В.П. Шенягин

Иррациональность и целостность чисел Фибоначчи и Люка

Цикл «Золотая теория чисел». Новое в числах Фибоначчи

Содержание

Корневые слова: золотая теория чисел, числа Фибоначчи, числа Люка, иррациональные числа, целые числа, корень из пяти, фибоначчиева часть суммы, фибоначчи-часть, люка-часть, мера, мерность, метрика.

Предисловие

Рациональность и иррациональность

Рациональность и иррациональность являются важным атрибутом математики, особенно в преобразовании числовых рядов. Например, в авторской брошюре выявлена взаимосвязь рациональной и иррациональной составляющих золотых пропорций, их понятие пополнено новым качеством, показана эквивалентность и тождественность формул, заострено внимание на особенностях и свойствах разности и суммы больших и малых золотых констант [1, 2014, 67 с.].

Иррациональные и рациональные числа Фибоначчи

Приведем ряд чисел Фибоначчи:

0; 2,23606…; 2,23606…; 4,47213…; 6,70820…; 11,18033…; 17,88854…; 29,06888…; 46,95742…; $F_{n(1)}$. (1)

Многие возразят, что это не числа Фибоначчи. Числа Фибоначчи это:

0, 1, 1, 2, 3. 5, 8, 13, 21, …, F_n. (2)

И то, и другое верно. Только общий член ряда (2) в отличие от ряда (1) надо записать символом $F_{n(\sqrt{5})}$, выделив метрику $\sqrt{5}$, т.е.

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, …, $F_{n(\sqrt{5})}$. (3)

А что же с рядом Люка? Он, ряд Люка, рационален в алгебраических суммах степеней золотых констант в единичной мере изначально:

2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, …, $L_{n(1)}$. (4)

Золотая теория чисел

О золотой теории чисел – задумке А.П. Стахова и названии, им данным, обмолвлюсь несколько позже, сославшись на личную переписку с Алексеем Петровичем.

1. Числа Фибоначчи: иррациональность в единичной мере и целостность в иррациональной мере корня из пяти

1.1. Корень из пяти как фибоначчи-часть алгебраической суммы степеней золотых констант

В работе [2, 2015] корень из пяти выражается «фибоначчиевой» частью алгебраической суммы степеней классических золотых констант, т.е. большой и малой, прямой и инверсной величин:

$$\frac{\Phi^n - (-\phi)^n}{F_n} = \sqrt{5}\,, \tag{5}$$

где F_n – числа Фибоначчи; $\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1{,}6180339\ldots$ – большая золотая константа;

$\phi = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0{,}6180339\ldots$ – малая золотая константа.

Доказательно вывода формулы, записанной в развернутом виде

$$\frac{\Phi^0 - \phi^0}{0} = \frac{\Phi^1 + \phi^1}{1} = \frac{\Phi^2 - \phi^2}{1} = \frac{\Phi^3 + \phi^3}{2} = \frac{\Phi^4 - \phi^4}{3} = \frac{\Phi^5 + \phi^5}{5} = \ldots = \frac{\Phi^n - (-\phi)^n}{F_n} = \sqrt{5} \tag{5a}$$

дано в приложении П.1.

1.2. Иррациональность и целостность чисел Фибоначчи

Формула Бине

Формулу Бине представляют в различных вариантах записи. В наиболее привычном виде она выглядит так

$$F_n = \frac{\Phi^n - (-\phi)^n}{\sqrt{5}}\,, \tag{6}$$

где $F_n = \frac{\Phi^n + \phi^n}{\sqrt{5}}$ для нечетных членов; $F_n = \frac{\Phi^n - \phi^n}{\sqrt{5}}$ для четных членов.

Сравнение авторской формулы и формулы Бине

Формула (5), полученная мной, $\sqrt{5} = \dfrac{\Phi^n - (-\phi)^n}{F_n}$, основываясь на Φ, ϕ, n, являет функцию от чисел Фибоначчи F_n в мерности 1

$$\sqrt{5} = f(F_n). \tag{7}$$

Функция (7) меняет задачу, решенную формулой Бине, на обратную.

Формула Бине (6) $F_n = \dfrac{\Phi^n - (-\phi)^n}{\sqrt{5}}$ базируется на $\Phi, \phi, \sqrt{5}$ и определяет числа Фибоначчи, зависящие от *n*. То есть формула Бине есть функция обратная (7)

$$F_n = \xi(\sqrt{5}, n). \tag{8}$$

Иррациональность чисел Фибоначчи в рациональной единичной мере и целостность в иррациональной мере корня из пяти

Формулы (5) $\dfrac{\Phi^n - (-\phi)^n}{F_n} = \sqrt{5}$ и (6) $F_n = \dfrac{\Phi^n - (-\phi)^n}{\sqrt{5}}$ позволяют оперировать с числами Фибоначчи в иррациональной метрике $\sqrt{5}$, а не только в единичной мере, например, в отличие от чисел Люка.

Составляющие формулы (5) представляют собой «фибоначчиевую» часть суммы или разности степеней золотых констант. Каждая из составляющих равна корню из пяти.

Частью алгебраических сумм, приводящих к корню из пяти, служат числа Фибоначчи – натуральные и число ноль, рациональные, традиционные.

И обратное, – натуральные числа Фибоначчи, включая число ноль, рациональные получаются из алгебраической суммы степеней золотых констант нормированием ее корнем из пяти. К аналогичному выводу пришел И.Ш. Шевелев.

Таблица 1

Иррациональные числа Фибоначчи $F_{n(1)}$ в единичной мере 1

и целые числа Фибоначчи $F_{n(\sqrt{5})}$ в иррациональной мерности $\sqrt{5}$

n	Φ^n	ϕ^n	$\Phi^n + \phi^n$	$\rightarrow$	$F_{n(1)}$	$\leftarrow$	$\Phi^n - \phi^n$	$F_{n(\sqrt{5})}$
0	1	1	2		0	$\leftarrow$	0	0
1	1,61803	0,61803	2,23606	$\rightarrow$	2,23606		1	1
2	2,61803	0,38196	3		2,23606	$\leftarrow$	2,23606	1
3	4,23606	0,23606	4,47213	$\rightarrow$	4,47213		4	2
4	6,84510	0,14589	7		6,70820	$\leftarrow$	6,70820	3
5	11,09016	0,09016	11,18033	$\rightarrow$	11,18033		11	5
6	17,94427	0,05572	18		17,88854	$\leftarrow$	17,88854	8
7	29,03444	0,03444	29,06888	$\rightarrow$	29,06888		29	13
8	46,97871	0,02128	47		46,95742	$\leftarrow$	46,95742	21

Корень из пяти в рациональной мерности иррационален. Он выражает отношение иррациональных чисел Фибоначчи в единичной мерности 1 к рациональным числам Фибоначчи в иррациональной мерности $\sqrt{5}$, являясь их иррациональной метрикой. По сути, корень из пяти есть соотношение чисел Фибоначчи с числами Фибоначчи.

То, что кажется странным, редко остается необъясненным. (Г.К. Лихтенберг).

Поясним двойственность чисел Фибоначчи на числовых примерах, памятуя, что пояснения нивелируют первое впечатление от необычного (табл. 1).

Чья-то великолепная <числовая> задумка и прекрасная реализация.

2. Числа Люка: изначальная целостность при их выражении алгебраической суммой золотых констант

2.1. Единица как люка-часть алгебраической суммы степеней золотых констант

Единица выражается люка-частью алгебраической суммы степеней золотых констант

$$\frac{\Phi^0+\phi^0}{2}=\frac{\Phi^1-\phi^1}{1}=\frac{\Phi^2+\phi^2}{3}=\frac{\Phi^3-\phi^3}{4}=\frac{\Phi^4+\phi^4}{7}=\frac{\Phi^5-\phi^5}{11}=\frac{\Phi^6+\phi^6}{18}=\ldots=\frac{\Phi^n-(-\phi)^n}{L_n}=1, \tag{9}$$

где L_n – числа Люка 2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, …, L_n (10)

Частью алгебраических сумм степеней золотых констант, в пределе дающих абсолютную единицу, являются числа Люка – целые рациональные.

Вывод формулы (9) приведен в приложении П.2.

Из (9) следует

$$L_n=\Phi^n-(-\phi)^n, \tag{11}$$

где $L_n=\Phi^n+\phi^n$ для четных членов; $L_n=\Phi^n-\phi^n$ для нечетных членов.

То есть частями суммы или разности степеней золотых констант являются натуральные целые числа Люка в их традиционном значении (10).

2.2. Целостность чисел Люка

Числа Люка получаются из алгебраической суммы нормированием ее единицей, оставаясь, как есть.

Расчеты чисел Фибоначчи и Люка на основе степеней золотых констант при единичной мерности привел, например, С.А. Ясинский.

Числа Люка, исходящие из степеней золотых констант, получены в единичной метрике, чего достаточно для их целостности и не требуют дополнительного нормирования, которое необходимо для чисел Фибоначчи с участием корня из пяти.

Но, строго говоря, числа Люка по аналогии с процессом с числами Фибоначчи, подтверждаются завершающим нормированием. Завершающей нормой является единица, на что указывает формула (9).

Таблица 2

Целые числа Люка $L_{n\,(1)}$

n	$\Phi^n + \phi^n$	$\to$	$L_{n\,(1)}$	$\leftarrow$	$\Phi^n - \phi^n$
0	2	$\to$	2		0
1	2,23606		1	$\leftarrow$	1
2	3	$\to$	3		2,23606
3	4,47213		4	$\leftarrow$	4
4	7	$\to$	7		6,70820
5	11,18033		11	$\leftarrow$	11
6	18	$\to$	18		17,88854
7	29,06888		29	$\leftarrow$	29
8	47	$\to$	47		46,95742

Двойное нормирование наглядно будет проявлено в s_2-числах золотых рядов, выраженных алгебраическими суммами степеней вторых золотых констант, и s_3-числах золотых рядов, выраженных алгебраическими суммами степеней третьих золотых констант. Об этом будет изложено в последующих публикациях.

Округление значений степеней большой классической золотой константы $\Phi^0, \Phi^1, \Phi^2, \Phi^3, \ldots$, равные соответственно 1; 1,618…; 2,618…; 4,236…; 6,854…; 11,090…; 17,944…; 29,034…; 46,978…; 76,013…, …, до целых величин порождает числа Люка (10), начиная с третьего члена ряда [3, 2004].

3. Деление на ноль

3.1. Корень из пяти как нолевая часть разности нолевых степеней золотых констант или деление ноля на ноль

Первый член ряда (5а) $\dfrac{\Phi^0 - \phi^0}{0} = \sqrt{5}$ полагает, что нолевая часть разности нолевых степеней золотых констант равна $\sqrt{5}$. Данное предположение следует воспринимать как формулу, которая системно вписывается в структуру формулы (5а). Из чего заключаем

$$\frac{\Phi^0 - \phi^0}{0} = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0} = \sqrt{5}\,.$$

Неопределенность «ноль делить на ноль» разрешилась корнем из пяти.

Формулируем утверждение. Ноль, полученный как разность нолевых степеней большой и малой классической золотой константы, делится на ноль с результатом корня из пяти

$$\frac{0}{0} = \sqrt{5}\,. \tag{12}$$

Неужели, как по Г.К. Лихтенбергу, что «эта теорема пригодна лишь для спора о ней».

То, что разность нолевых степеней большой и малой золотой константы равна нолю, сомнения не вызывает $\Phi^0 - \phi^0 = 0$.

Первый член ряда (5) полагает, что разность нолевых степеней золотых констант равна обнуленному (обноленному) $\sqrt{5}$, т.е. $\Phi^0 - \phi^0 = 0\sqrt{5}$.

Ноль в метрике корня из пяти есть ноль $\frac{0}{\sqrt{5}} = 0$.

3.2. Деление на ноль единицы и бесконечности

Напомним наше утверждение, связанное с делением на ноль [4, 2011, с.3-5] – делить на ноль нельзя, за исключением деления 1 и ∞, причем бесконечности в любой степени, т.е. утверждается, что:

– единица, деленная на ноль, обращается в бесконечность $\frac{1}{0} = \infty$;

– бесконечность в нулевой степени, деленная на ноль, есть бесконечность $\frac{\infty^0}{0} = \infty$;

– бесконечность, деленная на ноль, дает бесконечность в квадрате $\frac{\infty}{0} = \infty^2$;

– бесконечность в квадрате, деленная на ноль, есть бесконечность в кубе $\frac{\infty^2}{0} = \infty^3$; т.д.

Образуется ряд $\frac{\infty^0}{0} = \infty$, $\frac{\infty}{0} = \infty^2$, $\frac{\infty^2}{0} = \infty^3$, ..., эквивалентный последовательности

$\frac{1}{0} = \infty$, $\frac{1}{0^2} = \infty^2$, $\frac{1}{0^3} = \infty^3$, …, $\frac{1}{0^n} = \infty^n$ или $\frac{1}{0} = \infty$, $\left(\frac{1}{0}\right)^2 = \infty^2$, $\left(\frac{1}{0}\right)^3 = \infty^3$, ….

Ряд также эквивалентен системе:

$0 \cdot \infty = \infty^0 = 1$;

$0 \cdot \infty^2 = (0 \cdot \infty) \cdot \infty = 1 \cdot \infty = \infty$;

$0 \cdot \infty^3 = (0 \cdot \infty) \cdot \infty^2 = 1 \cdot \infty^2 = \infty^2$;

…;

$0 \cdot \infty^{n+1} = (0 \cdot \infty) \cdot \infty^n = 1 \cdot \infty^n = \infty^n$.

Отсюда следует:

– утверждение: ноль при умножении на бесконечность в степени снижает ее степень на одну;

– предположение: ноль есть архиватор (поглотитель) пространства $0 \cdot \infty^{n+1} = \infty^n$.

Обобщим варианты возможного деления на ноль:

$$\frac{0}{0} = \sqrt{5};\ \ \frac{1}{0} = \infty\ ;\ \ \frac{\infty^0}{0} = \infty;\ \ \frac{\infty}{0} = \infty^2;\ \ \frac{\infty^2}{0} = \infty^3;\ \ldots,\ \frac{\infty^n}{0} = \infty^{n+1}. \qquad (13)$$

Заключение

Формула $\frac{\Phi^n - (-\phi)^n}{F_n} = \sqrt{5}$:

– эквивалентна формуле Бине $F_n = \frac{\Phi^n - (-\phi)^n}{\sqrt{5}}$. Однако она меняет функциональную задачу $F_n = f(\sqrt{5}, n)$ на обратную, являя собой функцию $\sqrt{5} = \varphi(F_n)$. Это позволяет оперировать с числами Фибоначчи в иррациональной метрике $\sqrt{5}$, а не только в единичной;

– указывает на то, что прообразом целых чисел Фибоначчи F_n при рассмотрении их в поле алгебраических сумм степеней золотых констант $\Phi^n - (-\phi)^n$ служат иррациональные в единичной метрике числа Фибоначчи $F_{n_{(\sqrt{5})}} \equiv F_{n(1)}$.

Корень из пяти:

– трансформирует иррациональные значения чисел Фибоначчи в традиционные классические привычные целые числа Фибоначчи;

– примиряет однотипный механизм получения целых чисел Люка и иррациональных чисел Фибоначчи в единичной метрической системе на основе степеней золотых констант, поясняя эквивалентность целых чисел Фибоначчи в иррациональной метрической системе с базой $\sqrt{5}$;

– позиционирует как символ философского закона согласия [2].

Иррациональность и целостность чисел Фибоначчи и целостность чисел Люка:

– изложим в виде таблицы 3 «Целые числа Люка $L_{n\,(1)}$ и иррациональные числа Фибоначчи $F_{n\,(1)}$ в единичной мере 1 и аналоги целых чисел Фибоначчи $F_{n_{(\sqrt{5})}}$ в иррациональной мерности $\sqrt{5}$»

n	Φ^n	ϕ^n	$\Phi^n + \phi^n$	$\Phi^n - \phi^n$	Ряд Люка $L_{n\,(1)}$	Ряд Фибоначчи $F_{n\,(1)}$	$F_{n_{(\sqrt{5})}}$
0	1	1	2	0	2	0	0
1	1,61803	0,61803	2,23606	1	1	2,23606	1
2	2,61803	0,38196	3	2,23606	3	2,23606	1
3	4,23606	0,23606	4,47213	4	4	4,47213	2
4	6,84510	0,14589	7	6,70820	7	6,70820	3
5	11,09016	0,09016	11,18033	11	11	11,18033	5
6	17,94427	0,05572	18	17,88854	18	17,88854	8
7	29,03444	0,03444	29,06888	29	29	29,06888	13
8	46,97871	0,02128	47	46,95742	47	46,95742	21

– числа Люка целые в единичной метрике и не требуют иррациональной меры;

– числа Люка целые, числа Фибоначчи и иррациональные, и целые при их выражении алгебраической суммой степеней золотых констант при нормировании единицей и корнем из пяти;

– ряд Люка отбирает целые значения алгебраических сумм степеней золотых констант. Они в единичной метрике целыми и сохраняются;

– ряд Фибоначчи выбирает нецелые иррациональные значения степенных алгебраических сумм золотых констант. Такими они являются в единичной метрике. Переведенные в метрику корня из пяти числа ряда Фибоначчи становятся целыми числами в своих привычных значениях.

Механизм представления чисел Фибоначчи и Люка алгебраической суммой золотых констант основан на двойном нормировании – исходных степенных величин и итогового результата. Инструментарием нормирования исходных величин для чисел и Фибоначчи, и Люка является единичная мера, итогового результата для чисел Фибоначчи – иррациональная мера корня из пяти, для чисел Люка всё та же единичная мера.

Литература

1. Шенягин В.П. Рациональная и иррациональная составляющие золотых пропорций // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 18785, 14.04.2014. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321289.htm.

2. Шенягин В.П. Корень из пяти и закон согласия // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 20349, 13.03.2015. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162443.htm.

3. Шенягин В.П. Сигналы золотой пропорции / Труды Российского научно-технического общества радиотехники, электроники и связи имени А.С. Попова. Серия: Цифровая обработка сигналов и ее применение. Выпуск: VI-2. 6-я Международная конференция и выставка, 31 марта – 2 апреля 2004 г., Москва, Россия. – М.: 2004, 274 с., с. 224-231.

4. Шенягин В.П. Нуль (ноль): число, функция, образ, проявление и систематизация // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 16504, 03.05.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161828.htm.

Приложения

П.1. Вывод формулы с числами Фибоначчи

Доказательно вывода формулы (5) путем повышения степени золотых констант [1]:

$$\frac{\Phi^0-\phi^0}{0}=\frac{\Phi^1+\phi^1}{1}=\frac{\Phi^2-\phi^2}{1}=\frac{\Phi^3+\phi^3}{2}=\frac{\Phi^4-\phi^4}{3}=\frac{\Phi^5+\phi^5}{5}=\frac{\Phi^6-\phi^6}{8}=\ldots=$$

$$=\frac{\Phi^n-(-\phi)^n}{F_n}=\sqrt{5}\,.$$

1. Сумма золотой константы и ее инверсной величины равна $\sqrt{5}$

$$\Phi+\phi=\sqrt{5}\,. \tag{1.1}$$

Целая часть суммы первых степеней золотых констант равна $\sqrt{5}$

$$\frac{\Phi^1+\phi^1}{1}=\sqrt{5}\,. \tag{1.1a}$$

2. Разность квадратов большой и малой золотой константы есть $\sqrt{5}$

$$\Phi^2-\phi^2=\sqrt{5}\,. \tag{1.2}$$

Умножив обе части равенства (1.1) на единицу, причем левую часть на $1=\Phi-\phi$, получим $(\Phi+\phi)\cdot(\Phi-\phi)=\sqrt{5}\cdot 1$. Откуда следует $\Phi^2-\phi^2=\sqrt{5}$.

Целая часть разности квадратов золотых констант равна $\sqrt{5}$

$$\frac{\Phi^2-\phi^2}{1}=\sqrt{5}\,. \tag{1.2a}$$

3. Полусумма кубов большой и малой золотой константы равна $\sqrt{5}$

$$\frac{\Phi^3+\phi^3}{2}=\sqrt{5}\,. \tag{1.3}$$

Умножим левую часть равенства (1.2) на $1=\Phi-\phi$, получим повышение степени золотых констант:

$$\sqrt{5}=\left(\Phi^2-\phi^2\right)\left(\Phi-\phi\right)=\Phi^3-\Phi^2\phi-\Phi\phi^2+\phi^3=\Phi^3-\Phi\phi\left(\Phi+\phi\right)+\phi^3=\Phi^3+\phi^3-\sqrt{5}\,.$$

Или, что тоже,

$$\sqrt{5}=\left(\Phi^2-\frac{1}{\Phi^2}\right)\left(\Phi-\frac{1}{\Phi}\right)=\frac{\Phi^4-1}{\Phi^2}\cdot\frac{\Phi^2-1}{\Phi}=\frac{\Phi^6-\Phi^4-\Phi^2+1}{\Phi^3}=\Phi^3+\frac{1}{\Phi^3}-\left(\Phi+\frac{1}{\Phi}\right)=$$
$$=\Phi^3+\frac{1}{\Phi^3}-\sqrt{5}\,.$$

Откуда

$$\Phi^3+\phi^3=2\sqrt{5}\,, \tag{1.3a}$$

что соответствует (1.3).

Сумма кубов большой и малой золотой константы равна удвоенной величине $\sqrt{5}$.

4. Треть разности четвертых степеней золотых констант равна $\sqrt{5}$

$$\frac{\Phi^4-\phi^4}{3}=\sqrt{5}\,. \tag{1.4}$$

Преобразование (1.3a) дает:

$$2\sqrt{5}=\left(\Phi^3+\phi^3\right)\left(\Phi-\phi\right)=\Phi^4-\Phi^3\phi+\Phi\phi^3-\phi^4=\Phi^4-\Phi\phi\left(\Phi^2-\phi^2\right)-\phi^4=\Phi^4-\phi^4-\sqrt{5}$$

$$\Phi^4-\phi^4=3\sqrt{5}\,, \tag{1.4a}$$

что соответствует (1.4).

Разность четвертых степеней золотых констант равна утроенному $\sqrt{5}$.

5. Пятая часть суммы пятых степеней золотых констант равна $\sqrt{5}$

$$\frac{\Phi^5+\phi^5}{5}=\sqrt{5}\,. \tag{1.5}$$

Из (1.4а) следует:

$$3\sqrt{5}=\left(\Phi^4-\phi^4\right)\left(\Phi-\phi\right)=\Phi^5-\Phi^4\phi-\Phi\phi^4+\phi^5=\Phi^5-\Phi\phi\left(\Phi^3+\phi^3\right)+\phi^5=\Phi^5+\phi^5-2\sqrt{5}$$

$$\Phi^5+\phi^5=5\sqrt{5}\,, \tag{1.5а}$$

соответствуя (1.5).

Сумма пятых степеней золотых констант равна упятеренному $\sqrt{5}$.

Равенство (1.5) обращает внимание наличием в нем, кроме большой и малой золотой константы, лишь пятерок $\frac{\Phi^5+\phi^5}{5}=\sqrt{5}$.

6. Восьмая часть разности шестых степеней золотых констант равна $\sqrt{5}$

$$\frac{\Phi^6-\phi^6}{8}=\sqrt{5}\,. \tag{1.6}$$

Преобразование (1.5а) приводит к виду:

$$5\sqrt{5}=\left(\Phi^5+\phi^5\right)\left(\Phi-\phi\right)=\Phi^6-\Phi^5\phi+\Phi\phi^5-\phi^6=\Phi^6-\Phi\phi\left(\Phi^4-\phi^4\right)-\phi^6=\Phi^6-\phi^6-3\sqrt{5}$$

$$\Phi^6-\phi^6=8\sqrt{5}\,, \tag{1.6а}$$

что соответствует (1.6).

Разность шестых степеней золотых констант равна увосьмеренному $\sqrt{5}$.

А что же с нулевым членом ряда и нулевой степенью золотых констант?

Нулевая часть разности нулевых степеней золотых констант равна $\sqrt{5}$

$$\frac{\Phi^0-\phi^0}{0}=\sqrt{5}\,. \tag{1.7)=(1.0}$$

Предположение (1.7), которое следует воспринимать как формулу (1.0), системно вписывается в структуру формулы (5а).

Разность нулевых степеней золотых констант равна обнуленному $\sqrt{5}$

$$\Phi^0-\phi^0=0\sqrt{5}\,. \tag{1.7а)=(1.0а}$$

Общий член ряда (5) выводится аналогично либо доказывается методом математической индукции.

В результате корень из пяти определяется (определяет себя) фибоначчивой частью F_n алгебраических сумм степеней классических золотых констант формулой в различных видах записи:

– на основе большой Φ и малой золотой константы ϕ

$$\frac{\Phi^0-\phi^0}{0}=\frac{\Phi^1+\phi^1}{1}=\frac{\Phi^2-\phi^2}{1}=\frac{\Phi^3+\phi^3}{2}=\frac{\Phi^4-\phi^4}{3}=\frac{\Phi^5+\phi^5}{5}=\frac{\Phi^6-\phi^6}{8}=\ldots=$$

$$=\frac{\Phi^n-(-\phi)^n}{F_n}=\sqrt{5}\text{, здесь числа Фибоначчи } F_n=\frac{\Phi^n-(-\phi)^n}{\Phi+\phi};$$

– только на основе большой золотой константы

$$\frac{\Phi^0+\frac{1}{\Phi^0}}{0}=\frac{\Phi^1+\frac{1}{\Phi^1}}{1}=\frac{\Phi^2-\frac{1}{\Phi^2}}{1}=\frac{\Phi^3+\frac{1}{\Phi^3}}{2}=\frac{\Phi^4-\frac{1}{\Phi^4}}{3}=\frac{\Phi^5+\frac{1}{\Phi^5}}{5}=\frac{\Phi^6-\frac{1}{\Phi^6}}{8}=\ldots=$$

$$=\frac{\Phi^n-\frac{1}{(-\Phi)^n}}{F_n}=\sqrt{5}\text{, где числа Фибоначчи } F_n=\frac{\Phi^n-\frac{1}{(-\Phi)^n}}{\Phi+\frac{1}{\Phi}};$$

– только на основе большой золотой константы в симметричном виде

$$\frac{\Phi^0-\Phi^{-0}}{0}=\frac{\Phi^1+\Phi^{-1}}{1}=\frac{\Phi^2-\Phi^{-2}}{1}=\frac{\Phi^3+\Phi^{-3}}{2}=\frac{\Phi^4-\Phi^{-4}}{3}=\frac{\Phi^5+\Phi^{-5}}{5}=\frac{\Phi^6-\Phi^{-6}}{8}=\ldots=$$

$$=\frac{\Phi^n-(-\Phi)^{-n}}{F_n}=\sqrt{5}\text{, где числа Фибоначчи } F_n=\frac{\Phi^n-(-\Phi)^{-n}}{\Phi-(-\Phi)^{-1}}.$$

П.2. Вывод формулы с числами Люка

Доказательно вывода формулы (9)

$$\frac{\Phi^0+\phi^0}{2}=\frac{\Phi^1-\phi^1}{1}=\frac{\Phi^2+\phi^2}{3}=\frac{\Phi^3-\phi^3}{4}=\frac{\Phi^4+\phi^4}{7}=\frac{\Phi^5-\phi^5}{11}=\frac{\Phi^6+\phi^6}{18}=\ldots=\frac{\Phi^n-(-\phi)^n}{L_n}=1,$$

где L_n – числа Люка 2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, …, L_n.

0. Сумма нулевых степеней золотой константы и ее инверсной величины равна двум

$$\Phi^0+\phi^0=2. \tag{2.0a}$$

Полусумма нулевых степеней золотых констант равна единице.

$$\frac{\Phi^0+\phi^0}{2}=1. \tag{2.0}$$

1. Разность большой и малой золотых констант равна единице

$$\Phi-\phi=1. \tag{2.1a}$$

Целая часть разности первых степеней золотых констант равна единице

$$\frac{\Phi^1-\phi^1}{1}=1. \tag{2.1}$$

2. Треть суммы квадратов золотых констант равна единице

$$\frac{\Phi^2+\phi^2}{3}=1. \tag{2.2}$$

Умножив обе части равенства (2.1а) на $\Phi - \phi = 1$, получим $(\Phi - \phi)^2 = \Phi - \phi$. Откуда следует $\Phi^2 - 2\phi\Phi + \phi^2 = 1$;

$$\Phi^2 + \phi^2 = 3, \tag{2.2a}$$

что соответствует (2.2).

Сумма квадратов золотых констант равна трем.

3. Четверть разности кубов золотых констант равна единице

$$\frac{\Phi^3 - \phi^3}{4} = 1. \tag{2.3}$$

Умножив обе части равенства (2.2а) на $\Phi - \phi = 1$, получим $(\Phi^2 + \phi^2)(\Phi - \phi) = 3$. Откуда следует $\Phi^3 - \phi\Phi^2 + \phi^2\Phi - \phi^3 = \Phi^3 - \phi^3 - \phi\Phi(\Phi - \phi) = \Phi^3 - \phi^3 - 1 = 3$ и далее

$$\Phi^3 - \phi^3 = 4, \tag{2.3a}$$

соответствуя (2.3).

Разность кубов золотых констант равна четырем.

4. Седьмая часть суммы четвертых степеней золотых констант равна единице

$$\frac{\Phi^4 + \phi^4}{7} = 1. \tag{2.4}$$

Умножив обе части равенства (2.3а) на $\Phi - \phi = 1$, получим $(\Phi^3 - \phi^3)(\Phi - \phi) = 4$. Откуда следует $\Phi^4 - \phi\Phi^3 - \phi^3\Phi + \phi^4 = \Phi^4 + \phi^4 - \phi\Phi(\Phi^2 + \phi^2) = \Phi^4 + \phi^4 - 3 = 4$;

$$\Phi^4 + \phi^4 = 7. \tag{2.4a}$$

Сумма четвертых степеней золотых констант равна семи.

5. Одиннадцатая часть разности пятых степеней золотых констант равна единице

$$\frac{\Phi^5 - \phi^5}{11} = 1. \tag{2.5}$$

Умножив обе части равенства (2.4а) на $\Phi - \phi = 1$, получим $(\Phi^4 + \phi^4)(\Phi - \phi) = 7$. Откуда следует $\Phi^5 - \phi\Phi^4 + \phi^4\Phi - \phi^5 = \Phi^5 - \phi^5 - \phi\Phi(\Phi^3 - \phi^3) = \Phi^5 - \phi^5 - 4 = 7$;

$$\Phi^5 - \phi^5 = 11. \tag{2.5a}$$

Разность пятых степеней золотых констант равна одиннадцати.

И так далее.