади пирамиды к площади основания будет равно золотой пропорции! Это и есть – *главная геометрическая тайна пирамиды Хеопса*!

6.3. «Золотой» эллипс

Золотой эллипс формируется с помощью двух ромбов *ACBD* и *ICJD,* вписанных в эллипс (Рис. 8). «Золотые» ромбы *ACBD* и *ICJD* состоят из 4-х прямоугольных треугольников типа *OCB* или *OCJ,* которые являются «золотыми» прямоугольными треугольниками (Рис. 7).

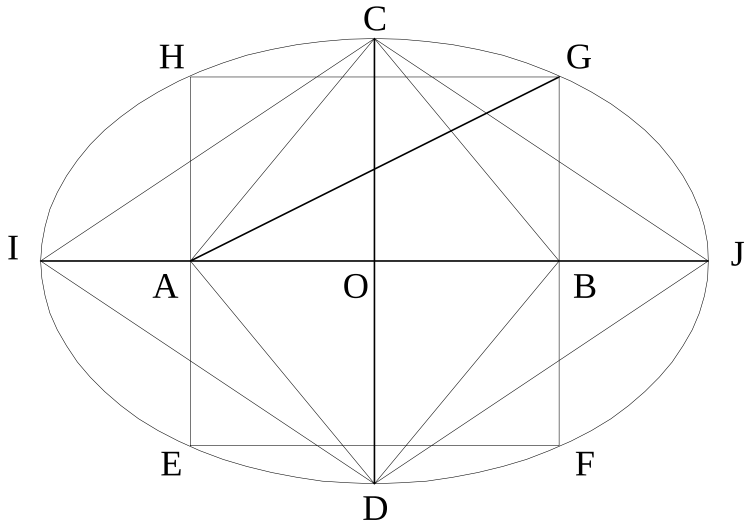


Рисунок 8. Золотой эллипс

В книге Яна Гржедзельского «Энергетично-геометричесий код природы» установлены основные геометрические свойства «золотого» эллипса на Рис.8.

Пусть фокусное расстояние эллипса AB=2. Из определения эллипса вытекает следующее соотношение:

$$AC + CB = AG + CB.$$

С другой стороны, существуют следующие соотношения, связывающие стороны «золотых» прямоугольных треугольников OCB и OCJ:

$$OB:BC=1:\Phi;\quad OB:OC=1:\sqrt{\Phi};$$
$$OC:CJ=1:\Phi;\quad OC:OJ=1:\sqrt{\Phi}, \tag{7}$$

где Φ - золотая пропорция.

По мнению **Яна Гржедзельского**, «золотой» эллипс может быть использован в качестве геометрической модели для распространения света в оптических кристаллах и тогда пропорции (7) выражают пропорцию термодинамического равновесия в оптических кристаллах, создающую оптимальные условия для достижения фотонами фокусов с минимальными энергетическими потерями.

6.4. "Железная таблица" Штейнхауза

Из книги **Яна Гржедзельского** я впервые узнал об оригинальной таблице случайных чисел, построенной известным польским математиком Штейнхаузом. Для этой цели была использована золотая пропорция. Штейнхауз умножил 10 000 целых чисел от 1 до 10 000 на число $w=\Phi-1\approx 0{,}61803398$, где Φ - золотая пропорция. Как результат умножения он получил последовательность чисел, умноженных на w, то есть:

$$1w,\ 2w,\ 3w,\ \ldots,\ 4181w,\ \ldots,\ 6765w,\ \ldots,\ 10\,000w.$$

Штейнхауз назвал эту числовую последовательность "золотыми числами". Каждое "золотое число" содержит целую и дробную части. Например, число $1000w$ = 618, 03398 имеет целую часть 618 и дробную часть 0,03398; число $4181w$ = 2584,0001. Более того, он установил, что не существует "золотых чисел" с дробной частью, равной 0, а также не существует двух "золотых чисел" с равными дробными частями. Таким образом, каждое "золотое число" имеет единственную дробную часть.

Если теперь упорядочить все "золотые числа" в соответствии с их дробными частями, то мы увидим, что наименьшую дробную часть будет иметь число 4181 и наибольшую - число 6765. Если теперь расположить 10 000 натуральных чисел в соответствии с их дробными частями, то мы получим следующую таблицу натуральных чисел:

4181	8362	1597	5778	9959
3194	7365	0610	4791	8972
....	....	....	....	....
8739	1974	6155	3571	7752
0987	5168	9349	2584	6765

Штейнхауз назвал полученную таблицу *"Железной таблицей"*, учитывая ряд ее уникальных математических свойств. "Железная таблица" демонстрирует глубокие связи с числами Фибоначчи. Первое свойство состоит в том, что разность между соседними числами "Железной таблицы" всегда равна одному из чисел: **4181**, **6765** и **2584**. Действительно, мы имеем:

8362 - 4181 = 4181, 8362 - 1597 = 6765, 5778 - 1597 = 4181, ...

9349 -5168 = 4181, 9349 - 2584 = 6765, 6765 - 2584 = 4181.

Очень просто определить числа 2584, 4181 и 6765, если рассмотреть ряд Фибоначчи:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 897, 1597, **2584**, **4181**, **6765**, ...

Таким образом, характерные числа "Таблицы Штейнхауза" **2584**, **4181**, **6765** есть ни что иное, как соседние числа Фибоначчи, то есть:

$$F_{18} = 2584,\ F_{19} = 4181,\ F_{20} = 6765.$$

Мы можем видеть из "Железной таблицы", что она начинается с числа Фибоначчи $F_{18} = 2584$ и заканчивается двумя соседними числами Фибоначчи $F_{19} = 4181$ и $F_{20} = 6765$.

Ясно, что "Железная таблица" может быть построена для произвольного количества N натуральных чисел. Ян Грежджельский в своей книге "Энергетично-геометрический код природы" проанализировал "Железные таблицы" для случаев $N = F_n$, где F_n - число Фибоначчи. При этом он открыл интересную закономерность, которая возникает при переходе от "Железной таблицы" с $N = F_{n-1}$ к следующей "Железной Таблице" с $N = F_n$. При этом "Железная таблица", соответствующая $N = F_n$, как бы "раздвигается" в сравнении с предыдущей "Железной таблицей", соответствующей $N=F_{n-1}$, создавая строго определенные позиции в новой "Железной таблице" для чисел $F_{n-1} +1$, $F_{n-1} + 2$, ... , $F_n - 1$, F_n .

По мнению **Гржедзельского**, метод конструирования "Железной таблицы" *"напоминает функционирование всех спектров излучения в Природе"*.

7. Заключение

Таким образом, даже беглый анализ книги Яна Гржедзельского «Энергетично-геометрический код природы», позволяет нам сделать вывод, что в его лице мы имеем оригинального исследователя в области гармонии и ЗС, глубокие идеи которого пока еще не до конца восприняты и осмыслены современными «золотосеченцами». Мы видим, что все идеи Яна Гржедзельского направлены на объединение красивых свойств ЗС с физическими приложениями (овалы Кассини и лемниската Бернулли как модели развития в природе, «золотой» эллипс как модель оптимального распространения фотонов в оптических кристаллах, «железная таблица» Штейнхауза как модель «*функционирование всех спектров излучения в Природе*» и т.д.) и здесь Гржедзельский явно следует «принципу математической красоты Дирака».

И можно полностью присоединиться к словам Марека Зизека, который в "Предисловии" к книге Яна Гржедзельского написал следующие замечательные слова:

"Эта книга очень необычна. Возникает вопрос: может ли она найти свое приложение? Время покажет. Но одно несомненно. Если критик работы Гржедзельского обнаружит ошибки в этой работе, то человек, который будет использовать эти аргументы, может облегчить себе путь к великим открытиям".