С.Л. Василенко

Главная тайна золотой пропорции

Никогда не знаешь,
Где найдёшь, а где потеряешь.

«Деление отрезка на две неравные части в золотой пропорции настолько удивительно, что постоянно будоражит человеческие умы.

Время меняет восприятие этой знаменитой задачи, но всегда остается одно, – её решение неизменно удивляет людей своей неисчерпаемостью...

До последнего времени казалось, что прошли времена, когда в золотой пропорции можно обнаружить что-либо новое или обнаружить её в какой-либо геометрической фигуре.

За века всё обследовано самым тщательным образом.

И всё же, как выясняется, вопрос оказывается не исчерпанным».

Так пишет Виктор Белянин [1] – наш соавтор по другим работам, – об открытии последних таинств, окружающих вуалью этот замечательный математический образ – золотую пропорцию (ЗП).

Похожие мысли в значительной мере подходят к нашему случаю.

Но всё по порядку...

Истоки. В своём творчестве мы всегда старались придерживаться безошибочного принципа: исходная идея не менее важна, чем её расширение или развитие.

Человек живёт не в вакууме. Окружающее пространство пропитано мириадами невидимых информационных нитей. Только успевай ловить и впитывать...

И если кто-то подсказал-навеял свежую идею, то данный факт желательно отразить.

Хотя бы ради исторической справедливости.

Это нормально. Называется научной преемственностью. Высоко ценится и дорого стоит.

Вот, например, довольно характерный случай...

Мы всегда с интересом наблюдали за исследованиями А.Ф. Черняева. Его книги отличаются оригинальным мышлением, широтой затрагиваемой проблематики, запоминающимися образами. Неординарными выводами и неожиданным взглядом на привычные вещи.

Встречаются, конечно, спорные суждения. Что, впрочем, типично для любого исследователя, и тем более большого мастера.

Например, его "сердитая реплика" [2] сначала нас даже озадачила.

Она небольшая. Можно сказать тезисная.

Но вскрывает-затрагивает сразу несколько характерных осмыслений в разных необычных ракурсах.

За что нам и нравится его творчество.

Текст содержит элементы замечаний и возражений, а потому полностью подходит под классическое понятие реплики.

При этом "сердитый", а где-то и дидактический тон-эпитет ещё больше усиливает правомочность использования данной терминологии.

Хотя если присмотреться поближе, то она вовсе не сердитая.

Можно даже сказать "бело-пушистая". В целом с позитивно-заряженной энергетикой.

Весьма неожиданно выглядят и наставления-нравоучения.

Мы благодарны Черняеву за оказанное нам внимание.

Было бы и вовсе замечательно, если обошлось без явных ошибок, тем более в пустяшных вопросах.

Что толку, если на белое сказать чёрное, либо наоборот?

Полемика порождает новые идеи. Действительно, в реплике А.Черняева есть неточности. О них следует сказать отдельно, хотя бы кратко. Во-первых, они весьма характерны для многих авторов.

Кроме того, более понятными станут истоки нашей работы.

√ С его слов, мы якобы «попросту не заметили формулировку золотой пропорции» [2] в цитате Никомаха Геразского «*Как большее относится к среднему, так и среднее к меньшему*». Однако, в конце предложения древнегреческий учёный добавлял: «и каждый раз не в одном и том же отношении, но в следующем по порядку» [3, с. 44].

Речь шла о квадратных $s_n = n^2$ и прямоугольных числах $p_n = n(n+1)$ [4], которые взаимосвязаны известной замечательной пропорцией: $s_{n+1}/p_n = p_n/s_n \Rightarrow s_{n+1} \cdot s_n = p_n^2$.

Она не имеет абсолютно никакого отношения к золотой пропорции!

Причём отношение чисел в пределе стремится к единице! – Тут визави в своих комментариях неточен.

√ Учёный из Серпухова П. Сергиенко, с его слов, будто бы не заметил как «потерял целое» в формулировке «диагональ прямоугольника численно так относится к его большей стороне, как большая сторона – к меньшей стороне». – Хотя на наш взгляд, Пётр Сергиенко не столько потерял целое, сколько нашёл новое качество-звучание целого, что ст*о*ит и ценится гораздо больше. Подробнее об этом сказано ниже.

Подводя итоги краткой полемике, отметим, что своим ненавязчиво критическим слогом А. Черняев де-факто, что называется, расшевелил-подзадорил.

Сначала он подтолкнул нас к внутреннему противодействию, потом подвёл к самоанализу и затем продуцированию-развитию предмета исследований, который попал в поле зрения замечаний.

Отсюда теперь поподробнее...

Классика. В "золотой" проблематике до сих пор «неясно, что главнее – точка, делящая отрезок в "крайнем и среднем отношении", или отношение трех чисел, одно из которых является суммой двух других» [5].

Принято считать, что классическая запись золотой пропорции имеет вид $\frac{a+b}{b} = \frac{b}{a}$, где a и b – некоторые величины: числа, отрезки и др.

Обычно принимается, что целое c равно сумме частей $c = a + b$, и без потери общности целое полагается равным единице $c = 1$.

Очень удобный математический приём.

Решение пропорции относительно отношения b/a приводит к положительному значению корня $\Phi = \frac{b}{a} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618$.

Это безразмерная величина.

Она не делит отрезок на две части, а отмечает количественное отношение долей.

Для решения задачи с получением размерного (физически, геометрически) "золотого" числа нужно перейти к адекватной записи пропорции $\frac{1}{b} = \frac{b}{1-b}$ или квадратному уравнению $b^2 + b - 1 = 0$ относительно большей части единичного отрезка с корнем $b = \Phi^{-1} \approx 0{,}618$.

Решение золотой пропорции уникально и единственно.

Задачу о делении отрезка в крайнем и среднем отношении иногда пытаются формализовать в обобщенной форме: $\left(\frac{1}{b}\right)^p = \frac{b}{a}$.

Сами по себе сечения единичного отрезка в данном случае, конечно, образуются.

Однако получаемые при решении числа уже не имеют абсолютно никакого отношения к золотой пропорции, не образуют и не могут обусловливать получение «обобщенных золотых пропорций».

Между этими числами и константой золотой пропорция лежит непреодолимая пропасть. И нет никакой реально ощутимой связи.

Обсуждение подобных взглядов хорошо описано в книге А.Черняева [6, с. 223–226].

Подход П. Сергиенко. Пётр Сергиенко рассматривает проблематику золотой пропорции главным образом в геометрическом ракурсе под девизом Платона «Геометрия есть познание всего сущего». И надо сказать, это приносит свои плоды.

В частности, вполне разумной выглядит его критика отдельных авторов, которые пытаются геометрически вырисовать безразмерную константу Ф.

Хотя, конечно, численно её можно представить как сумму целого и большего отрезка $\Phi = 1 + b$.

В общей философии "золотой" темы более важным представляется следующий вопрос: нужно ли непременное присутствие целого в формулировании золотой пропорции? – Большинство отвечают да. Но, оказывается, вовсе не обязательно. – В смысле обычного арифметического суммирования $a + b = c$.

В частности, это прекрасно продемонстрировано в работе [7] через триаду сторон прямоугольного треугольника особого вида:

$$x = \frac{c}{b} = \frac{b}{a}, \quad a^2 + b^2 = c^2 \quad \Rightarrow \quad a + b > c, \quad x^2 = \Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Действительно $\dfrac{a^2 + b^2}{b^2} = \dfrac{b^2}{a^2} \;\Rightarrow\; \dfrac{1 + x^2}{x^2} = \dfrac{x^2}{1}, \quad x^2 = \dfrac{b^2}{a^2} = \Phi > 0$.

По сути, автор показал, что константа золотой пропорции Ф в своей интерпретации вовсе не обязательно содержит понятие привычного арифметического "целого".

Возможно, это его главное достижение, не считая триалектику.

Стиль изложения П. Сергиенко результатов своих исследований имеет, конечно, некоторые изъяны, есть неточности и некоторая смешанность понятий. [8]

Вот и приведенную нами форму не просто "выудить" из его работы.

Но, тем не менее, она есть!

И это его достижение!

В определённом смысле с ним корреспондируется работа другого автора [9], который на доказательной базе приходит к выводу, что золотое сечение является частным случаем знаменитой теоремы Пифагора, и нет оснований для его мистификации.

Мол, взяли гипотенузу, добавили два катета прямоугольного треугольника, вспомнили теорему Пифагора и получили совсем не частный случай, а новую самостоятельную сущность ЗС.

Можно конечно, рассуждать о некотором выражении целостности, определяемой не через линейную сумму $a + b = c$, а посредством теоремы Пифагора $a^2 + b^2 = c^2$.

Но даже в этом случае мы выходим за рамки понятий, существующих доныне.

Вместе с тем некорректно говорить о том, что золотая пропорция является следствием теоремы Пифагора.

Золотая пропорция может использовать в своём проявлении теорему Пифагора. Однако не сводится к ней.

Завершающая модель образуется лишь в симбиозе пропорции и теоремы.

Два неизвестных, два условия.

Именно при таких условиях задача становится однозначно разрешимой

Предельное обобщение. После такой проведенной "артподготовки", мы практически свободно выходим на просторы универсального и поистине настоящего обобщения.

В самом деле, вполне естественным выглядит развитие понятия золотой пропорции, по-прежнему приводящей к константе Φ.

Как говорили древнеиндийские математики, смотри:

$$x = \frac{c}{b} = \frac{b}{a}, \qquad c^n = a^n + b^n \quad \Rightarrow \quad x^n = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \Phi. \tag{1}$$

Действительно

$$\frac{a^n + b^n}{b^n} = \frac{b^n}{a^n} \quad \Rightarrow \quad \frac{1 + x^n}{x^n} = \frac{x^n}{1}, \qquad x^n = \frac{b^n}{a^n} = \Phi > 0,$$

где n – целое число (отрицательное, положительное и $\sim$ ноль), но в общем формализованном случае может быть любым вещественным числом.

Всё достаточно просто. Наглядно. В высшей мере красиво.

Более того, перед нами совершенно новое прочтение золотой пропорции.

В привычной интерпретации золотого сечения целое равно арифметической или геометрической сумме своих частей.

В философии мы привыкли рассуждать по Аристотелю: целое больше, чем сумма его частей. То есть, целое приобретает новые интеграционные свойства за счёт взаимодействия частей, и организации связей между ними.

Целое, как правило, предполагает новое качество.

Но с ростом степенного показателя (размерности) $n \geq 2$ теперь всё наоборот: **сумма частей больше целого** (табл. 1**).**

Это не какое-то обособленное исключение. Но норма. Правило.

На первый взгляд, выглядит необычно и даже парадоксально.

Хотя всё действительно так.

Собственно уже на уровне прямоугольного треугольника Сергиенко–Бакунинского хорошо видно, как спадает пелена фантастики.

Таблица 1

Равновесная динамика целого и его частей в зависимости от степени n

n	a	b	$a + b$	Соотношение целого и суммы его частей
0,5	$\phi^4 \approx 0{,}146$	$\phi^2 \approx 0{,}382$	0,528	Ц > Σч
1	$\phi^2 \approx 0{,}382$	$\phi \approx 0{,}618$	1	Ц = Σч
2	$\phi \approx 0{,}618$	$\sqrt{\phi} \approx 0{,}786$	1,404	Ц < Σч
∞	1	1	2	
–0,5	$\Phi^4 \approx 6{,}854$	$\Phi^2 \approx 2{,}618$	9,472	
–1	$\Phi^2 \approx 2{,}618$	$\Phi \approx 1{,}618$	4,236	
–2	$\Phi \approx 1{,}618$	$\sqrt{\Phi} \approx 1{,}272$	2,890	
$-\infty$	1	1	2	
$n \to 0$	0	0	0	Целое неделимо

Таким образом, имеют место самые разные ситуации в соотношении целого и его составных частей, в частности:

$n \to 0$, $a = b = 0$ – целое не содержит частей, оно неделимо;

$0 < n < 1$, $c > a + b$ – целое больше суммы частей;

$n = 1$, $c = a + b$ – целое равно сумме частей;

$n > 1$, $n < 0$, $c < a + b$ – целое меньше суммы частей;

$n = \pm\infty$, $c = a = b$ – целое равно каждой из частей (равносторонний треугольник).

Если оперировать треугольниками, то просматривается такая аналогия:

$n = 1$ – золотое сечение отрезка или "сложившегося" треугольника с нулевыми острыми углами;

$n = 2$ – прямоугольный треугольник;

$n \to \infty$ – равносторонний треугольник.

То есть, при $n \to \infty$ целое делится на две части так, что становится равным своим частям $a = b = c$.

Кажется невероятным, но это так.

Равносторонний треугольник – предельная модель золотой пропорции.

Многомерная геометрия. Степень n числа a геометрически образует n-мерный гиперкуб с ребром a.

В общем случае золотая пропорция для целочисленных или натуральных значений $n \geq 1$ интерпретируется следующим образом:

сумма объёмов *n*-мерных гиперкубов так относится к одному из них, как он к другому.

Одномерный гиперкуб ($n = 1$) обращается в линейный отрезок, и задача превращается в традиционно-классическое золотое сечение.

Двумерный гиперкуб ($n = 2$) транспонируется в квадрат, и задача сводится к золотой пропорции на основе теоремы Пифагора с соотношением сторон $1 : \sqrt{\phi} : \phi$, где $\phi = \Phi^{-1}$.

Трёхмерный гиперкуб или обычный куб приводит к золотой пропорции с соотношением сторон $1 : \phi^{1/3} : \phi^{2/3}$. И так далее.

Таким образом, привычная уже два тысячелетия задача ЗС предстала в новом обличии.

Составляющие части в виде линейных метрических отрезков заменяются объёмами n-мерных гиперкубов.

Только теперь цельный объект не равен сумме своих частей.

То есть отношение объёмов b^n / a^n равно золотой константе. Однако сумма образующих сторон $a + b$ не равна образующей стороне (ребру куба) суммы c.

Сумма рёбер двух кубов не равна ребру куба (составленного) их суммы.

А как же теперь золотое сечение? – Получается, в общем виде нельзя говорить о ставшем уже привычном сечении, пусть даже золотом.

То есть ЗС – не основа золотоносной тематики. Всего лишь частный случай.

Такое неожиданное понимание выводит нас на новые неизведанные рубежи в познании роли золотой пропорции (ЗП) в мироздании.

Получаем совершенно особое, ни на что не похожее определение "золотого" отношения.

То есть не ЗС определяет класс построения пропорций, а наоборот большое множество под общей эгидой золотой пропорции даёт ЗС как отдельный линейный случай.

Золотое сечение и золотая пропорция онтологически де-факто совпадают лишь в варианте на отрезке прямой, когда целое равно сумме своих двух частей.

Во всех других случаях пропорция – первична, сечение – вторично.

Поэтому правильнее следует говорить не о константе ЗС, а о константе (числе) золотой пропорции.

Получается, что традиционная форма соотношения «Целого–Большего–Меньшего» по схеме Ц/Б = Б/М – не есть абсолютно единственное определение.

Золотое число Ф можно рассматривать и вне понятия традиционного целого.

Вероятнее всего, именно вне целого оно приобретает свой истинный смысл!

Отсюда берут начало и квазикристаллы, как промежуточные формы с их осью симметрии пятого порядка, невозможной в трёхмерной периодической решётке.

Отсюда и снежинки – снежные кристаллы, обычно в форме 6-лучевых звёздочек или шестиугольных пластинок, как идеальных пространственных форм с базовой подосновой в виде правильных треугольников – предельных проявлений золотой пропорции. На основе шестиугольных или равносторонних треугольных решёток.

«Снежинки, как и кристаллы льда, имеют ось симметрии шестого порядка. То есть каждая из них при повороте на 60^{o} вокруг оси, перпендикулярной её плоскости, совмещается сама с собой» [10].

Видимо, именно поэтому живые системы, содержащие явные признаки золотого сечения, при всём их кажущемся совершенстве, на самом деле весьма и весьма слабоустойчивы. Как некие переходные формы по пути к идеальным гексагональным конструкциям. Что в плоскости, что в пространстве.

От золотого отношения к математическим началам гармонии. Обращаясь к анализируемой работе П.Сергиенко [7], неожиданно было задействовано несообразное в математике образование «математика гармонии» [11]: «Я полностью согласен, что в современной науке параллельно развиваются 2 проекта "Математики гармонии" – русский проект П.Я. Сергиенко и проект Международного клуба ЗС».

Между тем, П. Сергиенко говорит о более возвышенном предмете исследований [7] – «философском и математическом переосмыслении онтологических и *математических начал предустановленной гармонии мира*».

Согласитесь, это далеко не одно и то же. Плюс абсолютно корректная формулировка: «математические начала... гармонии»! – Звучит как музыка в исполнении композитора М. Марутаева с его абсолютной терминологической строгостью [12].

Сумма частей не равна целому. – Как мы увидели, в интерпретации золотой пропорции целое и его части может претерпевать самые разнообразные и невообразимые сочетания.

Данная форма не является выдуманной на ровном месте.

Её проявления всё чаще и чаще замечаются в окружающем нас мире. В мире физически наблюдаемых и математически абстрагированных проявлений.

а) ***"Дефект масс"*** связан распадом атомных ядер. Согласно экспериментам изначальная масса ядра всегда меньше суммы масс его составляющих. Например, масса ядра гелия (альфа-частицы) меньше суммы масс двух протонов и двух нейтронов.

То есть на уровне ядра часть меньше целого, но целое меньше суммы частей.

На субъядерном уровне часть может быть больше целого, но целое равно сумме частей (адроны – кварки).

Другими словами, категория "часть/целое" в микросфере бытия и познания не является осмысленной в нашем привычном обыденном восприятии.

б) ***Тектология*.** А. Богданов понимал организацию как такое целое, которое не сводится к простой арифметической сумме составляющих его элементов.

Он представлял её как целое, которое больше или меньше суммы своих частей:

– *организованные комплексы,* Ц. практически > простой ∑Ч [13, с. 114];

– *дезорганизованные комплексы*, Ц. практически < простой ∑Ч [13, с. 120].

Дезорганизация – 1) *целое*, которое практически меньше суммы своих частей; 2) внутрисистемное «уменьшение практической суммы активностей самим способом их сочетания», когда отдельная часть их становится сопротивлениями для некоторой другой части. Поскольку все процессы в мире организационные, то внутрисистемный дезорганизующий процесс – это результат более мощного, внешнего относительно *системы* организационного процесса [13, с. 161].

Дезорганизованность – результат столкновения разных организационных процессов, когда одна система организует себя за счет активностей другой системы, тем самым разрушая ее организованность [13, с. 70–71].

Дезорганизованный комплекс – комплекс, по способу своей организации представляющий собой Ц < ∑Ч [13, с. 114]. Так, в системе из двух сотрудников их «общая рабочая сила» может оказаться «меньше суммы их отдельных рабочих сил», если «два работника не помогают, а мешают друг другу» [13, с. 120].

Действительно, пусть специалисты делают работу вместе, взаимодействуют.

Но процесс осложняется амбициями, взаимонепониманием, уходом от основной темы работы, конфликтами, повторами. В результате работа затягивается. Одни и те же вещи переделываются много раз.

Вся работа оказывается выполненной с отметкой: не выше удовлетворительно.

В этом случае результат меньше суммы составных частей.

То есть в неорганизованных и слабо организованных комплексах целое меньше суммы своих частей.

в) ***Синергетика*** открывает новые принципы суперпозиции, сборки сложного целого из частей, построения сложных развивающихся структур из простых составляющих.

Объединение структур не сводится к их простому сложению.

Целое уже не равно сумме частей. Оно не больше и не меньше суммы частей.

Оно качественно иное. Появляется и <u>новый принцип согласования частей в целом</u>: установление общего темпа развития частей, входящих в целое.

г) ***Математика.*** Сомнительность универсальности принципа "часть меньше целого" исторически первой, пожалуй, наблюдалась в области математики.

Например, с точки зрения привычного сознания *чётных* чисел в натуральном ряде должно быть вдвое меньше, чем *всех* чисел.

Ибо они составляют, как бы только половину ряда.

Но это не так.

На самом деле буквально каждому числу ряда можно сопоставить своё чётное число.

Получается, что чётных чисел в натуральном ряду столько же, сколько и всех натуральных чисел.

Мощности множеств чётных и натуральных чисел равны.

То есть часть равна целому!

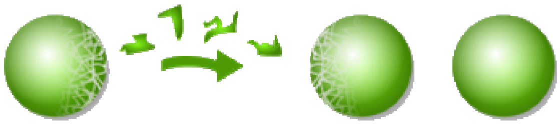
Точно так же и с нечётными числами.

Весь фокус таится в бесконечности. Как бы мы её не называли: абсолютной, относительной, дурной и т.д.

Нечто похожее наблюдается и с другими числами.

Совершенное – натуральное число равное сумме всех своих собственных делителей, отличных от самого числа. По мере роста натуральных чисел совершенные числа встречаются всё реже: 6, 28, 496, 8128, 33550336, 8589869056, 137438691328, 2305843008139952128... – По пифагорейской философии *сумма частей равна целому*.

Избыточное – натуральное число n, сумма делителей которого, отличных от n, превышает n: 12, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 42, 48, 54, 56, 60. – *Сумма частей больше целого*.



Хорошо известен парадокс Банаха–Тарского или парадокс удвоения шара[1]. Теорема в теории множеств утверждает, что трёхмерный шар равносоставлен двум своим копиям.

Напомним, два подмножества евклидова пространства называются *равносоставленными*, если одно можно разбить на конечное число частей, передвинуть их и составить из них второе.

При этом для удвоения шара достаточно *пяти частей*, но четырёх недостаточно.

Пятёрка всегда навевает "золотые" мысли.

Именно из неё произрастают золотоносные свойства.

Невольно закрадывается мысль, а не "замешана" ли в удвоении шаров каким-то образом золотая пропорция? – Во всяком случае, подобное проявление весьма возможно при соответствующем подборе степени n в нашей новой модели (1).

д) ***Фракталы***, как сравнительно новое понятие математики и синергетики, внесли дополнительные сомнения в универсальность дуальных понятий "часть–целое".

Фракталы выходят за рамки традиционных форм, связанных с границами и размерами, соотнесения взаимосвязей "непрерывное – дискретное" и т.п.

В случае применения фрактальной концепции методология "сборки" целого из частей сильно меняется. Части не очевидны, границы не видны. Для сборки целого его частей недостаточно. Точнее, частей бесконечно много. Они бескрайне завязаны в иерархии, перепутаны, наложены друг на друга. Традиционная методология, идущая по пути «часть–граница–целое» не приводит к сборке целого, а разрушает познание многочисленными усложнениями и ограничениями [14].

Таким образом, отношения "часть–целое" имеют разнообразный характер. И они не сводятся только к механистическим связям, которые являются лишь частным случаем.

Ещё раз к дилемме Черняева «негатив – позитив». Генерирующая способность критики в синтезе новых структур в данном случае налицо. Даже если А.Черняев неверно интерпретировал или нечётко расставил приоритеты.

Имея определённые способности философских обобщений, он сумел разглядеть нечто. Будто по дороге своих исследований один автор впопыхах потерял целое, а другой – потерял золотую пропорцию.

Хотя на деле всё оказывается с вероятностью "до наоборот".

П.Сергиенко умышленно ушёл от привычного деления линейного отрезка на две части, переключившись на другой геометрический объект – треугольник.

В результате задача существенно расширилась, преобразилась и наполнилась оригинальным содержанием.

Василенко–Сергиенко не то что потеряли, как скоропалительно заявляет визави, а наоборот премного нашли.

Не случайно ведь и у Евклида фигурируют два подхода в формировании ЗС.

Античные учёные подходили к осмыслению феномена ЗС с разных сторон: от пропорции, либо от рассечения отрезка прямой.

Теперь и наша работа [15] приобретает новый дополнительный смысл (рис. 1) с оригинальными толкованиями.

Задавая точку на резольвенте и соединяя ее с началом координат и точкой $B(1,0)$, получаем неограниченное множество гармонических треугольников, в том числе:

[1] http://ru.wikipedia.org/?oldid=39893609.

Δ AC$_1$B – классическое золотое сечение единичного отрезка;

Δ AC$_3$B – прямоугольный треугольник, соответствующий второй степени $n = 2$;

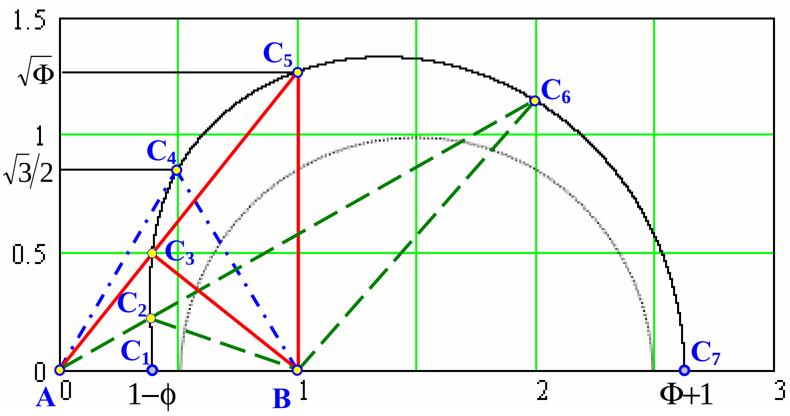
Δ AC$_4$B – равносторонний треугольник при $n \to \pm\infty$;

Δ AC$_5$B – прямоугольный треугольник для отрицательной второй степени $n = -2$.

В таком контексте можно абсолютно спокойно и вполне заслуженно выразить признательность А.Черняеву за его акцент на феномен ЗС.

И пусть он его представил и перевернул, образно говоря, «с ног на голову». Теперь это уже не важно...

Главное, что целое иногда действительно полезно терять. И тогда в его поисках могут открываться совершенно невероятные перспективы в обретении новых знаний.



$$a^2 = x^2 + y^2,$$

$$b^2 = (1-x)^2 + y^2,$$

$$a = b^2$$

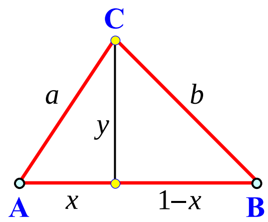


Рис. 1. Резольвента C$_1$...C$_7$ гармонических треугольников AC$_i$B

Как там? – Растеряхи "посеяли" золотое сечение [2]. Ну, и ладно. Пусть будет так, даже если это не так[2].

Никуда оно от нас не делось.

Зато приумножилось бесконечным множеством вариантов истинно золотой пропорции.

Так что критикуйте нас и дальше. Как того не возбраняет преемственность в передаче информации и научная этика отношений.

Способствуйте тем самым становлению более основательного, надёжного и доказательного поля-пространства общей копилки знаний.

Литература:

1. *Белянин В.С.* Таинство чисел золотой пропорции. 1. Тонкая структура // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 28.03.2011. – http://www.artmatlab.ru/articles.php?id=18&sm=2.

2. *Черняев А.Ф.* "Сердитая" реплика // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17054, 03.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322060.htm.

3. *Никомах Герасский*. Введение в арифметику. – Новосибирск: АНТ, 2006. – http://www.nsu.ru/classics/bibliotheca/Nicomachus_Arythm.pdf.

4. *Василенко С.Л.* Гармоничное структурирование во внешней среде // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16198, 05.12.2010. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0202/010a/02021140.htm; http://andrejnikitin.narod.ru/Vas1.htm.

[2] Да, будет свет, – сказал монтёр и перерезал провода.

5. *Черепанов О.* Фактология "золотой" пропорции: свежие дополнения // Академия Тринитаризма. – М., Эл № 77-6567, публ.17139, 23.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322099.htm.

6. *Черняев А.Ф.* Основы русской геометрии. – М., 2004. – 413 с. // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17048, 02.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321237.htm.

7. *Сергиенко П.Я.* Гармоничные ("золотые") прямоугольные системы координат двухмерного пространства // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16992, 17.11.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322033.htm.

8. *Василенко С.Л.* О перспективах синтеза "порождающей модели гармонии всего" // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 06.08.2011. – http://www.artmatlab.ru/articles.php?id=34&sm=2.

9. *Бакунинский А.* Математика гармонии: позолоченные сечения. – 23.04.2008. – http://www.a3d.ru/architecture/stat/219/. // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16939, 05.11.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322020.htm.

10. *Белянин В.С.* Зимнее восхождение к радости // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 15.12.2011. – http://www.artmatlab.ru/articles.php?id=60&sm=2.

11. *Стахов А.П.* Реплика на статью П.Я. Сергиенко «Гармоничные ("золотые") прямоугольные системы координат двухмерного пространства» // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17001, 19.11.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322037.htm.

12. *Марутаев М.А.* Гармония мироздания // Сознание и физическая реальность. – 1997. –№ 2(4). – С. 35–52.

13. *Богданов А.А.* Тектология: Всеобщая организационная наука. В 2-х кн. Кн. 1. – М.: Экономика, 1989. – 305 с.

14. *Тарасенко В.В.* Метафизика фрактала // Стили в математике. – СПБ, 1999, с. 424.

15. *Василенко С.Л.* Математические начала гармонии: гармонические треугольники // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16007, 22.07.2010. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161680.htm.

16. *Тайна пропорции.* Ученые открыли секрет гармоничности золотого сечения. – http://www.foodnewsweek.ru/staraya-versiya/tmpl2.php?PN=doct.php&dout=text&dsubj=9&dtype=4&nid=38109.