

Гиперболические функции Фибоначчи и Люка: мнение академика Митропольского, книга "The "Golden" Non-Euclidean Geometry" (World Scientific, 2016), рецензия бельгийского профессора Adhemar Bultheel и новые результаты в этой области

1. Предисловие.

На сайте АТ без какого-либо рецензирования опубликован очередной опус доктора технических наук С.Л. Василенко. Статья называется «**К вопросу о современной золотоносной мифологии**» <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001f/00163360.htm> [1]. Статья направлена против новых научных результатов в области «гиперболических функций Фибоначчи и Люка», полученных мною совместно с моими коллегами Иваном Ткаченко и Борисом Розиным и опубликованными в «Докладах Академии наук Украины» и международном журнале "Chaos, Solitons and Fractals" [2,3]. Статья направлена и против новой геометрической теории филлотаксиса, созданной Олегом Боднаром, основанной на гиперболических функциях Фибоначчи. Таким образом, предлагается уничтожить новое научное направление в области «золотого сечения», созданного славянскими учеными.

В заключение С.Л. Василенко обращается к молодым исследователям: *«В чём хотелось предостеречь неискушенного читателя и молодых исследователей в области применения золотой пропорции... Главное, не нужно порождать явные "научные сказки". По примеру беспочвенного акцентирования внимания на малоинформативных функциях ГФЛ. С их практической ненужностью и продуцированием ложных выводов».*

Я не намерен оспаривать и анализировать очередные «измышлизмы» С.Л. Василенко, которые не имеют никакого отношения к науке. Эта моя статья обращена не к Василенко, а к «неискушенным читателям и молодым исследователям в области применения золотой пропорции».

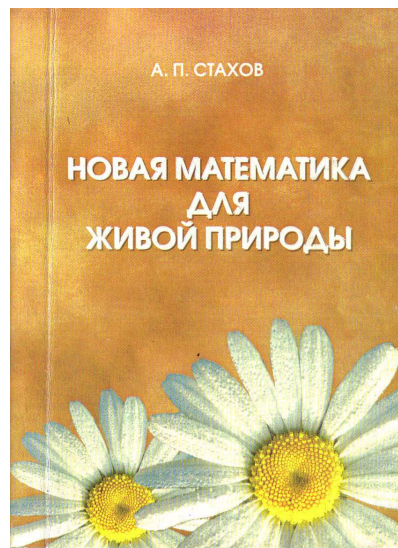
Читателей, желающих ознакомиться с гиперболическими функциями Фибоначчи и Люка, я отсылаю к статьям [2-4].

В настоящей заметке я привожу мнение выдающегося украинского математика Юрия Алексеевича Митропольского, академика Украинской академии наук и РАН, по этому поводу. Это мнение Митропольский изложил в Предисловии к моей книге «Новая математика для живой природы. Гиперболические функции Фибоначчи и Люка» (2003) [5]. Далее я привожу аннотацию новой книги, написанной мною совместно с доктором физико-математических наук профессором Самуилом Арансоном [6], который кстати в 2016 г. награжден Золотой медалью Европалаты за выдающиеся научные достижения в области математики. В заметке приводится ссылка на рецензию на эту книгу, написанную известным бельгийским математиком Проф. Adhemar Bultheel и опубликованную в **European Mathematical Society** [7]. В заключительной части я даю краткий анализ новых научных результатов в этой области, в частности, статьи **The q-Fibonacci Hyperbolic Functions** написанной турецкими математиками **Ayse Nur Guncan and Yesim Erbil** и опубликованной в 2014 г. в известном англоязычном журнале [8].

2. Ю.А. Митропольский. Предисловие к книге А.П. Стахова «Новая математика для живой природы. Гиперболические функции Фибоначчи и Люка» (2003)

Мне приятно представить читателям новую книгу «Новая математика для живой Природы», написанную известным украинским ученым, доктором технических наук, профессором Стаховым Алексеем Петровичем. Его книга является продолжением и развитием его предыдущих публикаций «Введение в алгоритмическую теорию измерения» (1977), «Алгоритмическая теория измерения» (1979), «Коды золотой пропорции» (1984), которые объединены общей математической

идеями (числа Фибоначчи и Золотое Сечение) и ставят своей целью показать основополагающую роль Золотого Сечения и чисел Фибоначчи в развитии науки и математики.



Я слежу за научным творчеством проф. Стахова очень давно, наверное, с момента публикации его первой книги «Введение в алгоритмическую теорию измерения» (1977), которая была представлена автором в 1979 г. на научном семинаре Института математики Академии наук Украины. Но особенно мой интерес к научным исследованиям проф. Стахова повысился после его блестящего выступления в 1989 г. на заседании Президиума Академии наук Украины, в котором проф. Стаховым были представлены научные и инженерные разработки в области «компьютеров Фибоначчи», выполненные под его научным руководством. Однако в последние десятилетия область научных интересов проф. Стахова все больше сдвигается к основаниям математики и компьютерной науки.

Об этом, например, свидетельствует его лекция «Золотое Сечение и современная математика гармонии», впервые прочитанная им на заседании 7-й Международной конференции «Числа Фибоначчи и их приложения» (Австрия, Грац, 1996) и затем повторенная в 1998 г. на заседании Украинского математического общества. Эта лекция произвела большое впечатление на украинских математиков и вызвала оживленную дискуссию.

Представленная книга является частью обширного плана математических исследований по обновлению современной науки, выполняемого проф. Стаховым в течение многих десятилетий. Впервые я познакомился с гиперболическими функциями Фибоначчи и Люка в 1993 г., когда мне на рецензию была представлена статья «Гиперболическая тригонометрия Фибоначчи», представленная А.П. Стаховым и И.С. Ткаченко для публикации в журнале «Доклады Академии наук Украины». Статья меня заинтересовала и согласно моей рекомендации она была опубликована в одном из номеров журнала за 1993 год. Введенные Стаховым и Ткаченко новые классы элементарных функций могут стать важным событием в современной науке и математике, если при этом учесть особую роль, которую играют гиперболические функции в развитии математики и физики (гиперболическая геометрия Лобачевского, «четырёхмерный мир Минковского» и т.д.).

Прежде всего, новые гиперболические функции представляют интерес с математической точки зрения. Они являются расширением известных формул Бине для чисел Фибоначчи и Люка на непрерывную область. Первый неожиданный результат, вытекающий из такого подхода, состоит в переосмыслении «теории чисел Фибоначчи», активно развивающейся в последние десятилетия. Благодаря гиперболическим функциям Фибоначчи и Люка «теория чисел Фибоначчи», которая до сих пор развивалась как «дискретная теория», превращается в «непрерывную теорию», значительно более богатую по своему содержанию, потому что гиперболические функции Фибоначчи и Люка

являются более сложными математическими объектами, чем числа Фибоначчи и Люка, которые являются лишь вырожденным случаем нового класса гиперболических функций.

Но особый интерес к гиперболическим функциям Фибоначчи и Люка возникает еще и потому, что эти функции были блестяще использованы украинским ученым и архитектором Олегом Боднаром в созданной им новой теории филлотаксиса. Кстати, статья Боднара на эту тему по моей рекомендации опубликована в том же журнале «Доклады Академии наук Украины» в 1992 г. Исследования Боднара показывают, что гиперболические функции Фибоначчи и Люка (названные Боднаром «золотыми» гиперболическими функциями) отражают некоторые глубокие закономерности, существующие в живой природе, и поэтому могут стать весьма эффективным средством для моделирования процессов в живой природе.

Несмотря на строго математический характер книги проф. Стахова, необходимо отметить, что она написана популярно, с большим педагогическим мастерством и в каком-то смысле может выступать в роли «букваря» по числам Фибоначчи и Золотому Сечению, что чрезвычайно актуально для школ и университетов, как Украины, так и России и других стран. И поэтому издание книги необходимо и полезно не только с научной и математической точки зрения, но и с педагогической точки зрения. Мне кажется, что ее с удовольствием прочтут не только школьные учителя математики, школьники старших классов и студенты университетов, но также многие ученые и исследователи, которые интересуются историей науки и математики, а также приложениями чисел Фибоначчи и Золотого Сечения в своих предметных областях.

И последнее замечание, касающееся названия нового класса гиперболических функций. Великие математики Фибоначчи и Люка, которые ввели в рассмотрение числа Фибоначчи и Люка, строго говоря, никакого отношения к этим функциям не имеют. И мне кажется, что наука (и особенно украинская математика) только выиграли бы, если бы эти функции были названы гиперболическими функциями Стахова и Ткаченко, то есть, названы именами тех украинских ученых, которым принадлежит честь введения в математику нового класса функций. То же самое касается и новой геометрической теории филлотаксиса, созданной украинским ученым Олегом Боднаром. Мы имеем полное право назвать новую теорию филлотаксиса «геометрией Боднара».

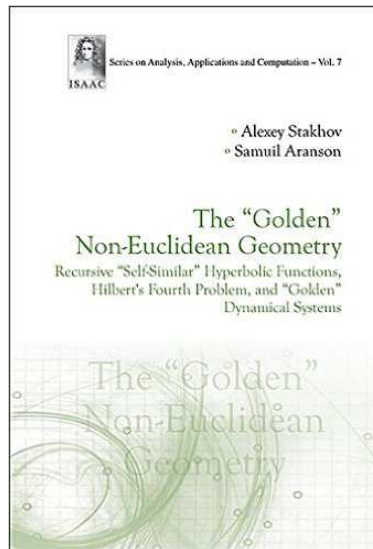
Я не сомневаюсь, что книга проф. Стахова будет воспринята мировой научной общественностью с большим интересом, а научные результаты, изложенные в настоящей книге, могут открыть новые пути в математическом исследовании Природы.

Академик Национальной Академии наук Украины
и Российской Академии наук
Почетный директор Института математики
Национальной Академии наук Украины
Ю.А. Митропольский

Как следует из этого Предисловия, точка зрения академика Митропольского на гиперболические функции Фибоначчи кардинально отличается от точки зрения Василенко.

3. Книга Стахова и Арансона The “Golden” Non-Euclidean Geometry” (World Scientific, 2016).

В 2016 г. издательство “World Scientific” опубликовало книгу Стахова и Арансона “The “Golden” Non-Euclidean Geometry” [6], в которой использованы результаты совместных публикаций в этой области [9-14].



Abstract

This unique book overturns our ideas about non-Euclidean geometry and the fine-structure constant, and attempts to solve long-standing mathematical problems. It describes a general theory of "recursive" hyperbolic functions based on the "Mathematics of Harmony," and the "golden," "silver," and other "metallic" proportions. Then, these theories are used to derive an original solution to Hilbert's Fourth Problem for hyperbolic and spherical geometries. On this journey, the book describes the "golden" qualitative theory of dynamical systems based on "metallic" proportions. Finally, it presents a solution to a Millennium Problem by developing the Fibonacci special theory of relativity as an original physical-mathematical solution for the fine-structure constant. It is intended for a wide audience who are interested in the history of mathematics, non-Euclidean geometry, Hilbert's mathematical problems, dynamical systems, and Millennium Problems.

Аннотация. Эта уникальная книга изменяет наши представления о неевклидовой геометрии и константе тонкой структуры и касается решения ряда давних математических проблем. В ней описывается общая теория «рекурсивных» гиперболических функций, основанных на «золотой», «серебряной» и других «металлических» пропорциях. Затем эти теории используются для получения оригинального решения четвертой проблемы Гильберта для гиперболической и сферической геометрии. В книге описана «золотая» качественная теория динамических систем на основе «металлических» пропорций.

Наконец, она представляет решение проблемы тысячелетия, путем развития фибоначчиевой специальной теории относительности как оригинального физико-математического решения проблемы константы тонкой структуры. Книга предназначена для широкой аудитории, интересующейся историей математики, неевклидовой геометрией, математическими проблемами Гильберта, динамическими системами и проблемами тысячелетия.

Известный бельгийский математик проф. Adhemar Bultheel написал рецензию на эту книгу, опубликованную в European Mathematical Society [7]

4. Новые научные результаты в области теории гиперболических функций Фибоначчи и Люка

4.1. В 2006 г., изучая так называемые «Формулы Газале», которые являются обобщением «Формул Бине», я получил новый результат в области теории гиперболических функций Фибоначчи и Люка [15]. Новые гиперболические функции, названные λ -функциями Фибоначчи и Люка

($\lambda=1,2,3,\dots$), являются обобщением подобного рода функций, описанных в статьях [3,4] и расширяют количество гиперболических функций Фибоначчи и Люка до бесконечности. Именно эти функции были положены в основу «золотой» неевклидовой геометрии [6].

4.2. Анализ англоязычной математической литературы показывает, что после публикации статьи Стахова и Розина [3] к этому направлению проявлен большой интерес в англоязычной литературе. Приведем некоторые примеры. В **WolframMathworld** появилась публикация **Fibonacci hyperbolic functions** [16] со ссылкой на статью Стахова и Ткаченко [2] как **первую в истории математики статью, посвященную гиперболическим функциям Фибоначчи и Люка**. А разве рецензия бельгийского математика Проф. **Adhemar Bultheel** на книгу [6] не является признанием приоритета Самуила Арансона и Алексея Стахова в этой научной области, затрагивающей основания современной неевклидовой геометрии?

В процессе написания настоящей заметки я неожиданно обнаружил интересную статью турецких математиков **Ayse Nur Guncan and Yesim Erbil Suleyman Demirel University, Department of Mathematics**, опубликованную в 2014 г. [8]. Статья называется **The q-Fibonacci Hyperbolic Functions**.

Abstract: In 2005 Stakhov and Rozin introduced a new class of hyperbolic functions which is called Fibonacci hyperbolic functions. In this paper, we study q-analogue of Fibonacci hyperbolic functions. These functions can be regarded as q extensions of classical hyperbolic functions. We introduce the q-analogue of classical Golden ratio as follow $\varphi_q = 1 + \sqrt{1+4q} n-2 2, n \geq 2$. Making use of this q-analogue of the Golden ratio, we defined $\sin F_q(x)$ and $\cos F_q(x)$ functions, and also investigated some properties and gave some relationships between these functions.

Аннотация. В 2005 году Стахов и Розин ввели новый класс гиперболических функций, который называется гиперболическими функциями Фибоначчи. В этой работе мы изучаем q-аналог гиперболических функций Фибоначчи. Эти функции можно рассматривать как q-расширение классических гиперболических функций. Введен q-аналог классической золотой пропорции следующим образом: $\varphi_q = 1 + \sqrt{1 + 4q} n-2 2, n \geq 2$. Используя этот q-аналог золотого отношения, мы определили $\sin F_q(x)$ и $\cos F_q(x)$, а также исследовали некоторые свойства и дали некоторые соотношения между этими функциями.

То есть, в статье подчеркивается **приоритет Стахова и Розина в открытии нового класса гиперболических функций**, так называемых «**симметричных гиперболических функций Фибоначчи и Люка**», которые являются дальнейшим развитием работы [2].

Что такое q-аналог гиперболических функций Фибоначчи? Речь идет о знаменитой статье Люка, написанной в 19-м веке. Эта статья задает так называемые ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ЛЮКА (не путать с числами Люка), с которых начинается вся теория чисел Фибоначчи.

В математике, **последовательностями Люка** называют семейство пар линейных рекуррентных последовательностей второго порядка, впервые рассмотренных Эдуардом Люка. Последовательности Люка представляют собой пары последовательностей типа $U_n(p,q)$ и $V_n(p,q)$, удовлетворяющих одному и тому же рекуррентному соотношению с коэффициентами p и q :

$$U_0(p,q)=0, U_1(p,q)=1, U_{n+2}(p,q)=p U_{n+1}(p,q) - qU_n(p,q) \\ V_0(p,q)=2, V_1(p,q)=p, V_{n+2}(p,q)=pV_{n+1}(p,q) - qV_n(p,q)$$

Так вот, если принять $p=1$, то мы получим q-аналоги чисел Фибоначчи и Люка. Для этих q-аналогов в статье [8] получены q-аналоги гиперболических функций Фибоначчи и Люка. Эти q-аналоги могут привести к расширению «золотой» неевклидовой геометрии, описанной в книге [6].

Литература

1. С.Л. Василенко, К вопросу о современной золотоносной мифологии // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.23559, 19.07.2017
<http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001f/00163360.htm>
2. Стахов А.П., Ткаченко И.С. Гиперболическая тригонометрия Фибоначчи. Доклады Академии наук Украины. 1993, том 208, с. 9-14.
3. Alexey Stakhov, Boris Rozin. On new class of hyperbolic functions. Chaos, Solitons and Fractals, 23 (2005), 379-389 <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321042.htm>
4. Стахов А.П., Розин Б.Н. «Золотые» гиперболические модели Природы // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.12616, 22.11.2005
<http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02320034.htm>
5. Стахов А.П. Новая математика для живой природы. Гиперболические функции Фибоначчи и Люка. Винница, ТИТ, 2003, 364 с.
6. Alexey Stakhov, Samuil Aranson. "The "Golden" Non-Euclidean Geometry" (World Scientific, 2016). <http://www.worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/9603>
7. Adhemar Bultheel. Review on the book The "Golden" Non-Euclidean Geometry. European Mathematical Society, 2016 <http://euro-math-soc.eu/review/%E2%80%9Cgolden%E2%80%9D-non-euclidean-geometry>
8. Ayse Nur Guncan and Yesim Erbil. The q-Fibonacci Hyperbolic Functions. Appl. Math. Inf. Sci. 8, No. 1L, 81-88 (2014) 81 <http://www.naturalspublishing.com/files/published/899h6t9c3317zl.pdf>
9. Stakhov A.P., Aranson S.Ch. "Golden" Fibonacci Goniometry, Fibonacci-Lorentz Transformations, and Hilbert's Fourth Problem // Congressus Numerantium, 193, 2008, 119-156
10. Alexey Stakhov, Samuil Aranson. Hyperbolic Fibonacci and Lucas Functions, "Golden" Fibonacci Goniometry, Bodnar's Geometry, and Hilbert's Fourth Problem —Part I. Hyperbolic Fibonacci and Lucas Functions and "Golden" Fibonacci Goniometry. Applied Mathematics, 2011, 2, 74-84
https://file.scirp.org/pdf/AM20100100019_19605174.pdf
11. Alexey Stakhov, Samuil Aranson. Hyperbolic Fibonacci and Lucas Functions, "Golden" Fibonacci Goniometry, Bodnar's Geometry, and Hilbert's Fourth Problem —Part II. A New Geometric Theory of Phyllotaxis (Bodnar's Geometry) Applied Mathematics, 2011, 3, 181-188
file.scirp.org/pdf/AM20110200002_49328093.pdf
12. Stakhov A.P., Aranson S.Ch. Hyperbolic Fibonacci and Lucas Functions, "Golden" Fibonacci Goniometry, Bodnar's Geometry, and Hilbert's Fourth Problem. Part III. An Original Solution of Hilbert's Fourth Problem. Applied Mathematics. 2011, No 4.
13. Alexey Stakhov, Samuil Aranson. Hilbert's Fourth Problem as a Possible Candidate on the MILLENNIUM PROBLEM in Geometry. British Journal of Mathematics & Computer Science, 12 (4), 1-25, 2016
14. Alexey Stakhov, Samuil Aranson. The Fine-Structure Constant as the Physical-Mathematical MILLENNIUM PROBLEM. Physical Science International Journal, 9 (1), 1-36, 2016
15. А.П. Стахов, Формулы Газале, новый класс гиперболических функций Фибоначчи и Люка и усовершенствованный метод «золотой» криптографии // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.14098, 21.12.2006 <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321063.htm>
16. Fibonacci hyperbolic functions. WolframMathworld
<http://mathworld.wolfram.com/FibonacciHyperbolicFunctions.html>
17. Последовательность Люка. Материал из Википедии, свободной энциклопедии
https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%B4%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%9B%D1%8E%D0%BA%D0%B0