В. Л. Владимиров

ОБОБЩЕНИЕ ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ. ТРЕТЬЯ СЕРИЯ

Доказательство — это идол, которому математики приносят себя в жертву

(Сэр Артур Эддингтон)

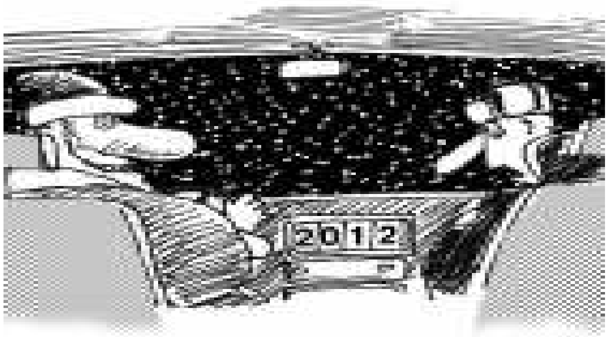
Современные компьютеры успевают за долю секунды
произвести больше арифметических операций,
чем Ферма сделал за всю свою жизнь.

(http://www.ega-math.narod.ru/Singh/ch4.htm)

***Содержание*:**

1. Введение, или Такси-2012

Вот мы и пересели в такси «2012 год»:



Но наш сериал смотреть продолжим. ***С одним условием***.

Не правда ли, уважаемый читатель, начать Новый год хочется чем-то необычным, праздничным хотя бы по форме? Поэтому попробуем эту очередную, третью серию сделать более веселой, чтобы число шуток к концу статьи в пределе стремилось к количеству серьезных математических мыслей. И наше ***условие –***
это соблюдение Золотой Пропорции:

$$\frac{\textit{Информация в статье}}{\textit{Количество анекдотов}} = \frac{\textit{Количество анекдотов}}{\textit{Число карикатур}}.$$

Нетрудно понять, что эта пропорция является действительно Золотой, если

«Информация в статье = Количество анекдотов + Число карикатур».
А уж против этого очевидного равенства никто, надеюсь, выступать и не подумает.

Итак, в предыдущей, второй серии [1] отмечалось:

…раз есть А-рекурсии, должны быть и В-рекурсии. Мир стоит на противоположностях.

То-есть, как говорил один известный мудрый политик:

«**Этот вопрос изучен нами полностью и досконально. От А до Б**».

Дальше в предыдущей, второй серии предполагалось:

…пытливый читатель может спросить: «А нет ли ещё и С-рекурсий?». Ответим так: «По нашему мнению, не должно быть». Ведь в «золотой» пропорции (a+b)/b=b/a только два параметра, «а» и «b». Следовательно, и аттракторов только два: «а» и «b».

Но как здорово, что ещё дальше во 2-й серии шло:

Хотя быть абсолютно уверенным в таком ответе нельзя.

Иначе могла возникнуть ситуация, о которой говорил тот же политик:

«**Сроду такого не было, и опять то же самое».**

Дело-то в том, что кроме А- и В-рекурсий **существуют, как выяснилось в Новогоднюю ночь, ещё и D-рекурсии, тоже обобщающие Золотое Сечение**.

Хоть и не С-рекурсии, а, как говорится, мелочь, всего лишь D-рекурсии, но тоже приятно.

2. Новая D-пропорция и её рекурсии (теория)

По поводу утверждений некоторых критиков, что Золотое Сечение обобщать никак нельзя, ибо это аморально, покажем, что:

«Принципы, которые были принципиальны, были непринципиальны»
(автор афоризма - тот же цитируемый выше политик).

Как известно, алгебраические символы обычно используют, когда не знают, о чём конкретно говорить. Поэтому обозначим, как всегда, разность «большего, то есть b» и «меньшего, то есть а» через «d»:

$$\mathbf{d=b-a}.$$

Казалось бы, что может быть проще? Было два алгебраических символа, стало **<u>три</u>**. А в этом а-а-громный смысл!

Действительно, возведем обе части равенства d=b–a в квадрат и раскроем скобки:

$\mathbf{d^2=(b-a)^2}$; $\quad d^2=b^2-2ab+a^2=b^2-2a(a+d)+a^2=b^2-2a^2-2ad+a^2=-2ad+(b^2-a^2)$.

Итак, как ни странно, получено характеристическое уравнение D-рекурсии 2-го порядка:

$$\mathbf{d^2=-2a\cdot d+(b^2-a^2).}$$

Сама же D-рекурсия, следовательно, выглядит так:

$$\mathbf{f_{n+2}=-2a\cdot f_{n+1}+(b^2-a^2)\cdot f_n.}$$

Представим рекурсию 2-го порядка в общем виде $f_{n+2}=k1\cdot f_{n+1}+k2\cdot f_n$. Тогда не будет сомнений в том, что коэффициенты k1 и k2 у D-рекурсии $f_{n+2}=-2a\cdot f_{n+1}+(b^2-a^2)\cdot f_n$ являются функциями от «a» и «b». А аттрактором здесь служит, естественно, разность «d» большего и меньшего.

Но где же сама D-пропорция? Её ничего не стоит «сконструировать», хотя бы из тривиального выражения $d^2=(b–a)^2$:

$$\frac{d}{b\text{-}a}=\frac{b\text{-}a}{d}.$$

Казалось бы, и слева единица, и справа единица, а в целом это элементарное тождество **1=1**. Однако, такое тождество запросто порождает и D-, и B-, и A-рекурсии.

D-рекурсию мы уже рассмотрели. Но полученное выше равенство $d^2=b^2–2ab+a^2$ может быть использовано и для получения квадратного характеристического уравнения B-рекурсии и самой **B-рекурсии**. Действительно, из него следует:

$$\mathbf{b^2 = 2a{\cdot}b+(d^2–a^2); \quad f_{n+2}= 2a{\cdot}f_{n+1}+(d^2–a^2){\cdot}f_n.}$$

Коэффициенты k1 и k2 B-рекурсии с аттрактором «b» являются функциями от «a» и «d».

С таким же успехом полученное выше равенство $d^2=b^2–2ab+a^2$ может быть использовано и для получения квадратного характеристического уравнения A-рекурсии и самой **A-рекурсии**:

$$\mathbf{a^2 = 2b{\cdot}a+(b^2–d^2); \quad f_{n+2}= 2b{\cdot}f_{n+1}–(b^2–d^2){\cdot}f_n.}$$

Коэффициенты k1 и k2 A-рекурсии с аттрактором «a» являются функциями от «b» и «d».

Таким образом, нет пределов человеческому воображению. Всё можно сделать, даже стенку пробить головой (не рекомендуется!):

Главное, не терять связь с реальностью. Кстати, какое сегодня число?
- Целое положительное.

3. Типично-нетипичные рекурсии D-пропорции (практика)

Что касается практики, то в этом году уже получен значительный новый результат. Гениальный Гриша Перельман 1-го января сего года раздраконил, наконец-то, вопрос о том, что такое гармоническая фигура

90 x 60 x 90.

Оказалось, это новое сакральное число 486000:

= 486000.

(На сей раз предлагаем обойтись без морали типа: «Это моветон - фамильярничать с гением». Образный юмор, говорят, даже у закоренелого ханжи способен вскрыть «человекческие какчества»).

Кроме этого грандиозного результата, можно рассмотреть ещё результаты исследования рекурсий D-пропорции, представленные в Таблице 1.

Таблица 1. Примеры рекурсий вида $f_{n+2}=k1\cdot f_{n+1}+k2\cdot f_n$ для D-пропорций

#	d	a	b	k1	k2	Рекурсия (тип и уравнение)	Числовой ряд при начальных условиях $f_0=x^0$, $f_1=x^1$, где x - аттрактор	a+b
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
1	1	$Ф^{-1}$	Ф	$-2Ф^{-1}$	$Ф^2-Ф^{-2}$	D: $f_{n+2}=-2Ф^{-1}\cdot f_{n+1}+(Ф^2-Ф^{-2})\cdot f_n$	1; 1; 1; 1; … 1^n	$Ф+Ф^{-1}$
2	2	1	3	–2	8	D: $f_{n+2}=-2f_{n+1}+8\cdot f_n$	1; 2; 4; 8; … 2^n	4
3	Ф	1	$Ф^2$	–2	$Ф^4-1$	D: $f_{n+2}=-2f_{n+1}+(Ф^4-1)\cdot f_n$	1; Ф; $Ф^2$; …$Ф^n$	$Ф^2+1$
4	1	Ф	$Ф^2$	–2Ф	$Ф^4-Ф^2$	D: $f_{n+2}=-2Фf_{n+1}+(Ф^4-Ф^2)\cdot f_n$	1; 1; 1; 1; … 1^n	$Ф^3$
5	0	Ф	Ф	2	$-Ф^2$	B: $f_{n+2}=2Ф\cdot f_{n+1}-Ф^2\cdot f_n$	1; Ф; $Ф^2$; …$Ф^n$	2Ф
6	1	$Ф^{-1}$	Ф	$2Ф^{-1}$	$Ф^{-1}$	B: $f_{n+2}=2Ф^{-1}\cdot f_{n+1}+Ф^{-1}\cdot f_n$	1; Ф; $Ф^2$; …$Ф^n$	$Ф+Ф^{-1}$
7	2	1	3	2	3	B: $f_{n+2}=2\cdot f_{n+1}+3\cdot f_n$	1; 3; 9; 27; … 3^n	4
8	2	2	4	4	0	B: $f_{n+2}=4\cdot f_{n+1}$	1; 4; 16; 64; … 4^n	6
9	1	Ф	$Ф^2$	2Ф	–Ф	B: $f_{n+2}=2Ф\cdot f_{n+1}-Ф\cdot f_n$	1; $Ф^2$; $Ф^4$; …$Ф^{2n}$	$Ф^3$
10	1	Ф	$Ф^2$	$2Ф^2$	$-(Ф^4-1)$	A: $f_{n+2}=2Ф^2\cdot f_{n+1}-(Ф^4-1)\cdot f_n$	1; Ф; $Ф^2$; …$Ф^n$	$Ф^3$
11	0	5	5	10	–25	A: $f_{n+2}=10\cdot f_{n+1}-25\cdot f_{n+1}$	1; 5; 25; 125; … 5^n	10
12	3	3	6	12	–27	A: $f_{n+2}=12\cdot f_{n+1}-27\cdot f_{n+1}$	1; 3; 9; 27; … 3^n	9
13	Ф	2	2+Ф	7,236	–10,472	A: $f_{n+2}=7{,}236\cdot f_{n+1}-10{,}472\cdot f_n$	1; 2; 4; …2^n	4+Ф

В этой Табл.1 **синим** цветом показаны D-рекурсии $\mathbf{f_{n+2}=-2a\cdot f_{n+1}+(b^2-a^2)\cdot f_n}$,
желтым цветом – А-рекурсии $\mathbf{f_{n+2}=2b\cdot f_{n+1}-(b^2-d^2)\cdot f_n}$,
малиновым цветом – В-рекурсии $\mathbf{f_{n+2}=2a\cdot f_{n+1}+(d^2-a^2)\cdot f_n}$.

Каждая из А-рекурсий и В-рекурсий может быть как суммирующей, так и разностной, в зависимости от соотношения значений «b» и «d», или «a» и «d».

У D-рекурсий первое слагаемое всегда отрицательно, так как a>0, а k1= –2a.

Числовой ряд (столбец 8) у любой рекурсии – это геометрическая прогрессия, или ряд последовательных степеней соответствующих аттракторов «d», «a» и «b», значения которых (заданные произвольно) показаны в столбцах (2), (3) и (4). Ведь в Табл.1 принято, что $f_0=x^0$, $f_1=x^1$, где x - аттрактор.

Любая геометрическая прогрессия может генерироваться бесконечным множеством различных рекурсий 2-го порядка D-пропорции. Знаменателем геометрической прогрессии всегда является значение аттрактора.

В рекурсию 1-го порядка может трансформироваться только В-рекурсия (строка 8), так как у А-рекурсии и D-рекурсии такая трансформация возможна лишь в случаях, если аттрактор равен нулю.

По целочисленным геометрическим прогрессиям или степенному ряду «золотой» константы Ф в столбце (8) мы (с помощью специфических начальных условий) проверяем, соответствуют ли коэффициенты k1 и k2 данной рекурсии значению её аттрактора. Однако, ничего в принципе не изменится, если значения аттрактора и равного ему знаменателя геометрической прогрессии будут дробными рациональными, произвольными иррациональными или комплексными.

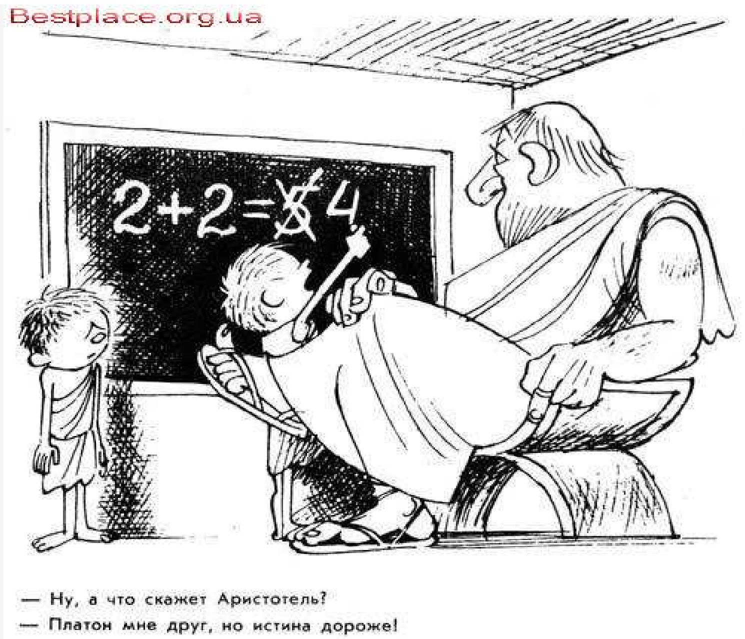
Если соотношение большего и меньшего равно b/a=Ф, или если соотношение меньшего и разности равно a/d=Ф, то рекурсия является «золотой». Номера таких «золотых» рекурсий выделены в столбце 1 красным цветом.

Пример такой «золотой» **А-рекурсии** $f_{n+2}=2\Phi^2\cdot f_{n+1}-(\Phi^4-1)\cdot f_n$ с аттрактором **a=Ф** приведен в **строке 10**. В столбце 8 такому аттрактору отвечает степенной ряд «золотой» константы Ф.

Пример «золотой» **В-рекурсии** $f_{n+2}=2\Phi\cdot f_{n+1}-\Phi\cdot f_n$ с аттрактором $\mathbf{b=\Phi^2}$ приведен в **строке 9**. В столбце 8 такому аттрактору отвечает геометрическая прогрессия со знаменателем, равным квадрату Φ^2 «золотой» константы.

Пример «золотой» **D-рекурсии** $f_{n+2}=-2\Phi f_{n+1}+(\Phi^4-\Phi^2)\cdot f_n$ с аттрактором **d=1** приведен в **строке 4**. В столбце 8 такому аттрактору отвечает бесконечный ряд единиц.

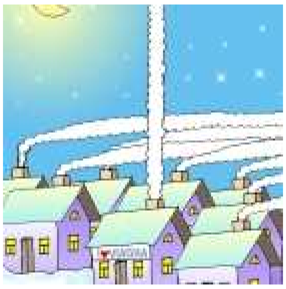
В столбце (9) показаны значения «целого» a+b. Эти значения позволяют найти отличия рекурсий D-пропорции от аналогичных рекурсий М- и N-пропорций в предыдущих работах [1; 2].



4. Не сомневайтесь, будет и Четвёртая серия

У нас есть материал, годящийся для продолжения данной темы. Но…

«Не стоит класть оба яйца в одну корзину», - говаривал тот же цитированный выше политик.



Оригинальность результата поначалу кажется просто исключением из правил, миражем, дымом, застилающим глаза и нарушающим физические законы.

И лишь глубокий анализ позволяет осмыслить достигнутое, доказать правомерность результатов, объяснить причинно-следственный механизм затронутых явлений.

5. Заключение, или Стиль МАТКАРИКДОТа

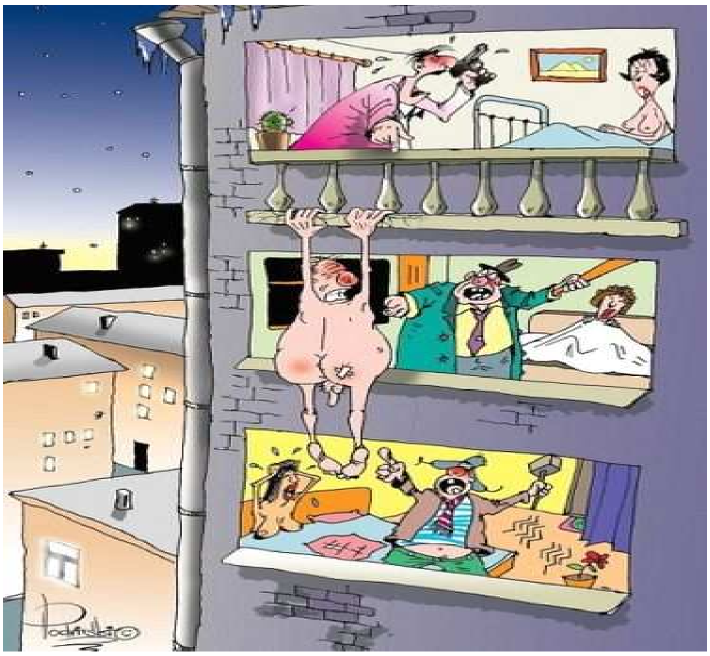
Сначала подобьём общие итоги.
Тот же многократно цитируемый в данной работе политик говаривал:

«Много говорить не буду, а то опять чего-нибудь скажу».

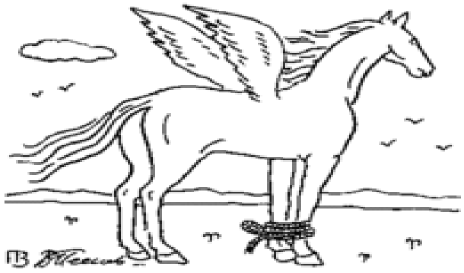
I. Общие результаты 2011-го года, если излагать их коротко:

I.1. Каждая проблема имеет хотя бы одно решение:

I.2. Но решение проблемы (на верхнем этаже) может создать новые проблемы (на нижних этажах):



I.3. Выяснилось: если математик бьется только над одной задачей – как стать великим – он уподобляется стреноженному Пегасу, тщетно пытающемуся взлететь к небесам:



I.4. Сочинять рекурсии и статьи можно в любых условиях:

I.5. Но некоторым «пиф**О**гористам» при этом следует тщательно следить за грамотностью изложения:

II. А теперь конкретные итоги по данной работе:

II.1. В данной работе впервые применен в явном виде стиль **МАТКАРИКДОТа**.

Имеется в виду гибрид **МАТ**ематики, **КАРИ**катуры и ане**КДОТ**а.

Проиллюстрированный карикатурой анекдот – это квинтэссенция (quinta essentia) определенной аксиомы, теоремы, алгоритма, положения, утверждения, рекурсии, рефлексии, редукции, индукции, дедукции, инструкции, обструкции или любой другой бессмыслицы.

МАТКАРИКДОТ – это гремучая смесь едких компонентов, это едкая суспензия с гремучими ингредиентами, это субстрат Лингво - языка Дракона, это средство индивидуализации и самовыражения иронизирующих рекурсистов и рекурсирующих золотоискателей. Это средство борьбы с лингвофриками. Это возможность остаться живым до и после 21.12.2012 – очередного Конца Света:

Творить в этом стиле труднее, зато читать в этом стиле – легче, нагляднее, интереснее. Правда, обязательно нужно обнародовать и учитывать

Противопоказания к МАТКАРИКДОТу:
«***Не потреблять особам без чувства юмора и глубокого знания таблицы умножения***».

II.2. Простейшая D-пропорция $\frac{d}{b-a}=\frac{b-a}{d}$ порождает D-, B- и A-рекурсии:

D-рекурсии $\mathbf{f_{n+2}= -2a{\cdot}f_{n+1}+(b^2-a^2){\cdot}f_n}$;

A-рекурсии $\mathbf{f_{n+2}= 2b{\cdot}f_{n+1}-(b^2-d^2){\cdot}f_n}$;

B-рекурсии $\mathbf{f_{n+2}= 2a{\cdot}f_{n+1}+(d^2-a^2){\cdot}f_n}$.

II.3. Любая геометрическая прогрессия может генерироваться бесконечным множеством различных рекурсий 2-го порядка D-пропорции. Знаменателем геометрической прогрессии всегда является значение аттрактора.

II.4. В рекурсию 1-го порядка может трансформироваться только B-рекурсия, так как у A-рекурсии и D-рекурсии такая трансформация возможна лишь в случаях, если аттрактор равен нулю.

II.5. По целочисленным геометрическим прогрессиям или степенному ряду «золотой» константы Ф осуществляется проверка, соответствуют ли коэффициенты k1 и k2 данной рекурсии значению её аттрактора. Ничего не изменится, если значения аттрактора и равного ему знаменателя геометрической прогрессии будут дробными рациональными, произвольными иррациональными или комплексными.

II.6. Если соотношение большего и меньшего равно b/a=Φ, или если соотношение меньшего и разности равно a/d=Φ, то рекурсия является «золотой».

Литература:

1. Владимиров В.Л., Обобщение Золотого Сечения. Вторая серия // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.17149, 27.12.2011
2. Владимиров В.Л., Можно ли обобщать Золотое Сечение? // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.17028, 26.11.2011

С наступившим 2012 годом!

В.Л.Владимиров, 03.01.2012