О.А. Черепанов

ФАКТЫ БИНАРНОЙ АРИФМЕТИКИ КАК АКСИОМЫ «МАТЕМАТИКИ ГАРМОНИИ»

Натуральные числа создал Бог,
а все прочее дело рук человеческих.
Л. Кронекер

В настоящее время «Математика Гармонии» (название условное) находится в состоянии становления и выглядит как впечатляющий набор арифметических тождеств, алгебраических уравнений, геометрических наблюдений, тригонометрических формул, исторических сведений, авторских интерпретаций, а также широких суждений гуманитарного характера. Но при всем при том «МГ» лишена главного, а именно – убедительной аксиоматики, без должных оснований считая постулатами математические факты второго плана, например, деление отрезка в крайнем и среднем отношении и способность чисел Фидия $\varphi = 0.618\ldots$ и $\Phi = 1.618\ldots$ формировать целочисленные ряды Фибоначчи 1, 1, 2, 3, …, F_N, … и Люка 1, 3, 2^2, 7, …, L_N, … с двумя общими членами 1 и 3. При этом скаляры 1 и 2 из последовательности $\{F_N\}$ связаны дихотомией 2 = 1 + 1 и объединены тождеством $\sqrt{2} = \dfrac{2 \pm \sqrt{2}}{\sqrt{2} \pm 1}$, безразличным к смене знаков «+» и «–», к перемножению дробей с оппозитным их расположением и к возведению в квадрат обеих частей.

Ниже показано, что несколько фактов (теорем) бинарной арифметики, представленных как резюме в конце текста, из-за их очевидности можно считать первыми принципами «МГ».

Аксиоматический метод в физике состоит в констатации свойств и параметров изучаемого объекта или системы, сохраняющихся при повторных наблюдениях. Но в математике, объекты которой абстрактны и в действительности не существуют, данный метод условен и держится на консенсусе среди специалистов. Поэтому профессиональная среда выдавливает «нарушителей конвенции» и не приемлет новаций, касающихся основ того или иного раздела математики. И уж совсем пренебрежительно «спец» относится к старателю-дилетанту, вручную, часто не умея отличать крупинку от песчинки, моющему золотоносную породу в надежде зачерпнуть самородок. Однако старания дилетантов не всегда напрасны и могут дать информацию о золотой жиле где-то внутри холма. Вспомним хотя бы Пьера Ферма, преподнесшего научному сообществу знаменитую теорему, веками занимавшую умы, среди которых были и профессионально подготовленные, но зашоренные представлениями аксиоматического толка.

К примеру, в арифметике единица постулирована и служит элементом-слагаемым целого положительного числа, называемого натуральным. Но в таком случае сложение положительных и отрицательных единиц нельзя считать арифметическим действием, известным как вычитание. Кроме того, возможно представление натурального числа N в виде $1^1 + 1^2 + 1^3 + 1^4 + \ldots$, уравнивающем любые степени единицы, что является скрытым постулатом классической теории чисел. А отсюда $1^1 + 1^2 = 2$ и мы не сомневаемся, что $(1^1 + 1^2)(1^3 + 1^4) = 4$ или 2^2.

Заметим, что число 2, как делитель всех четных чисел, составляющих половину натуральных, наряду с единицей входит в индифферентное к увеличению порядка тождество $\sqrt{2} = \dfrac{2 \pm \sqrt{2}}{\sqrt{2} \pm 1}$. И это дает повод считать, что двойка не принадлежит к числам, кажущимся основой натурального ряда и называемым простыми. И такое же мнение возникает при инициации простых чисел с использованием цикличности остатков от деления нечетных чисел, меньших назначенного числа $\underline{\mathrm{N}}$, на нечетные из интервала от единицы до делителя $\overline{\mathrm{N}}$ с циклом длиной $\mathrm{L} = \overline{\mathrm{N}}$ [1].

Кроме того, не надо забывать, что идея натурального числа, как основы всей математики (по Кронекеру), порождена поштучным счетом, как простейшим измерением, и визуализирована цифрами со знаками арифметических действий. Но даже при том, что со временем она выросла в теорию действительных чисел, без пробелов заполняющих числовую прямую и удовлетворяющих потребности экспериментальной физики, эта идея изначально антропоморфна и вряд ли отвечает натуре, то есть природе. Ведь континуальность чисел, называемых вещественными, противоречит дискретности вещества как единственной реальности, обладающей свойством движения.

А так как аксиома непрерывности лежит в основании геометрии, в отличие от которой арифметика простирается от нуля в бесконечность, то числа-точки являются абстрактными образами, о физическом существовании которых нет речи. И тут на первый план выходят арифметические действия, называемые сложением (аддицией), умножением (мультипликацией), вычитанием (субстракцией) и делением (дивизией). Благодаря им целые числа распались на простые и составные, а дроби оказались рациональными и иррациональными. Но этому разделению альтернативна система чисел, отношения между которыми сводятся к смене-реверсу знака у показателя степени скаляров, пронумерованных по натуральному ряду N = 1, 2, 3, ...

СИСТЕМНЫЕ ЧИСЛА, ЗАВИСЯЩИЕ ОТ N

N	1	2	3	4	5	6	7	…	∞
s_N	0.5	0.618…	0.682…	0.725…	0.778…	0.797…	0.812…	…	1*
S_N	2	1.618…	1.465…	1.380…	1.324…	1.285…	1.255…	…	1*

Понятием системного числа объединим скаляры 0.5; 0.618…; …; s_N; … и обратные им числа 2; 1.618…; S_N; …, значения которых равно зависят как от номера N так и от показателя степени N у членов цепного равенства $s^1 + s^N = S^1 - s^{N-1} = S^N - S^{N-1} = 1$, содержащего три бинарных представления единицы. При этом последовательности $\{s_N\}$ и $\{S_N\}$ с взаимно обратными элементами при $N \to \infty$ стремятся к другой единице соответственно снизу и сверху. Но если принять $s_\infty = 1^*$ и $S_\infty = s_\infty^{-1} = 1^*$, то данное равенство сохранит арифметический смысл только если считать предельную единицу 1* сингулярной, рассматривая ее как бифуркацию или увеличение обыкновенной единицы 0.5 + 0.5 = 1 из $s^1 + s^N = 1$ при N = 1 в два раза. Это значит, что в теории системных чисел возможны две единицеобразующие (юнитные) дихотомии: $2^1 = 1^1 + 1^1$ и $2^* = 1^* + 1^*$, где $1^* = 2\cdot 1^1$. И если классическая теория вводит единицу аксиоматически, то постулатом разрабатываемой системы является принцип дихотомии, подразумевающий деление пополам особых двоек, производящее особые единицы, формально различающиеся вдвое. Причем юнитная дихотомия не нова и просматривается в классической теории чисел с натуральными n.

Известно, что нет простого числа, которое при четном $n > 2$ и N > 1 можно представить в виде $n^N - 1$. Это значит, что $2^1 - 1 = 1$ при $n = 2$ и N = 1, что отвечает принципу дихотомии. Но также среди простых чисел нет ни одного, представимого в форме $n^{2N+1} + 1$, если $n > 1$ и N > 0, что разрешает дихотомию вида $1^1 + 1 = 2$ и только. А так как простые числа 1, 3, 5, 7, 11 и т. д. кажутся кирпичиками натурального ряда, то ни до, ни после простого не должно быть четного числа $n > 2$ в степени выше второй. Например, простому числу 3 предшествует скаляр 2^1, а после него стоит скаляр 2^2. При этом число 2 можно не считать простым, сообщая ему особый статус, диктуемый не только юнитной дихотомией, но и подтверждаемый контрсимметричным диарезисом двойки.

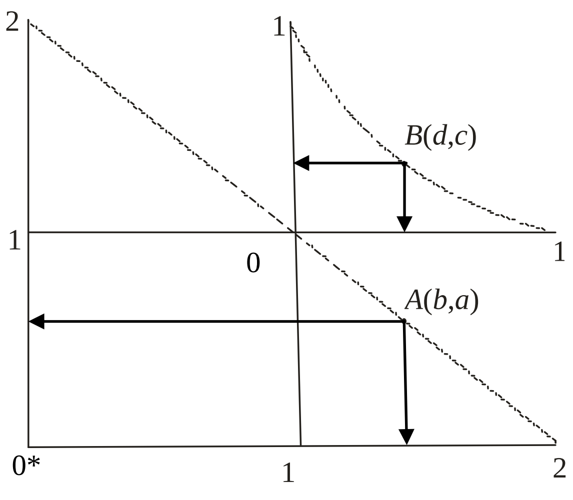
Убедимся, что разделение особой двойки на дробные части $a < 1$ и $b > 1$ обнажает секстетную структуру числового интервала от 0 до 2, которому принадлежат взаимно обратные элементы рядов s = 0.5; 0.618…; s_N; … и S = 2; 1.618…; S_N; …, завершающихся сингулярной единицей 1*. С этой целью заметим, что в бинарном представлении $2 = a + b$ слагаемые a и b контрсимметричны относительно единицы, то есть отличаются от нее на $-\ d$ и на $+\ d$ соответственно, где $d \in (0,1)$ назовем числом-отклонением. Связь этого числа с числом-отношением $c = \frac{a}{b} = \frac{1-d}{1+d} \in (1,0)$, такую, что $d = \frac{1-c}{1+c}$, назовем конверсией. При этом $2 = (1 + c)(1 + d) = (1 + c^{-1})(1 - d)$ и мы имеем три бинарных представления двойки: одно аддитивное $2 = a + b$ и два аддитивно-мультипликативных вида $2 = b\,(1 + c^{+1})$ и $2 = a\,(1 + c^{-1})$, где a и b контрсимметричны.

Итак, требование $a + b = 2$ и условие $0 < a \le b < 2$ означают, что $1 = \frac{a+b}{2}$, где a и b либо равны единице, либо контрсимметричны: $a = 1 - d$ и $b = 1 + d$, где $d = \frac{b-a}{2} > 0$ – число-отклонение. Причем $1 = \frac{2}{a} - c^{-1}$ и $1 = \frac{2}{b} - c^{+1}$, где $c = \frac{a}{b} = \frac{1-d}{1+d}$ – число-отношение.

Таким образом, множество чисел от 0 до 2 самозамкнуто и обладает секстетной структурой ✧1 \ a \ b \ c \ d \ 2✧ из целых 1 и 2 с дробными членами $a\in[1,0)$, $b\in[1,2)$, $c\in[1,0)$ и $d\in[0,1)$. При этом число-отклонение d и число-отношение c связаны конверсией, то есть взаимно заменимы: $\frac{1-d}{1+d} = c \Leftrightarrow d = \frac{1-c}{1+c}$. Но если число d допускает нулевое значение, то для числа c оно исключено.

Структурную связь \✧\ шести чисел проиллюстрируем графически.

Как видно, слагаемые числа $2 = a + b$ отвечают декартовым координатам точки $A(b,a)$, принадлежащей отрезку 02, тогда как положение точки $B(d,c)$ на симметричной дуге равнобочной гиперболы $c = \frac{a}{b} = \frac{1-d}{1+d}$ изменяется в соответствии с переменным $d\in[0,1)$. Но кроме поточечно совмещенных графиков гиперболы и прямой из квазиуравнений a) $1 = \frac{2}{1-d} - c^{-1}$ и $б$) $1 = \frac{2}{1+d} - c^{+1}$ возникает представление о двух разных единицах – дихотомической при $d = 0$, когда $a = b = c = 1$, и сингулярной, когда $a \to 0$ и $b \to 2$ при $d \to 1$. Ведь в пределе из (a) следует $1^* = \infty - \infty$.



Заметим, что равенство (a) получается из тождества ($б$) инверсией числа-отношения $c^{+1} \in [1,0)$ в обратное ему число c^{-1}, сопровождаемой реверсом знака у числа-отклонения d. Такое преобразование единицы в единицу назовем инверсивно-реверсивным и вспомним, что системные скаляры s_N и S_N также взаимно обратны.

Важной особенностью членов последовательностей 0.5; φ = 0.618…; …; s_N; … и 2; $φ^{-1}$ = 1.618…; …; S_N; … является неслучайная субстракция $s^1 - s^2 = s^{N+1}$ и $S^2 - S^1 = S^{2-N}$, то есть связь первой и второй степеней взаимно обратных оснований s и S через вычитание. А отсюда следует эксклюзивность чисел Фидия Φ и φ: будучи инклюзивными другим членам рядов $\{s_N\}$ и $\{S_N\}$ по субстракции, они особенны в том смысле, что при N = 2 из дублета $φ^1 - φ^2$ получаются два единичных результата: *в*) $\Phi^1 - \Phi^2 = -1$, если поменять знаки показателей степени, и *г*) $\varphi^1 + \varphi^2 = +1$, если заменить вычитание сложением. Как видно, единицу определяют не только дихотомии $1 = 0.5 + 0.5$ и $2 = 1 + 1$, но и действия с числами $\varphi^{\pm1}$ и $\varphi^{\pm2}$, названные инверсивным и реверсивным.

А теперь пусть $N \to \infty$ в тождествах $s^1 - s^2 = s^{N+1}$ и $s^{-2} - s^{-1} = s^{N-2}$, где $s \to 1^*$ снизу и $s^{-1} \to 1^*$ сверху. Фактически речь идет о дополнении рядов 0.5; 0.618…; …; s_N; … и 2; 1.618…; …; S_N; … конечным элементом единичной величины, отвечающем $N = \infty$. Но если $s_\infty = 1$, то $s^1 - s^2 = s^{N+1}$ принимает некорректную форму $1^1 - 1^2 = 1^{\infty+1}$, исправимую удвоением морфизма 1^1. При этом элемент s_N достигает единичного значения, а второстепенная единица выглядит сингулярностью, такой, что формально $1^2 = 2{\cdot}1^1$. Поэтому можно предполагать, что морфизм 1^* квадратичен.

Тождество Кассини $F_N^2 - F_{N-1}F_{N+1} = (-1)^k$ для чисел Фибоначчи 1, 1, 2, …, F_N, …, связанных рекурсией (то есть бинарно), распространим на ряд Люка 1, 3, 2^2, …, L_N, … через квадратичную форму $2^2(-1)^k = L_N^2 - (\sqrt{5}\,F_N)^2$, где $k = 1$ при нечетных значениях N и $k = 2$ при четных. И отметим, что скаляр-радикал $\sqrt{5} = \Phi^2 - \varphi^2 = \Phi^1 + \varphi^1 = 2 + \varphi^3$ одиозен тем, что имеет три представления числами Фидия: квадратичное, первостепенное и кубическое.

Допустим, что секстетное исчисление направлено на выяснение различий между единицами и двойками в дихотомиях $2^1 = 1^1 + 1^1$ и $2^* = 1^* + 1^*$ и заметим, что инвариантность единицы в тождестве $(-1)^k = 2^{-2}(L_N^2 - 5F_N^2)$ со сменой пар $(F,L)_N$ допускает два ее значения – отрицательное при $k = 1$ и положительное при $k = 2$, то есть квадратичное.

В статье [2] показано, что остепененные единицы 1^1 и 1^2 можно найти в тригонометрии, где первая является масштабом координатных осей декартовой плоскости, а вторая служит единицей площади между симметричной дугой равнобочной гиперболы и зеркально симметричными лучами, исходящими из нулевой точки оси абсцисс. Таким образом, идея двух единиц не выглядит гипотезой, но является предположением, которое из-за его обоснованности можно принять постулатом бинарной арифметики системных скаляров 0.5; 0.618…; 0.682…; …; s_N; …, которые последовательно обозначим буквами e, φ, f; h, … с целью продемонстрировать их связь $s^{N-1} - s^N = s^{2N-1}$, представленную в виде таблицы с крестообразным расположением ячеек.

				$e^0 - e^1 = e^1$		
. . .	$\varphi^{-2} = \varphi^{-1} + \varphi^0$	$\varphi^{-1} = \varphi^0 + \varphi^1$	$\varphi^0 = \varphi^1 + \varphi^2$	$\varphi^1 - \varphi^2 = \varphi^3$	$\varphi^2 - \varphi^3 = \varphi^4$	. . .
	1	1	1	$f^2 - f^3 = f^5$		
				$h^3 - h^4 = h^7$		
				. . . .		

Как видно, членам числового ряда $e = 0.5$, $\varphi = 0.618\ldots$, $f = 0.682\ldots$, $h = 0.725\ldots$ и т. д. отвечает последовательность бинарных форм в столбце. Причем обобщением этих форм является тождество $S^N - S^{N-1} = 1$, которое дает нормировка равенств столбца элементом справа. При этом разность (субстракция) членов слева от знака равенства равна их произведению. А так как показатели степени данных членов складываются в показатель степени элемента справа, то устройство рассматриваемой последовательности предполагает мультипликативную связь $s^{N-1} \cdot s^N = s^{2N-1}$ целых степеней иррациональных оснований e, φ, f; h, … с дискретными значениями s_N, зависящими как от натурального числа N в показателях степени, так и от номера $N = 1, 2, 3, \ldots$

Заметим, что в тождестве $\varphi^1 - \varphi^2 = \varphi^3$ показатели степени не только рекурсивны ($1+2=3$), но и последовательны как первые три числа натурального ряда. А допуская нулевое и отрицательные значения целых степеней «малого Фидия» φ, получим уходящий влево ряд тождеств, где первые три содержат единицы, получаемые из равенства $\varphi^1 = \varphi^2 + \varphi^3$ нормировками по φ^1, φ^2 и φ^3 соответственно. Но эти единицы не принадлежат бинарной арифметике, так как нарушают аддитивно-мультипликативный строй множества $\{\varphi^N\}$ со свойством $\varphi^N = \varphi^{N+1} + \varphi^{N+2}$, допуская $N = 0$. Более того, в конструируемой арифметике единицы 1^1 и 1^2 получаются дихотомиями $2^1 = 1^1 + 1^1$ и $2^* = 1^2 + 1^2$, предполагающими их формальное неравенство.

Итак, элементы второй неслучайной субстракции $s^{N-1} - s^N = s^{2N-1}$ чисел s = 0.5; 0.618…; 0.682…; …; s_N; … кроме того мультипликативны: $s^{N-1} \cdot s^N = s^{2N-1}$. И при N = 2, когда s = φ, будет $\varphi^1 - \varphi^2 = \varphi^3$ и $\varphi^1 \cdot \varphi^2 = \varphi^3$, что не свидетельствует об особом статусе трех первых степеней числа φ, если не учитывать двойственный характер скаляра φ^3, равного как разности чисел φ^1 и φ^2, так и разности их квадратов: $\varphi^3 = (\varphi^1)^2 - (\varphi^2)^2$. Отметим этот факт как крайне важный и отыщем нечто подобное в арифметике действительных чисел.

В практику вычислений давно внедрены такие понятия, как

– среднее арифметическое: $CA = \dfrac{a+b}{2}$,

– среднее пропорциональное: $C\Pi = \sqrt{ab}$,

– среднее квадратическое: $CK = \sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$,

– среднее гармоническое: $C\Gamma = \dfrac{2ab}{a+b}$

физических величин, принимающих числовые значения *a* и *b* в результате сравнения с эталоном.

Заметим, что приведенные выражения *СА*, *СП*, *СК* и *СГ* содержат постулированное число 2 как в виде показателя степени (2 и ½), так и в форме множителя. На этом фоне скаляры *a* и *b* выглядят дискретными переменными. Положим, что их величины не отрицательны, а значения не превышают 2 и зафиксируем это отношением порядка $0 < a \le b < 2$, не исключающим равенства $a = b = 1$. Пусть в общем случае $a + b = 2$. Тогда слагаемые *a* и *b* будут ограничены значениями $a = 1 - \delta$ и $b = 1 + \delta$, контрсимметричными относительно единицы как половины числа 2.

Итак, постановлено, что $a \in [1,0)$ и $b \in [1,2)$, а число-отклонение $\delta \in [0,1)$ равняется $\dfrac{b-a}{2}$ при том, что $\dfrac{a+b}{2} = 1$, где единица является не только половиной постулированного числа 2, но и средним арифметическим (*СА*) контрсимметричных скаляров $a < 1$ и $b > 1$. Подставляя $1 - \delta$ и $1 + \delta$ вместо *a* и *b* в цифро-буквенные выражения *СА*, *СП*, *СК* и *СГ*, получим измененные контрсимметрией, то есть модифицированные значения

– среднего арифметического: $CAM = 1$,

– среднего пропорционального: $C\Pi M = \sqrt{1^2 - \delta^2}$,

– среднего квадратического: $CKM = \sqrt{1^2 + \delta^2}$,

– среднего гармонического: $C\Gamma M = 1^2 - \delta^2$, включающие квадроединицу 1^2 (как произведение двух единиц первой степени) и содержащие параметр δ в квадрате. При этом величина *СПМ* в степени 2 равна *СГМ*, а квадраты *СПМ* и *СКМ* контрсимметричны относительно 1^2 и при сложении удовлетворяют дихотомии $2^* = 1^2 + 1^2$ особого числа 2*, отличающегося от ранее постулированного скаляра $2 = 1^1 + 1^1$ квадратичным характером своих половин.

В формулы *САМ*, *СПМ*, *СКМ* и *СГМ*, содержащие единицы 1^1, 1^2 и число-отклонение $\delta \in (0,1)$ как показатель контрсимметрии величин $a = 1 - \delta$ и $b = 1 + \delta$ относительно их полусуммы, введем число-отношение $z = \dfrac{a}{b}$ и тождественными преобразованиями

САМ: $\dfrac{a+b}{2} = 1 \;\Rightarrow\; \dfrac{a}{b} + 1 = \dfrac{2}{b} \;\Rightarrow\; z = \dfrac{2}{1+\delta} - 1 = \dfrac{1-\delta}{1+\delta}$,

СПМ: $ab = 1^2 - \delta^2 \;\Rightarrow\; \dfrac{a}{b} = \dfrac{1^2 - \delta^2}{b^2} \;\Rightarrow\; z = \dfrac{1-\delta}{1+\delta}$,

СКМ: $\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}} = \sqrt{1^2 + \delta^2} \;\Rightarrow\; \left(\dfrac{a}{b}\right)^2 + 1^2 = \dfrac{2(1^2+\delta^2)}{b^2} \;\Rightarrow\; z^2 = \dfrac{2(1^2+\delta^2)}{(1+\delta)^2} - 1^2 = \left(\dfrac{1-\delta}{1+\delta}\right)^2$,

СГМ: $\dfrac{2ab}{a+b} = 1^2 - \delta^2 \;\Rightarrow\; \dfrac{2(a/b)}{(a/b^2)+(1/b)} = \dfrac{2zb}{z+1} = 1^2 - \delta^2 \;\Rightarrow\; \dfrac{2z}{z+1} = 1 - \delta \;\Rightarrow\; 2 = (z^{-1}+1)(1-\delta)$

получим существенно значимые следствия контрсимметрии чисел *a* и *b*, а именно:

1) дробно-линейную взаимозависимость числа-отношения $z = \dfrac{1-\delta}{1+\delta} \in (1,0)$ и числа-отклонения $\delta \in (0,1)$, предполагающую их конверсию $\dfrac{1-\delta}{1+\delta} = z \Leftrightarrow \delta = \dfrac{1-z}{1+z}$, то есть – обмен местами, и

2) аддитивно-мультипликативные представления $2^* = (1+z^{-1})(1-\delta)$ и $2^1 = (1+z)(1+\delta)$ скаляра 2, дополняющие его аддитивную форму $2 = a + b$.

Как видно, первые сомножители $1 + z^{-1}$ и $1 + z$ особых чисел 2* и 2^1 выражают сумму $a + b$ в долях *a* и *b* соответственно, тогда как сомножители $1 - \delta = a$ и $1 + \delta = b$, где $1 = \dfrac{a+b}{2}$ – это виртуальный масштаб сравнения физических величин *a* и *b*, каждую из которых можно принять за единицу, преумножая их число сверх достаточного.

Выбор среднего арифметического измеренных значений *a* и *b* единицей обозначим как *принцип виртуального масштаба*. С его помощью установлены бинарные связи, фиксирующие семантическую двойственность скаляров δ, *a*, *b* и *z*, как будто бы равно-одинаковых и по отношению к 1^1 и по отношению к 1^2. А поскольку единичные морфизмы 1^1 и 1^2 формально отличаются вдвое, то набор 1^1, δ, *a*, *b*, *z*, 2^1 из шести чисел не эквивалентен набору 1^2, δ, *a*, *b*, *z*, 2*. То есть, единицы и двойки бинарной арифметики различаются не абсолютно, а операционно и, значит, могут быть искомыми характеристиками того или иного физического процесса, например, связанного с движением.

Итак, в дважды модифицированных формулах *САМ*, *СПМ*, *СКМ* и *СГМ* (*см. выше*) кроме числа-отклонения $\delta \in (0,1)$ выделено число-отношение $z \in (1,0)$ и обнаружена квадроединица 1^2.

К дихотомическим определениям $2^1 = 1^1 + 1^1$ и $2^* = 1^2 + 1^2$ остепененных единиц добавим еще два – мультипликативное $1 = \varphi \cdot \Phi$ и субстракционное $1 = \Phi - \varphi$. А затем примем скаляры φ и Φ основанием арифметической системы, в которой единица также является вычисляемой. При этом бинарную арифметику с двумя единицами назовем фидиевой из-за предпринятой аксиоматизации скаляров Фидия – «большого» $\Phi = 1.618...$ и «малого» $\varphi = 0.618...$

Как известно, иррациональные скаляры φ и Φ являются корнями уравнений, получаемых из $a^2 + ab = b^2$ при условиях $a = 1$ или $b = 1$. Причем фидиевы подстановки $a_1 = \varphi$, $a_2 = -\Phi$ и $b_1 = \Phi$, $b_2 = -\varphi$ в уравнения $a^2 + a\cdot 1 = 1^2$ и $1^2 + 1\cdot b = b^2$ имеют разные знаки, тогда как выражение $\delta^2 + 4\delta - 1^2 = 0$, вытекающее из $a^2 + ab = b^2$ при $a = 1 - \delta$ и $b = 1 + \delta$, становится тождеством, если $\delta_1 = \varphi^3$ и $\delta_2 = -\Phi^3 = -\varphi^{-3}$, где корни δ_1 и δ_2 отличаются не только знаком, но и знаком показателя степени. А поскольку в бинарной арифметике нет нуля и нет отрицательных чисел, то «плюс» и «минус» означают аддитивность однородных величин, а их смена у показателя степени предполагает инверсию основания. Например, в тождестве $\Phi^3 - \varphi^3 = 2^2$, эквивалентном $\varphi^{-3} - \varphi^3 = 2^2$, все члены положительны, а Φ^3 и φ^3 взаимно обратны, то есть инверсивны.

Пусть парные числа φ и Φ служат началом геометрической прогрессии, члены которой при $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, ...$ образуют не содержащий единицы ряд $\{\varphi^n\}$ с иррациональным основанием, где соседние элементы при натуральном $n = N = 1, 2, 3, ...$ не только связаны мультипликативно ($\varphi^N \cdot \varphi = \varphi^{N+1}$), но и сопряжены аддитивно рекурсией вида $\varphi^N = \varphi^{N+1} + \varphi^{N+2}$. И хотя аддитивно-мультипликативные устройство множества $\{\varphi^n\}$ распространяется на отрицательные степени «малого» основания φ, их равенство «большому» числу Φ под тем же, но положительным показателем позволяет обходиться в конструируемой арифметике немногими натуральными значениями n, исполняющими две роли – показателя степени и номера элемента рядов φ^1, φ^2, φ^3, … и Φ^1, Φ^2, Φ^3, …, начинающихся с фидиевых скаляров φ и Φ в первой степени. При этом φ и Φ являются вторыми в последовательностях $\{s_N\}$ и $\{S_N\}$, начинающихся дихотомиями единицы (1 = 0.5 + 0.5) и двойки ($2 = 1^1 + 1^1$) с сингулярной единицей 1* в конце.

А теперь найдем отношение неслучайных субстракций $s^1 - s^2 = s^{N+1}$ и $s^{-2} - s^{-1} = s^{N-2}$. Очевидно, что $\frac{s^1 - s^2}{s^{-2} - s^{-1}} = s^3$. И это указывает на особый характер трех первых степеней системных чисел $s = 0.5$; 0.618…; …; s_N; … Причем для прогрессии $\{\varphi^N\}$ бинарная форма $\varphi^1 - \varphi^2 = \varphi^3$ является ключевой, поскольку общее выражение $\varphi^N = \varphi^{N+1} + \varphi^{N+2}$ служит ее аддитивным законом при всех натуральных N, принимающим вид $1^1 = \varphi^{+1} + \varphi^{+2}$ в результате нормировки по φ^N, где $N \neq 0$. И получается, что бинарной арифметике не свойственны нуль и бесконечность, удаленные из системы вводом сингулярной единицы 1* квадратичного характера.

В евклидовой геометрии известно так называемое «золотое» сечение, тождественное «золотой» пропорции обычной арифметики. При этом первое предполагает, что на отрезке l есть точка, условно делящая его на части a и b, такие, что $\frac{a}{b} = \frac{b}{l}$. И если $l = a + b$, то отсюда $a^2 + ab = b^2$. Рассматривая это тождество как уравнение с неизвестным a и принимая $b = 1$, из $a^2 + a\cdot 1 = 1^2$ получим $a_1 = \varphi$ и $a_2 = -\Phi$, где $\varphi = 0.618...$ и $\Phi = 1.618...$ известны как числа Фидия, являющиеся вторыми элементами последовательностей $\{s_N\}$ и $\{S_N\}$. Напротив, при $a = 1$ из $1^2 + 1\cdot b = b^2$ выходит $b_1 = \Phi$ и $b_2 = -\varphi$.

А теперь воспользуемся контрсимметричными значениями $1-\delta$ и $1+\delta$ скаляров a и b, удовлетворяющими ограничению $0<a\le b<2$. Тогда из $a^2+ab=b^2$ следует $\delta^2+4\delta-1^2=0$, где $\delta_{1,2}=-2\pm\sqrt{5}=-2\pm(2+\varphi^3)$. То есть, $\delta_1=\varphi^3$ и $\delta_2=-\Phi^3$. При этом формулы *СПМ, СКМ* и *СГМ* (*см. выше*) предполагают существование пары чисел $1^2-\delta^2$ и $1^2+\delta^2$, контрсимметричных относительно квадроединицы 1^2, подстановка которых в $a^2+ab=b^2$ дает $\delta^4+4\delta^2-1^4=0$ или $x^2+4x-(1^2)^2=0$, откуда $x_{1,2}=-2\pm\sqrt{5}=-2\pm(2+\varphi^3)$, где $x_1=\varphi^3$ и $x_2=-\Phi^3$.

Как видно, $x_1=\delta_1$ и $x_2=\delta_2$. А поскольку $x=\delta^2$, то выходит, что корни δ_1 и δ_2 равнозначны своим квадратам. Но это не означает равенства единиц 1^1 и 1^2, принятого в обычной арифметике.

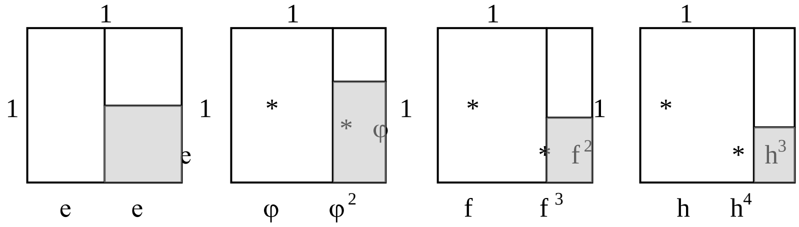
А теперь вернемся к системной последовательности s = 0.5; 0.618…; …; s_N; … и вспомним, что если $s_N\to 1^1$ снизу и $s_N^{-1}=S_N\to 1^1$ сверху, то $s_N\cdot S_N\to 1^2$ при $N\to\infty$. Но когда $N=\infty$, то мультитождество *) $s^1+s^N=S^1-s^{N-1}=S^N-S^{N-1}=1^1$ сохраняет арифметический смысл только если $2\cdot 1^1=1^2$, что предполагает сингулярное удвоение единицы как бифуркацию $s_\infty\Rightarrow 1^2$ или $S_\infty\Rightarrow 1^2$.

Итак, бинарные звенья мультитождества (*) по отдельности равны единице, единственность которой не бесспорна, поскольку есть необходимость ввести в арифметику системных скаляров квадроединицу $1^2=2\cdot 1^1$ и принять дихотомию $2^*=1^2+1^2$ в качестве начала некоторой последовательности бинарных выражений из чисел, чем-то отличающихся от действительных. При этом замечено, что одиозный радикал $\sqrt{5}=\Phi^2-\varphi^2=\Phi^1+\varphi^1=2+\varphi^3$ обычной арифметики имеет три бинарных представления, а число φ^3 два: основное $\varphi^1-\varphi^2$ и квадратичное $(\varphi^1)^2-(\varphi^2)^2$, первое из которых является центральным элементом крестообразной таблицы (*см. выше*).

В статье [3] показано, что триплеты столбца крестообразной таблицы можно интерпретировать геометрически как трисекцию площади единичного квадрата, определяемую значениями системных скаляров $e=0.5$, $\varphi=0.618\ldots$, $f=0.682\ldots$, $h=0.725\ldots$ и т. д. При этом прямоугольники внутри квадрата 1×1, отмеченные звездочкой, подобны. А так как затененные прямоугольники, соответственно равные e^2, φ^3, f^5, h^7 и т. д. по площади, получаются вычитанием из единичного квадрата площадей, подобных затененным, а также площадей, расположенных над ними, то для всех системных чисел последовательности $\{s_N\}$ справедливо мультиравенство $1\times1=$

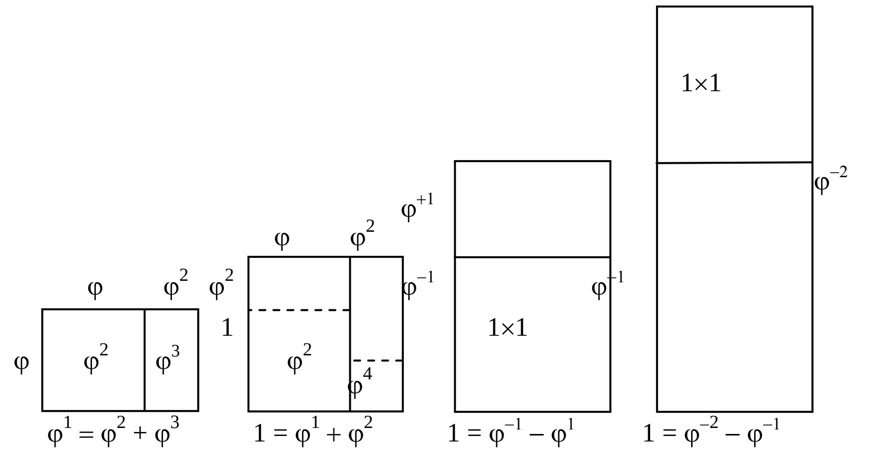
$$=(1\times e)+(e\times e)+(e\times e)=(1\times\varphi)+(\varphi^2\times\varphi)+[\varphi^2\times(1-\varphi)]=(1\times f)+(f^3\times f^2)+[f^3\times(1-f^2)]=(1\times h)+(h^4\times h^3)+[h^4\times(1-h^3)]=\ldots$$

$=A_1+A_2+A_3$. А поскольку суммируемые площади таковы, что $A_1=s_N$, $A_2=s_N^{2N-1}$ и $A_3=s_N^N-s_N^{2N-1}$, то трисекции единичного квадрата отвечает тождество $s^1+s^N=1$ и, значит, системные числа s = 0.5; 0.618…; …; s_N; … можно назвать «скверными» от англ. *square* – площадь. При этом бинарная арифметика приобретает смысл исчисления площадей.



Итак, триплет $\varphi^1 = \varphi^2 + \varphi^3$ в центральной ячейке крестообразной таблицы является ключом двух бинарных рядов, из которых вертикальный ряд отображает трисекцию квадрата 1×1 (*см. выше*), а горизонтальный основан на аддитивном свойстве $\varphi^{N-1} = \varphi^N + \varphi^{N+1}$ членов геометрической прогрессии $\{\varphi^N\}$. Причем нормировка «бриллиантового» ключа $\varphi^1 = \varphi^2 + \varphi^3$ второй степенью числа φ дает единичную форму 1) $1 = \Phi - \varphi$, тогда как другая единичная форма 2) $1 = \Phi^2 - \Phi$ получается его делением на φ^3. А при нормировке по φ^1 «ключ» примет вид 3) $1 = \varphi^1 + \varphi^2$. Причем у мультиравенства $1 = \varphi^1 + \varphi^2 = \varphi^{-1} - \varphi = \varphi^{-2} - \varphi^{-1}$ тоже есть «скверная» интерпретация.

Пусть перемножение двух единиц определяет площадь 1×1, встроенную в «золотой» прямоугольник $1\times\varphi^{-1}$ или пристроенную к таковому снаружи, а сумма $1\times\varphi^1 + 1\times\varphi^2$ отображает бисекцию квадрата 1×1 на фигуры, подобные $1\times\varphi^{-1}$ и $1\times\varphi^{-2}$. При этом площадки $1\times\varphi^1 = (1\times\varphi^{-1}) - (1\times1)$ и $1\times\varphi^{-2} = (1\times\varphi^{-1}) + (1\times1)$ контрсимметричны относительно площади $1\times\varphi^{-1}$, то есть отличаются от нее на $-(1\times1)$ и на $+(1\times1)$ соответственно.

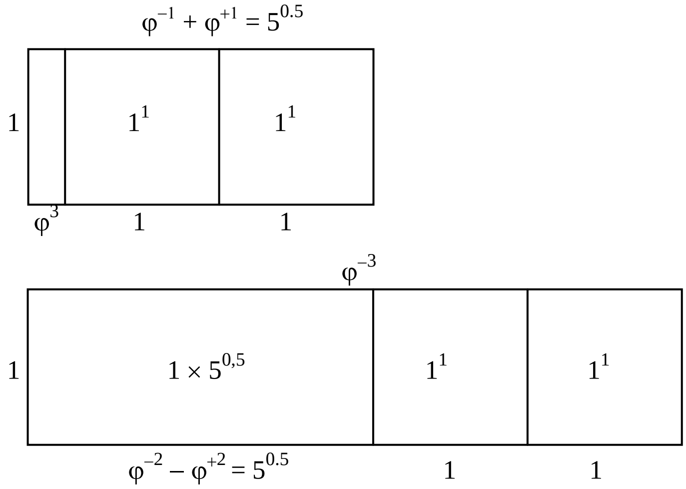


Площадь 1×1, как показатель контрсимметрии площадок, определяемых «скверными» числами φ^{-2} и φ^{+1}, отличающимися от φ^{-1} на единицу, обозначим как 1^1. И убедимся, что «золотая» арифметика содержит число $1^2 = 2\cdot1^1$, интерпретируемое как удвоенная площадь 1^1. С этой целью покажем, что «бриллиантовый» ключ $\varphi^1 = \varphi^2 + \varphi^3$ представляет структуру с единичным элементом, значение которого вдвое больше единичного морфизма 1^1.

Вспомним о понятии секстетной структуры (*см. выше*) и представим контрсимметрию чисел-площадей $\varphi = \Phi - 1^1$ и $\Phi^2 = \Phi + 1^1$ после деления на $\Phi = 1.618...$ как □$1^1 \backslash \varphi^2 \backslash \varphi^{-1} \backslash \varphi^3 \backslash \varphi^{+1} \backslash 2^1$□, где $\varphi^3 = \dfrac{\Phi - 1^1}{\Phi + 1^1} = \dfrac{1^1 - \varphi^{+1}}{1^1 + \varphi^{+1}}$ – число-отношение. При этом $2^1 = \Phi^2 - \varphi = (\Phi + 1^1)(1^1 - \varphi^3)$ и $\varphi^1 = \dfrac{1^1 - \varphi^3}{1^1 + \varphi^3}$ по свойству конверсии. А так как $2^1 = (\Phi^2 - \varphi^2) - \varphi^3 = 5^{0.5} - \varphi^3$, откуда $\varphi^1 = \varphi^2 + \varphi^3$, то особое число $2^1 = 1^1 + 1^1 = 2\cdot1^1$, как и число-отклонение 1^1, является скрытым целым «бриллиантового» ключа.

А теперь сформируем квадратичный секстет на основе контрсимметричных скаляров $\varphi^{-2} - 1^1$ и $\varphi^{-2} + 1^1$ с числом-отношением $(\varphi^{-2} + \varphi^2)^{-1} = 5^{-0,5} = \dfrac{1^1 - \varphi^2}{1^1 + \varphi^2}$ и другими элементами, вид которого

□□$1^2 \backslash 1^2 - \varphi^2 \backslash 1^2 + \varphi^2 \backslash \dfrac{1^2 - \varphi^2}{1^2 + \varphi^2} \backslash \varphi^2 \backslash 2*$□□. Причем $2* = (\varphi^{-2} + 1^1) - \varphi^{-1} = (\varphi^{-2} + 1^1)(1^1 - 5^{-0,5})$. При этом из $2* = \varphi^{-3} - (\varphi^{-1} + \varphi^{+1}) = \varphi^{-3} - 5^{0.5}$ следует $\varphi^1 = \varphi^2 + \varphi^3$ и, значит, «бриллиантовый» ключ скрывает контрсимметрию $5^{0.5} - 2* = \varphi^3$ и $5^{0.5} + 2* = \varphi^{-3}$ чисел φ^3 и φ^{-3}, являющихся действительными корнями $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{5} = -2 \pm (2 + \varphi^3)$ уравнения $x^2 + 4x - (1^2)^2 = 0$, такими, что $x_1 = \varphi^3$ и $x_2 = -\varphi^{-3}$ (*см. выше*). При этом $\varphi^{-3} - \varphi^3 = 2^2$, где $2^2 = (5^{0.5} + 2^1)(1^1 - \varphi^6)$. И в «скверной» интерпретации число-отклонение $2* = 1^1 + 1^1$ предстает двумя квадратами единичной площади.



И, наконец, не забывая о «скверном» понимании скаляров-степеней «золотого» числа φ, рассмотрим обнаруженные контрсимметрии, представляя их в виде $5^{0.5} - 1 = 2\varphi^{+1}$, $5^{0.5} + 1 = 2\varphi^{-1}$ и $5^{0.5} - 2 = \varphi^{+3}$, $5^{0.5} + 2 = \varphi^{-3}$, где $-\varphi^{-3}$ и φ^{+3} - корни квадратного уравнения $\delta^2 + 4\delta - 1^2 = 0$, получаемого из **) $a^2 + ab = b^2$ подстановкой $a = 1 - \delta$ и $b = 1 + \delta$, тогда как при $a = 1$ или $b = 1$ из $a^2 + a \cdot 1 = 1^2$ и $1^2 + 1 \cdot b = b^2$ следует $a_1 = \varphi^{+1}$, $a_2 = -\varphi^{-1}$ и $b_1 = \varphi^{-1}$, $b_2 = -\varphi^{+1}$.

Вспомним (*см. выше*), что модифицированные формулы *СПМ*, *СКМ* и *СГМ* при контрсимметричных a и b указывают на существование пары чисел $1^2 - \delta^2$ и $1^2 + \delta^2$, контрсимметричных относительно квадроединицы 1^2, подстановка которых в $a^2 + ab = b^2$ дает $\delta^4 + 4\delta^2 - 1^4 = 0$ или $x^2 + 4x - (1^2)^2 = 0$, откуда $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{5} = -2 \pm (2 + \varphi^3)$, где $x_1 = \varphi^3$ и $x_2 = -\varphi^{-3}$.

Таким образом, $x_1 = \delta_1$ и $x_2 = \delta_2$. А так как $x = \delta^2$, то корни δ_1 и δ_2 равнозначны (идемпотентны) своим квадратам.

Заметим, что из мультиравенства $5^{0.5} = 2\varphi^{+1} + 1 = 2\varphi^{-1} - 1 = \varphi^{+3} + 2 = \varphi^{-3} - 2$ следует $\dfrac{2\varphi^{+1}}{2\varphi^{-1}} = \dfrac{\varphi^{+3} + 1}{\varphi^{-3} - 1} = \varphi^{+3}\dfrac{1 + \varphi^{+3}}{1 - \varphi^{+3}} = \varphi^{+2}$, откуда $\varphi^{+1}\dfrac{1 + \varphi^{+3}}{1 - \varphi^{+3}} = 1^2$, а отсюда с учетом $\dfrac{1 + \varphi^{+3}}{1 - \varphi^{+3}} = \varphi^{-1}$ будет $\varphi^{+1} \cdot \varphi^{-1} = 1^2$, что некорректно, так как подразумевает $\varphi^0 = 1$ при том, что нуль, как и бесконечность, чужды бинарной арифметике. При этом корректным является отношение $\dfrac{\varphi^{+1}}{\varphi^{-1}} = \varphi^2$, где $\varphi^2 = \varphi^1 - \varphi^3$ входит в равенство $\varphi^3 = (\varphi^2)^1 - (\varphi^2)^2$ как основание степеней 1 и 2.

Таким образом, скаляр φ^3 обслуживает две неслучайные субстракции $\varphi^1 - \varphi^2$ и $(\varphi\varphi)^1 - (\varphi\varphi)^2$ и, значит, не имеет однозначного определения. А его двойственность не позволяет завершить вычислительный процесс, в результате чего бинарную арифметику чисел Фидия надо как-то ограничить. Сделаем это, зная, что φ^1 и φ^3 связаны конверсией $\dfrac{1-\varphi^3}{1+\varphi^3} = \varphi^1 \Leftrightarrow \varphi^3 = \dfrac{1-\varphi^1}{1+\varphi^1}$, объединяющей число-отношение и число-отклонение в определенной секстетной структуре. Например, выше обозначен секстет $\square 1^2 \backslash \varphi^2 \backslash \varphi^{-1} \backslash \varphi^3 \backslash \varphi^{+1} \backslash 2^* \square$, где единицей является площадь $1^2 + 1^2 = 2^*$, удвоенная по сравнению с площадью единичного квадрата 1×1. При этом $2^* = \varphi^{-1} + \varphi^2$ и мы имеем диарезисное представление особой двойки слагаемыми, которые являются целыми степенями числа φ. Но в секстетной структуре $\backslash\square\backslash$ место числа-отношения занимает скаляр φ^3, тогда как числом-отклонением служит φ^1. И если их поменять местами, то получится структура $\diamond 1^1 \backslash 2\varphi^2 \backslash 2\varphi^{+1} \backslash \varphi^{+1} \backslash \varphi^3 \backslash 2^1 \diamond$ с единицей $1^1 = \varphi^{+1} + \varphi^2$, вдвое меньше 1^2. Следовательно, $1^2 = 2\cdot1^1$.

Как видно, секстеты $\backslash\square\backslash$ и $\backslash\diamond\backslash$, содержащие «золотое» число $\varphi = 0.618\ldots$ в степени не выше третьей, отвечают диарезисным выражениям единицы $1^1 = \varphi^1 + \varphi^2$ и двойки $2^* = \varphi^{-1} + \varphi^2$, соответствующим дихотомиям $1 = 0.5 + 0.5$ и $2 = 1 + 1$, отличающимся вдвое согласно бифуркации $1^* = 2\cdot1^1$. При этом вычисление $1 = \varphi^1 + \varphi^2$ по секстету $\backslash\diamond\backslash$ отличается от определения $2 = \varphi^{-1} + \varphi^2$ по структуре $\backslash\square\backslash$ инверсией первого слагаемого, что является одной-единственной операцией по распознаванию единиц, моделирующих разные кинематические процессы – трансляцию как перемещение прямой по плоскости без поворота (*tracking*) и ее трансляцию с поворотом (*winding*) [4]. Причем *tracking* предполагает автопараллельность прямой, представленной двумя точками, движущимися по скрещивающимся траекториям, тогда как *winding* подразумевает, что интервал между теми же точками со временем изменяется нелинейно и, значит, их относительная скорость не постоянна как по величине, так и по направлению, хотя в том и в другом случае точки перемещаются в плоскости прямолинейно и равномерно, то есть «по инерции». Этот феномен, наблюдаемый в упругом ударе массивных сфер [5], подробно рассмотрен и формализован в скалярной механике, а приложения бинарной арифметики к задачам общей физики представлены в публикациях [6-9].

Р е з ю м е

Иррациональные числа φ и Φ стоят вторыми в последовательностях 0.5; 0.618…, …, s_N, … и 2; 1.618…, …, S_N, … с пронумерованными по N = 1, 2, 3, … и взаимно обратными элементами s_N и $S_N = s_N^{-1}$, стремящимися к единице 1* при $N \to \infty$. При этом число 1* отличается от единиц в дихотомиях $1 = 0.5 + 0.5$ и $2 = 1 + 1$ сингулярным характером, поскольку цепное тождество $s^1 + s^N = S^1 - s^{N-1} = S^N - S^{N-1} = 1$ сохраняет арифметический смысл при $s_\infty = S_\infty = 1^*$ (когда $N = \infty$) в результате удвоения одной из единиц. Причем равенства $s^1 + s^N = s^{-1} - s^{N-1} = s^{-N} - s^{1-N} = 1$ и $S^{-1} + S^{-N} = S^1 - S^{1-N} = S^N - S^{N-1} = 1$ эквивалентны, а число N в показателях степени инверсивных оснований s и S совпадает с их номером.

Сингулярное удвоение как бифуркация единиц предполагает две дихотомии ($2^1 = 1^1 + 1^1$ и $2^* = 1^* + 1^*$) особых двоек. При этом число 2 имеет три бинарных представления действительными числами *a*, *b*, *c* и *d*: одно аддитивное $2 = a + b$ и два аддитивно-

мультипликативных $2 = b\,(1 + c^{+1})$ и $2 = a\,(1 + c^{-1})$, где a и b контрсимметричны ($a = 1 - d$ и $b = 1 + d$), а $c = \frac{a}{b}$ и $d = \frac{b-a}{2}$ взаимно заменимы ($\frac{1-d}{1+d} = c \Leftrightarrow d = \frac{1-c}{1+c}$), то есть конверсивны. Причем из *а*) $1 = \frac{2}{1-d} - c^{-1}$ и *б*) $1 = \frac{2}{1+d} - c^{+1}$ возникает представление о двух разных единицах – дихотомической при $d = 0$, когда $a = b = c = 1$, и сингулярной, когда $a \to 0$ и $b \to 2$ при $d \to 1$. Ведь в пределе из (*а*) следует $1^* = \infty - \infty$. Подчеркнем, что равенство (*а*) получается из тождества (*б*) инверсией числа-отношения $c^{+1} \in [1{,}0)$ в обратное ему число c^{-1}, сопровождаемой реверсом знака у числа-отклонения d. Такое преобразование единицы в единицу названо инверсивно-реверсивным и вспомним, что системные скаляры s_N и S_N также взаимно обратны.

Важной особенностью членов последовательностей 0.5; $\varphi = 0.618\ldots$; …; s_N; … и 2; $\varphi^{-1} = 1.618\ldots$; …; S_N; … является неслучайная субстракция $s^1 - s^2 = s^{N+1}$ и $S^2 - S^1 = S^{2-N}$, то есть связь первой и второй степеней взаимно обратных оснований s и S через вычитание. А отсюда видна эксклюзивность чисел Фидия Φ и φ: будучи инклюзивными другим членам рядов $\{s_N\}$ и $\{S_N\}$ по субстракции, они особенны в том смысле, что при N = 2 из дублета $\varphi^1 - \varphi^2$ следуют два единичных результата: *в*) $\Phi^1 - \Phi^2 = -1$, если поменять знаки показателей степени, и *г*) $\varphi^1 + \varphi^2 = +1$, если заменить вычитание сложением. Как видно, единицу определяют не только дихотомии $1 = 0.5 + 0.5$ и $2 = 1 + 1$, но и действия с числами $\varphi^{\pm 1}$ и $\varphi^{\pm 2}$ - инверсивное (при смене знака показателя степени) и реверсивное (при замене сложения вычитанием или наоборот).

Тождество Кассини $F_N^2 - F_{N-1}F_{N+1} = (-1)^k$ для чисел Фибоначчи 1, 1, 2, …, F_N, …, связанных рекурсией $F_{N-1} + F_N = F_{N+1}$ (то есть бинарно) распространяется на сопряженный ($F_{N-1} + F_{N+1} = L_N$) ряд Люка 1, 3, 2^2, …, L_N, … через квадратичную форму $2^2(-1)^k = L_N^2 - (\sqrt{5}\,F_N)^2$, где $k = 1$ при нечетных значениях N и $k = 2$ при четных. Причем скаляр-радикал $\sqrt{5} = \Phi^2 - \varphi^2 = \Phi^1 + \varphi^1 = 2 + \varphi^3$ имеет три представления числами Фидия: квадратичное, первостепенное и кубическое.

Эксклюзивное положение скаляров $s_2 = \varphi$ и $S_2 = \Phi$ в числовых последовательностях s = 0.5; 0.618…; …; s_N;… и S = 2; 1.618…; …; S_N; … с сингулярным окончанием 1* подтверждает особенность членов ряда $\{s_N\}$, состоящая в их двойной связи - субстракционной $s^{N-1} - s^N = s^{2N-1}$ и мультипликативной $s^{N-1} \cdot s^N = s^{2N-1}$, которые при N = 2 дают $\varphi^1 - \varphi^2 = \varphi^3$ и $\varphi^1 \cdot \varphi^2 = \varphi^3$, где φ^3 равно как разности чисел φ^1 и φ^2, так и разности их квадратов ($\varphi^3 = (\varphi^1)^2 - (\varphi^2)^2$). То есть, число φ^3 является двойственным (в смысле степени), подобно радикалу $\sqrt{5} = \Phi^2 - \varphi^2 = \Phi^1 + \varphi^1$. При этом φ^1 и φ^3 связаны конверсией $\frac{1-\varphi^3}{1+\varphi^3} = \varphi^1 \Leftrightarrow \varphi^3 = \frac{1-\varphi^1}{1+\varphi^1}$ и, значит, входят в секстет из двух целых (1, 2) и четырех дробных (a, b, c, d) чисел, где $a = 1 - \varphi^3$ и $b = 1 + \varphi^3$ контрсимметричны, а $c = \varphi^1$ и $d = \varphi^3$. Представляя данный секстет как $\Diamond 1^1 \backslash 2\varphi^2 \backslash 2\varphi^{+1} \backslash \varphi^{+1} \backslash \varphi^3 \backslash 2^1 \Diamond$ поменяем c и d местами, как допускает их конверсия. В результате получим секстет □$1^* \backslash \varphi^2 \backslash \varphi^{-1} \backslash \varphi^3 \backslash \varphi^{+1} \backslash 2^*$□, где $a = \varphi^2$ и $b = \varphi^{-1}$ таковы, что $\varphi^2 + \varphi^{-1} = 2$. А так как $a = 2\varphi^2$ и $b = 2\varphi^{+1}$ в структуре $\backslash\Diamond\backslash$ и отсюда $\varphi^2 + \varphi^{+1} = 1$, то последнее равенство получается из $\varphi^2 + \varphi^{-1} = 2$ сменой (реверсом) знака у единичного показателя степени, приводящей к преобразованию (инверсии) φ^{-1} в φ^{+1}, что позволяет формально считать, что $1^* = 2 \cdot 1^1$.

С с ы л к и

1. Черепанов О.А. Инициация простых чисел в *Excel* и не только. (Представлена к публикации на математическом сайте.)

2. Черепанов О.А. Секстетные структуры над числами Фидия-Фибоначчи-Люка и остепененные единицы в тригонометрии. //«Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.18289, 01.11.2013 (http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/2214-chr.pdf)

3. Черепанов О.А. Метрические свойства чисел Фидия и их реализация в расчетах. //«Академия Тринитаризма», М.,Эл № 77-6567, публ.16891 (http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/1891-chr.pdf)

4. Черепанов О.А. Фактология «золотой» пропорции: свежие дополнения. // «Академия Тринитаризма», М., Эл №77-6567,публ.17139 (http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/2099-chr.pdf)

5. Черепанов О.А. Дефекты и эффекты в теории удара. (http://scicommunity.ru/)

6. Черепанов О.А. Секстетное исчисление в примерах и задачах. (http://scicommunity.ru/)

7. Черепанов О.А. Секстетное моделирование гравитационных экспериментов и явлений. (http://scicommunity.ru/)

8. Черепанов О.А. Опытные и формальные предпосылки секстетного моделирования в оптике. (http://scicommunity.ru/)

9. Черепанов О.А. Где начало того конца?... Геометрия и Арифмометрия // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567,публ.18194 (http://www.trinitas.ru/rus/doc/0009/001a/1092-chr.pdf)