

А.П. Стахов, С.Х. Арансон, И.В. Хантон

## ЗОЛОТАЯ ФИБОНАЧЧИЕВА ГОНИОМЕТРИЯ, РЕЗОНАНСНАЯ СТРУКТУРА ГЕНЕТИЧЕСКОГО КОДА ДНК, ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФИБОНАЧЧИ-ЛОРЕНЦА И ДРУГИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

### Часть IV. Другие приложения чисел Фибоначчи, золотого сечения и золотой фибоначчиевой гониометрии

#### Аннотация

Статья посвящена взаимосвязи между фибоначчиевой гониометрией, резонансной структурой генетического кода ДНК и преобразованиями Фибоначчи-Лоренца. Основой этой взаимосвязи является «золотая пропорция» (или «золотое сечение») - древнейшая научная парадигма о гармонии и красоте.

Рассматриваются также другие приложения чисел Фибоначчи, золотой пропорции и золотой фибоначчиевой гониометрии, в частности, новая геометрическая теория филлотаксиса Боднара, «золотые» геноматрицы Петухова и новая интерпретация периодической системы Менделеева.

Статья представлена в 4-х частях. Часть 4 посвящена обсуждению новых приложений золотого сечения, чисел Фибоначчи и золотой фибоначчиевой гониометрии в теоретическом естествознании – в ботанике («*Геометрия Боднара*»), в генетике («*Золотые геноматрицы Петухова*») и химии (*числа Фибоначчи в периодической системе Менделеева*).

#### 6. Геометрия Бондара

Со времен Кеплера известен ботанический «закон филлотаксиса», который особенно ярко проявляет себя в таких плотноупакованных ботанических структурах, как сосновые и кедровые шишки, ананасы, кактусы, головки подсолнечников и других.

Этот закон основан на числах Фибоначчи. Согласно этому закону, на поверхности *филлотаксисных биоформ* наблюдаются *винтовые лево- и правозакрученные спирали*, число которых всегда являются соседними числами Фибоначчи  $F_n$  и  $F_{n-1}$ . Их отношения

$$\frac{F_s}{F_{s-1}} = \left\{ \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \dots \right\} \quad (4.1)$$

являются характерными для каждого вида филлотаксисного объекта и называются *порядком симметрии* филлотаксисного объекта [19].

При изучении *филлотаксисных объектов* всегда возникает один и тот же вопрос: как и почему в процессе роста на поверхности объекта формируются *фибоначчиевые спирали*?

Эта проблема представляет собой одну из наиболее интригующих загадок филлотаксиса. Суть ее состоит в том, что у большинства видов биоформ в процессе роста происходит изменение *порядков симметрии*, задаваемых (4.1).

Например, головки подсолнечника, находящиеся на разных уровнях одного и того же стебля, имеют разные порядки симметрии: чем старше диск, тем выше его порядок симметрии. Это означает, что в процессе роста происходит закономерное изменение (возрастание) порядков симметрии согласно закону:

$$\frac{1}{1} \rightarrow \frac{2}{1} \rightarrow \frac{3}{2} \rightarrow \frac{5}{3} \rightarrow \frac{8}{5} \rightarrow \frac{13}{8} \rightarrow \dots \quad (4.2)$$

Изменение порядков симметрии согласно (4.2) называется *динамической симметрией* [19]. Все вышеуказанные данные и составляют существо «загадки филлотаксиса».

Упомянутая выше «загадка филлотаксиса» была решена украинским исследователем Олегом Боднаром в рамках новой геометрической теории филлотаксиса [19].

Боднар начал исследовать явление филлотаксиса с предположения о гиперболическом характере геометрии филлотаксиса, используя при этом понятие *гиперболического поворота* – важнейшего преобразующего движения гиперболической геометрии. Но для того, чтобы гиперболический подход привел к «спиралям Фибоначчи» на поверхности филлотаксисного объекта, Боднар использовал так называемые «золотые» *гиперболические функции*, которые с точностью до постоянных коэффициентов, совпадают с гиперболическими функциями Фибоначчи [3]-[5].

Таким образом, «геометрия Боднара» по существу представляет собой вариант золотой фибоначчиевой гониометрии, рассмотренной выше.

## 10. «Золотые» геноматрицы Петухова

Недавно российский исследователь С.В. Петухов сделал важное открытие в области генетического кодирования. Речь идет о так называемых «золотых» *геноматрицах* [20].

Основная идея С.В. Петухова [20] состоит в представлении *генетических полиплетов* в матричном виде. Простейшей является квадратная матрица второго порядка  $P$ , которая используется для представления системы из четырех азотистых оснований («букв») **U** (*урацил*), **A** (*аденин*), **C** (*цитозин*), **G** (*гуанин*) генетического алфавита молекулы РНК:

$$P = \begin{pmatrix} C & A \\ U & G \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

Далее С.В. Петухов предлагает рассматривать семейство всех одинаковых по длине генетических полиплетов в виде соответствующего семейства символьных матриц  $P^{(n)}$ , представляющих собой *тензорные (кронекеровы) произведения* исходной матрицы (4.3).

Матрицы  $P^{(n)}$  названы *символическими геноматрицами*. Данное семейство геноматриц  $P^{(n)}$  при достаточно большом  $n$  представляют всю систему генетических кодовых полиплетов, включая *моноплеты* генетического алфавита (4.3) и *триплеты*, кодирующие аминокислоты белка.

Символическая матрица  $P^{(3)}$ , задающая все возможные триплеты, имеет вид:

$$P^{(3)} = P \otimes P \otimes P = \begin{pmatrix} CCC & CCA & CAC & CAA & ACC & ACA & AAC & AAA \\ CCU & CCG & CAU & CAG & ACU & ACG & AAU & AAG \\ CUC & CUA & CGC & CGA & AUC & AUA & AGC & AGA \\ CUU & CUG & CGU & CGG & AUU & AUG & AGU & AGG \\ UCC & UCA & UAC & UAA & GCC & GCA & GAC & GAA \\ UCU & UCG & UAU & UAG & GCU & GCG & GAU & GAG \\ UUC & UUA & UGC & UGA & GUC & GUA & GGC & GGA \\ UUU & UUG & UGU & UGG & GUU & GUG & GGU & GGG \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

При замене в символических матрицах каждого символа азотистых оснований на те или иные их количественные параметры получаются соответствующие *числовые геноматрицы*.

Для образования таких количественных параметров С.В.Петухов предлагает воспользоваться числовыми значениями комплементарных водородных связей в азотистых основаниях генетического кода ДНК, имея ввиду центральную догму молекулярной биологии: ДНК  $\Rightarrow$  РНК  $\Rightarrow$  белок (более подробно см. часть II, пункт 3.1).

Речь идет о двух и трех водородных связях, соединяющих комплементарные пары азотистых оснований в молекулах ДНК, для которых всегда для оснований С и G число таких водородных связей равно 3, а для А и Т равно 2.

**Ключевая идея Петухова состоит в том, чтобы заменить каждый полипептид молекулы РНК во всех символических матрицах  $P^{(n)}$  произведением чисел водородных связей соответствующих азотистых оснований в молекуле ДНК.**

При этом, например, триплет CGA в октетной матрице (4.4) заменяется на произведение  $3 \times 3 \times 2 = 18$ , а триплет UUG- произведением  $2 \times 2 \times 3 = 12$ .

При такой замене символьные геноматрицы (4.3), (4.4) превращаются в следующие *числовые геноматрицы*

$$P_{mult}^{(1)} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

$$P_{mult}^{(3)} = \begin{matrix} & & & & & & & & \Sigma \\ 27 & 18 & 18 & 12 & 18 & 12 & 12 & 8 & 125 \\ 18 & 27 & 12 & 18 & 12 & 18 & 8 & 12 & 125 \\ 18 & 12 & 27 & 18 & 12 & 8 & 18 & 12 & 125 \\ 12 & 18 & 18 & 27 & 8 & 12 & 12 & 18 & 125 \\ 18 & 12 & 12 & 8 & 27 & 18 & 18 & 12 & 125 \\ 12 & 18 & 8 & 12 & 18 & 27 & 12 & 18 & 125 \\ 12 & 8 & 18 & 12 & 18 & 12 & 27 & 18 & 125 \\ 8 & 12 & 12 & 18 & 12 & 18 & 18 & 27 & 125 \\ \Sigma & 125 & 125 & 125 & 125 & 125 & 125 & 125 & 1000 \end{matrix} \quad (4.6)$$

Заметим, что числовые геноматрицы (4.5), (4.6) заключают в себе важную информацию о комплементарных водородных связях, «*которые давно подозреваются на особую информационную значимость*» [20].

Для получения «золотых» геноматриц из соответствующих символьных матриц необходимо каждый полиплет исходной символьной матрицы заменить произведением следующих числовых значений для его букв:  $C=G=\tau$ ,  $A=U=\tau^{-1}$ , где  $\tau$  - золотая пропорция. В результате такой подстановки символьные геноматрицы (4.3), (4.4) превращаются в следующие «золотые» геноматрицы:

$$\Phi^{(1)} = \begin{pmatrix} \tau & \tau^{-1} \\ \tau^{-1} & \tau \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

$$\Phi^{(3)} = \begin{pmatrix} \tau^3 & \tau^1 & \tau^1 & \tau^{-1} & \tau^1 & \tau^{-1} & \tau^{-1} & \tau^{-3} \\ \tau^1 & \tau^3 & \tau^{-1} & \tau^1 & \tau^{-1} & \tau^1 & \tau^{-3} & \tau^{-1} \\ \tau^1 & \tau^{-1} & \tau^3 & \tau^1 & \tau^{-1} & \tau^{-3} & \tau^1 & \tau^{-1} \\ \tau^{-1} & \tau^1 & \tau^1 & \tau^3 & \tau^{-3} & \tau^{-1} & \tau^{-1} & \tau^1 \\ \tau^1 & \tau^{-1} & \tau^{-1} & \tau^{-3} & \tau^3 & \tau^1 & \tau^1 & \tau^{-1} \\ \tau^{-1} & \tau^1 & \tau^{-3} & \tau^{-1} & \tau^1 & \tau^3 & \tau^{-1} & \tau^1 \\ \tau^{-1} & \tau^{-3} & \tau^1 & \tau^{-1} & \tau^1 & \tau^{-1} & \tau^3 & \tau^1 \\ \tau^{-3} & \tau^{-1} & \tau^{-1} & \tau^1 & \tau^{-1} & \tau^1 & \tau^1 & \tau^3 \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

Возведем теперь «золотую» геноматрицу (4.7) в квадрат:

$$[\Phi^{(1)}]^2 = \begin{pmatrix} \tau & \tau^{-1} \\ \tau^{-1} & \tau \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \tau & \tau^{-1} \\ \tau^{-1} & \tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau^2 + \tau^{-2} & 2 \\ 2 & \tau^{-2} + \tau^2 \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

Если теперь воспользоваться формулой Бине  $\tau^2 + \tau^{-2} = 3$ , то мы получим следующий результат:

$$[\Phi^{(1)}]^2 = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad (4.10)$$

то есть, квадрат «золотой» геноматрицы (4.7) совпадает с числовой геноматрицей (4.5). Оказывается, что этот результат имеет общий характер, то есть, *квадрат любой «золотой» геноматрицы  $\Phi^{(n)}$  совпадает с соответствующей числовой геноматрицей, содержащей информацию о комплементарных связях.*

Такая необычная связь «золотых» геноматриц с соответствующими числовыми геноматрицами дают основание дать новое определение «золотого сечения», предложенного в [20].

**Новое определение «золотого сечения» (Петухов):**

Золотое сечение и его обратная величина ( $\tau$  и  $\tau^{-1}$ ) представляют собой единственные матричные элементы бисимметричной матрицы  $\Phi$ , являющейся корнем квадратным из такой бисимметричной числовой матрицы  $P_{mult}$  второго порядка, элементами которой являются генетические числа водородных связей ( $C=G=3$ ,  $A=U=2$ ) и которая имеет положительный детерминант.

## 11. Числа Фибоначчи в Периодической системе Менделеева

Совсем недавно в работе [21] сделано еще одно научное открытие фундаментального плана. Речь идет об обнаружении чисел Фибоначчи в периодической системе элементов.

Д.И. Менделеев предложил периодическую систему химических элементов 137 лет тому назад. За это время она сыграла громадную роль не только в развитии химии, но и многих других наук. Она стимулировала научный прогресс во всех областях, где химические элементы являются основой естественных или искусственных процессов.

Однако все это почти полутароветовое время ученые разных специальностей в той или иной форме высказывали неудовлетворение менделеевской системой, несмотря на признание за ней фундаментальных свойств для химической науки и всего теоретического естествознания.

Вскоре после широкого обнародования периодической системы Д.И. Менделеев высказал две идеи, которые до сих пор не реализованы ни в одной из многочисленных (около 1000) предложенных после него форм периодического закона:

1. «...Система требует телесной формы, допускающей сближение по всем направлениям»
2. Периодический закон «...следует выражать не геометрическими линиями, всегда подразумевающими сплошность, а вроде того, как поступают в теории чисел - прерывно» (цитаты взяты из [22]).

Как подчеркивается в [22], уже в своей первой статье о периодическом законе Д.И. Менделеев высказал идею о спиральной форме таблицы химических элементов. Это было его гениальное предвидение.

В работе [22] также подчеркивается, что Менделеев в первые дни открытия применил двухлинейную (двухрядную) форму периодического закона. Эта предвидение Менделеева лежит в основе подхода, изложенного в статье [21], которая посвящена развитию интуитивных и пророческих идей Д.И. Менделеева на основе представления периодического закона в пространственной спиральной форме.

Главная идея статьи [21] состоит в том, что пространственная кривая (спираль), на которой находятся химические элементы, расположена внутри конуса или в псевдосфере Н.И. Лобачевского.

Элементы на этой спирали представлены дискретными точками (или «шариками»). Проекция элементов на горизонтальную плоскость, то есть плоскость основания конуса, дают **фибоначчиевые спирали**, а именно, такие спирали, на любой из которых разности между атомными номерами любых двух последовательных элементов дают числа ряда Фибоначчи.

Ясно, что в силу имеющегося конечного числа элементов в Природе такие разности ограничены числом Фибоначчи  $F_{12}=144$ . Такое представление о Периодической системе (псевдосфера Лобачевского и фибоначчиевые спирали) наталкивает на мысль о связи такой модели с фибоначчиевой гониометрией, хотя такая гипотеза требует более детального обоснования.

В работе [21] приводятся многочисленные примеры, свидетельствующие о фундаментальной роли чисел Фибоначчи в Периодической системе.

Например, существуют следующие характерные отношения, которые определяют связь Периодической системы с «золотым сечением», и, возможно, связаны с эволюцией атомных ядер:

1. Отношение числа нуклидов четной массы к числу нуклидов нечетной массы:

$$2 \cdot 89 / 2 \cdot 55 \approx \tau \text{ («золотая пропорция»)}.$$

2. Отношение числа нуклидов четного заряда к числу нуклидов нечетного заряда:

$$220 / 68 \approx 2 \cdot \tau.$$

3. Отношение числа нечетного заряда нечетной массы к числу нуклидов заряда той же четности четной массы:

$$55 / 13 = F_{10} / F_7 \approx \tau^3.$$

4. Отношение чисел природных нуклидов двух подмножеств Ю.К. Дидыка

$$2 \cdot 89 / 2 \cdot 55 \approx \tau.$$

5. Расположив по возрастанию зарядов 165 четных нуклидов (в пределах данного заряда нуклиды располагаем по возрастанию массового числа), получим, что общеизвестные «магические» числа нейтронов

$$2, 8, 14, 20, 28, 50, 82, 126$$

соответствуют следующим номерам нуклидов нашего расположения:

$$1, 3, 8, 13, 21, 55, 110 = 2 \times 55, 165 = 3 \times 55.$$

На основе тщательного анализа периодического закона с использованием идеи «фибоначчиевых спиралей», авторы статьи [21] делают следующее заключение:

**«Представляется, что, выявленное нами нормирование распределения химических элементов таблицы Менделеева аддитивным рядом Фибоначчи, открывает широкие возможности для предсказания новых свойств элементов, которые иногда играют решающую роль в процессе их использования.»**

С позиций предлагаемой нами концепции закона распределения элементов по-новому могут быть интерпретированы их взаимоотношения в геологических процессах, участие их в комплексообразовании в ходе формирования минеральных парагенезисов или концентрации рудного вещества и так далее.

Особенно многообещающим может оказаться использование новых геометрических позиций элементов в трехмерном пространстве. Авторы приводят только горизонтальные проекции пространственных спиралей. Фронтальные проекции пространственных спиралей имеют по вертикали также «фибоначчиевую» структуру.

В сущности, постоянно сталкиваясь с нерешенными проблемами в геохимическом поведении элементов, нами и была предпринята работа, результаты которой во фрагментарном изложении представлены в настоящей статье. Кроме того, фибоначчиевое распределение химических элементов и ядер, несомненно, облегчает открытие новых направлений в материаловедении и физике».

## Заключение

Итак, проведенное в настоящей работе исследование подтверждает, что числа Фибоначчи, золотая пропорция и связанная с ними золотая фибоначчьева гониометрия проявляют себя во многих фундаментальных явлениях и теориях современного теоретического естествознания, начиная от специальной теории относительности (преобразования Фибоначчи-Лоренца) и периодической системы элементов Д.И. Менделеева и заканчивая генетическим кодом и ботаническим законом филлотаксиса. Эти научные факты дают нам основание предположить, что «золотая фибоначчьева гониометрия», изложенная в работах [3-5], и особенно «золотая фибоначчьева  $\lambda$ -гониометрия», изложенная в работе [6], представляют фундаментальный интрес для современного теоретического естествознания и могут стать источником новых научных открытий.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Воробьев Н.Н.** Числа Фибоначчи. Москва, Наука, **1978**.
2. **Hoggat, V. E.** Fibonacci and Lucas Numbers, Houghton-Mifflin, Palo Alto, California, **1969**.
3. **Стахов А.П., Ткаченко И.С.** Гиперболическая тригонометрия Фибоначчи. Доклады Академии наук УССР, **1993**, Т. 208, № 7.
4. **Stakhov A, Rozin B.** On a new class of hyperbolic function. Chaos, Solitons & Fractals **2004**, 23(2): 379-389.
5. **Stakhov A. Rozin B.** The Golden Section, Fibonacci series and new hyperbolic models of Nature. Visual Mathematics, **2006**, V.8, No.3 (<http://members.tripod.com/vismath/pap.htm>)
6. **Стахов А.П.** Формулы Газале, новый класс гиперболических функций Фибоначчи и Люка и усовершенствованный метод «золотой» криптографии // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.14098, 21.12. **2006** (<http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321063.htm>)
7. **Stakhov A.** The “golden” matrices and a new kind of cryptography. Chaos, Solitons & Fractals, **2007**, V.32, Issue 3, 1138-1146.
8. **Gazale M.** Gnomon. From Pharaohs to Fractals. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, **1999** (русский перевод, **2002**).
9. **Беллман Р.** Введение в теорию матриц. Москва, Наука, **1968**, 367 с.
10. **Watson J.D., Crick F. H.** Molecular structure of nucleic acids. Nature, **1953**, V. 171, P. 738-740.
11. **Дубинин Н.П.** Общая генетика. М.: Наука, **1986**, 559 с.
12. **Льюин Б.** Гены. М.: Мир, **1987**, 544 с.
13. **Айала Ф., Кайгер Дж.** Современная генетика. М.: Мир, **1988**, Т. 1-3.
14. **Watson J.D., Crick F.H.** Genetic implications of the structure of deoxyribose nucleic acid. Nature, **1953**, V.171, P. 964-967.
15. **Спирин А.С.** Биосинтез белков, мир РНК и происхождение жизни (<http://evolution.powernet.ru/library/biosynthesis.htm>) .
16. **Aranson S., Zhuzhoma E.** On arithmetical and dynamical properties of Lorenz maps of the torus. ArXiv:math. DS/0404464, 26 Apr. **2004**, V.1, P.1-14.

17. **Aranson S., Zhuzhoma E.** On arithmetical and dynamical properties of Lorenz maps of the torus. Institut de Recherche Mathematique de Rennes. France, Prepublication 04-27.April **2004**, P.1-14.
18. **Арансон С.Х., Жужома Е.В.** Арифметические и динамические свойства преобразований Лоренца на торе. Труды Средневолжского математического общества. Материалы Второй Международной научной школы «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». Саранск. Россия. **2005**, Т.7, №1, С.245-247.
19. **Боднар О.Я.** Золотое сечение и неевклидова геометрия в природе и искусстве. Львов: «Свит», **1994**.
20. **Петухов С.В.** Метафизические аспекты матричного анализа генетического кодирования и золотое сечение. Метафизика.Москва,Бином, **2006**. С. 216-250.
21. **Шило Н.А., Динков А.В.** Фенотипическая система атомов в развитие идей Д.И.Менделеева // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 14630, 09.11. **2007**. <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321073.htm> )
22. **Кедров Б.М.** Микроанатомия великого открытия. М.: Наука,**1970** .