В.П. Шенягин

Механизм формирования *s*-пропорций

Содержание

Двоица есть неуничтожимая материя, энергия, процесс,
из которой создаются и которые создают все предметы;
это «глина», из которой конструируются субъекты и объекты мира.
Убеждения-знания мыслителей древности
в интерпретации автора статьи

Почему в последнее время исследователи гармоничных соотношений отдают особое предпочтение $\left(1+\sqrt{2}\right)$-пропорции и числам 2 и $\sqrt{2}$?

Попытаемся дать ответ на этот вопрос или приблизиться к этому ответу по сути.

Представление s_m -пропорций номером *m* и числом 2, становящееся классическим

Известно, что s_m-пропорции (металлические пропорции, T_m -пропорции) как корни квадратного уравнения $s_m^2 - ms_m - 1 = 0$ определяются выражением

$$s_m = \frac{m+\sqrt{m^2+2^2}}{2}, \qquad (1)$$

т. е. функцией своего номера m и числа 2.

Здесь m – любое действительное число, включая нуль, определяющее номер коэффициента *s*.

Как и любые пропорциональные отношения, s_m-пропорции порождают ряд процессов, среди которых наиболее известны и достаточно изучены рекуррентные соотношения, повторные корни, цепные дроби.

Естественно вызывает интерес фрактальный механизм порождения этих пропорций на базе задающего числа m с использованием числа 2.

Механизм формирования s_m-пропорций или их новое представление номером *m* и числом 2

В работе [1] показано, что s_m-пропорция может быть выражена всё также с помощью своего номера m и числа 2, но иной формулой, отличной от (1), порождающей процесс-механизм, а именно:

$$s_m = \lim_{n\to\infty}\sqrt{\dots\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\left(\left(\left(\left(m^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-\dots\right)^2-2}}}}}\,, \qquad (2)$$

где количество квадратных корней n, равно количеству степеней-двоек, входящих в формулу, включая степень числа m, или, что тоже, количеству выражений в скобках под знаком корня, увеличенных на единицу.

Запишем формулу (2) с использованием 2^n-го корня

$$s_m = \lim_{n\to\infty}\sqrt[2^n]{\left(\left(\left(\left(m^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-\dots\right)^2-2} \qquad (3)$$

или 2^{-n}-ой степени

$$s_m = \lim_{n\to\infty}\left(\left(\left(\left(\left(m^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-\dots\right)^2-2\right)^{2^{-n}}, \qquad (4)$$

где величина n в заключительной степени 2^{-n} всё также равна количеству всех квадратов, включая степень числа m.

Формулы (2-4) раскрывают *процесс-механизм* образования s_m-пропорций, причем с высокой скоростью сходимости, что показано ниже на нескольких примерах.

Эти формулы приняли достаточно изящный вид, произойдя из выражений, более адекватных (1) из-за наличия дискриминанта $\sqrt{m^2+2^2}$, но избавившись от него:

$$s_m = \lim_{n\to\infty}\sqrt{\dots\sqrt{\sqrt{\sqrt{\left(\left(\left(\left(\sqrt{m^2+2^2}\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-\dots\right)^2-2}}}}\,;$$

$$s_m = \lim_{n\to\infty}\left(\left(\left(\left(\left(\sqrt{m^2+2^2}\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-\dots\right)^{2^{-n}},$$

поскольку $\left(\sqrt{m^2+2^2}\right)^2-2=m^2+2$,

где величина n в заключительной степени 2^{-n} равна количеству выражений в скобках, т. е. числу их степеней-двоек.

Поясним исток получения данных формул.

Приведем числовые примеры.

Идея получения механизма формирования пропорций

В свое время нами было найдено, что округление значений степеней золотой пропорции

$\phi, \phi^2, \phi^3, \phi^4, \ldots,$

1,618…; 2,618…; 4,236…; 6,854…; 11,090…; 17,944…; 29,034…; 46,978…; 76,013…,

порождает числа Люка

2, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, ….

О результатах доложено на конференции в г. Виннице в 1990 году [2], опубликовано в статье [3].

Применив аналогичный прием, рассмотрим значения ϕ и степеней золотой пропорции, кратных степеням 2:

$\phi, \phi^2, \phi^4, \phi^8, \phi^{16}, \phi^{32}, \ldots, \phi^{n^2}$.

Они составляют ряд чисел

1,618…; 2,618…; 6,854…; 46,978…; 2206,999…; 4870846,999…; …,

округление которых до целых приводит к ряду

2, 3, 7, 47, 2207, 4870847, …. (5)

В свою очередь из квадратов его чисел составим другой ряд

4, 9, 49, 2209, 4870849, 23725150497409, …. (6)

Числа ряда (5), начиная с третьего, на число 2 меньше соответствующих чисел ряда (6), начиная со вторых членов.

Поэтому ряд (5) может быть сформирован по следующему алгоритму:

$$7=9-2=3^2-2;$$

$$47=49-2=7^2-2=\left(3^2-2\right)^2-2;$$

$$2207=2209-2=47^2-2=\left(\left(3^2-2\right)^2-2\right)-2$$

и так далее.

Представим число 3 с участием номера пропорции 1 и числа 2:

$$3=1^2+2;$$

$$7=\left(1^2+2\right)^2-2;$$

$$47=\left(\left(1^2+2\right)^2-2\right)^2-2;$$

$$2207 = \left(\left(\left(1^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)-2$$

и так далее.

Формирование s_1-пропорции («золотой» пропорции)

Ряд (5) проявляет представление пропорции ϕ числом 2, причем тем точнее, чем больше корней-шагов вычисляется:

вычислим один корень

$$\sqrt{1^2+2} = \sqrt{3} = 1{,}732\ldots;$$

более точно – вычислим два корня

$$\sqrt{\sqrt{\left(1^2+2\right)^2-2}} = \sqrt[2^2]{\left(1^2+2\right)^2-2} = \sqrt[4]{7} = 1{,}626\ldots;$$

еще точнее – три корня

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{\left(\left(1^2+2\right)^2-2\right)^2-2}}} = \sqrt[2^3]{\left(\left(1^2+2\right)^2-2\right)^2-2} = \sqrt[8]{47} = 1{,}618\;\;12\ldots$$

и так далее:

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\left(\left(\left(1^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2}}}} = \sqrt[2^4]{\left(\left(\left(1^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2} =$$

$$= \sqrt[16]{2207} = 1{,}61803\;\;40\ldots;$$

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\left(\left(\left(\left(1^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2}}}}} = \sqrt[2^5]{\left(\left(\left(\left(1^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2} = \quad (7)$$

$$= \sqrt[32]{4870847} = 1{,}61803398874989\;\;69\ldots;$$

$$\sqrt{\ldots\sqrt{\sqrt{\sqrt{\left(\left(\left(\left(\left(1^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2}}}} =$$

$$= \sqrt[2^6]{\left(\left(\left(\left(\left(1^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2} =$$

$$= \sqrt[64]{23725150497407} = 1{,}6180339887498948482045868\,34\;\;41\ldots.$$

В общем виде первая *s*-пропорция, или золотая пропорция, с помощью своего номера 1 и числа 2, выражается формулой

$$s_1 = \phi = \lim_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{\left(\left(\left(1^2+2\right)^2-2\right)^2-\ldots\right)^2-2} = \lim_{n\to\infty}\left(\left(\left(\left(1^2+2\right)^2-2\right)^2-\ldots\right)^2-2\right)^{2^{-n}} = \tag{8}$$

$$= \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}61803398874989484820458683436\,5\ldots.$$

Для удобства восприятия информации здесь и далее цифры мантиссы, соответствующие точному значению пропорции, отделены интервалом.

Сходимость, как выход на значение пропорции, достаточно высокая: за пять шагов составляет 14 знаков после запятой, за шесть шагов – 27 знаков.

Кстати, формула, эквивалентная (8), приведена в работе [3] в виде

$$\phi = \sqrt[2^n]{\left(\left(\left(\sqrt{5}^2-2\right)^2-2\right)^2-\ldots\right)^2-2} \text{ или } \phi = \sqrt[2^{n+2}]{\left(\left(\left(7^2-2\right)^2-2\right)^2-\ldots\right)^2-2}.$$

Там же приведен пример, равнозначный (7):

$$\sqrt[2^5]{\left(\left(\left(\left(\sqrt{5}^2-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2} = \sqrt[32]{4870847} \approx 1{,}618033989.$$

Ясно, что здесь $\sqrt{5} = \left(1^2+2\right)^2$.

Формирование s_2-пропорции («серебряной» пропорции, T_2-пропорции)

Выполним аналогичные расчеты для второй *s*-пропорции:

$\sqrt{2^2+2} = \sqrt{6} = 2{,}449\ldots;$

$\sqrt[2^2]{\left(2^2+2\right)^2-2} = \sqrt[4]{34} = 2{,}414\ \ 73\ldots;$

$\sqrt[2^3]{\left(\left(2^2+2\right)^2-2\right)^2-2} = \sqrt[8]{1154} = 2{,}414213\,78\ldots;$

$\sqrt[2^4]{\left(\left(\left(2^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2} = \sqrt[16]{1331714} = 2{,}414213562373\ \ 18\ldots;$

$\sqrt[2^5]{\left(\left(\left(\left(2^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2} = \sqrt[32]{1773462177794} =$

$= 2{,}41421356237309504880168\,87\ \ 48\ldots;$

$$s_2 = \lim_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{\left(\left(\left(2^2+2\right)^2-2\right)^2-\ldots\right)^2}-2 = 1+\sqrt{2} =$$

$$= 2{,}41421356237309504880168872420 9\ldots.$$

Сходимость высока: за три шага точность составляет 6 знаков, за четыре шага – 12 знаков, за пять шагов точность составляет 25 знаков после запятой.

Следовательно, модель (2-4) выражает формулу (1) в качестве *механизма, порождающего s-пропорции с приемлемой* (*высокой*) *точностью буквально за три-четыре шага-действия*.

Формирование s_3-пропорции («бронзовой» пропорции, T_3-пропорции)

Так, третья *s*-пропорция уже за три шага приобретает точность в пределах 8-ми знаков мантиссы,

$$\sqrt[2^3]{\left(\left(3^2+2\right)^2-2\right)^2}-2 = \sqrt[8]{14159} = 3{,}30277563\ 97\ldots$$

при истинной величине пропорции

$$s_3 = \lim_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{\left(\left(\left(3^2+2\right)^2-2\right)^2-\ldots\right)^2}-2 = \frac{3+\sqrt{3^2+2^2}}{2} =$$

$$= 3{,}30277563773199464655961063373 52\ldots.$$

Формирование s_0-пропорции

$$s_0 = \lim_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{\left(\left(\left(0^2+2\right)^2-2\right)^2-\ldots\right)^2}-2 = \lim_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{\left(\left(2^2-2\right)^2-\ldots\right)^2}-2 =$$

$$= \frac{0+\sqrt{0^2+2^2}}{2} = 1.$$

Нулевая пропорция представляет собой бесконечную череду операций с двоицей, в пределе порождая некое единое целое.

Это весьма примечательный результат, заслуживающий дополнения к нашей статье «Нуль …», размещенной на сайте Академии тринитаризма, публ. 16504, 03.05.2011, http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161828.htm.

Примеры формирования *s*-пропорций с не целыми *m*

Отметим, что параметр *m* в (2-4) может быть и не целым числом, а дробным и даже иррациональным. При этом полученный результат будет отнесен к прямым пропорциям и не соответствовать обратным пропорциям из-за нарушения равенства мантисс. Однако это не исключает возможности вычислить их (пропорции).

Для $m = e = 2{,}718\ldots$:

$$2^3\sqrt{\left(\left(e^2+2\right)^2-2\right)^2-2}=\sqrt[8]{7420{,}5762332293844408085816072226}=3{,}046524\ 70\ldots;$$

$$2^4\sqrt{\left(\left(\left(e^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2}=\sqrt[16]{55064949{,}6331687997484209291757 3}=$$

$$=3{,}046524695333472\ 53\ldots$$

при истинной величине пропорции

$$s_e=\frac{e+\sqrt{e^2+2^2}}{2}=3{,}046524695333472471811401766587 2\ldots.$$

Для $m=11{,}11$:

$$2^3\sqrt{\left(\left(11{,}11^2+2\right)^2-2\right)^2-2}=\sqrt[8]{247471019{,}8777407177023}=11{,}1992913638471924\ 88\ldots;$$

при истинной величине пропорции

$$s_{11,11}=\frac{11{,}11+\sqrt{11{,}11^2+2^2}}{2}=11{,}1992913638471924\,6537966726564\ldots.$$

Для $m=0101{,}2012$:

$$2^2\sqrt{\left(0101{,}2012^2+2\right)^2-2}=\sqrt[4]{104933036{,}97550690109647}=101{,}21108034113092\ 89\ldots;$$

$$2^3\sqrt{\left(\left(0101{,}2012^2+2\right)^2-2\right)^2-2}=\sqrt[8]{11010942248903096{,}493623121570544}=$$

$$=101{,}21108034113092667397830317508\ldots$$

при истинной величине пропорции

$$s_{0101,2012}=\frac{0101{,}2012+\sqrt{0101{,}2012^2+2^2}}{2}=101{,}21108034113092667397830317508\ldots.$$

Для $m=2011{,}2011$

$$2^2\sqrt{\left(2011{,}2011^2+2\right)^2-2}=\sqrt[4]{16361473789587{,}8160174420302}=$$

$$=2011{,}2015972151978124152101 7\ 69\ldots$$

при истинной величине пропорции

$$s_{2011,2011}=\frac{2011{,}2011+\sqrt{2011{,}2011^2+2^2}}{2}=2011{,}2015972151978124152101 7\,5060\ldots.$$

Значения пропорций, полученные за два-три шага, весьма точны. При одинаковом количестве шагов точность повышается с ростом номера пропорции m.

Доминирующая роль s_2-пропорции, базирующейся на $\sqrt{2}$, в том числе в самой системе *s*-пропорций

По большому счету, в моделях (2-4) число 2 следует связать с операцией возведения в квадрат с помощью записи $2 = \sqrt{2}^2$, преобразовав тем самым «линейную» двойку в «плоскостную»:

$$s_m = \lim_{n\to\infty}\left(\left(\left(\left(\left(m^2+\sqrt{2}^2\right)^2-\sqrt{2}^2\right)^2-\sqrt{2}^2\right)^2-\ldots\right)^2-\sqrt{2}^2\right)^{2^{-n}},$$

где величина *n* в заключительной степени 2^{-n} на единицу больше количества возведения скобок в квадраты.

Такая запись не только подчеркивает всепроникающую роль числа 2 в различные процессы, но и выделяет значимость константы $\sqrt{2} = 1{,}414\ldots$, на которой базируются прямая и обратная пропорции $1+\sqrt{2} = 2{,}414\ldots$ и $\sqrt{2}-1 = \frac{1}{1+\sqrt{2}} = 0{,}414\ldots$, как триединство чисел-констант с равными мантиссами при целых *m*.

Система *s*-пропорций («металлических» или T-пропорций), по мнению многих исследователей, становится одной из доминирующих моделей в познании законов природы и общества.

В частности, А.П. Стахов отмечает [4]: «МГ, основы которой изложены в моей англоязычной книге “The Mathematics of Harmony. From Euclid to Contemporary Mathematics and Computer Science”, является очень юной по историческим меркам математической теорией. Ее главная цель состоит в поиске новых математических моделей и новых математических констант, выражающих «Гармонию Мироздания». И этими моделями являются алгебраические уравнения $x^{p+1} = x^p + 1$; $x^2 = mx + 1$, которые являются обобщениями уравнения «золотой пропорции» $x^2 = x + 1$.

МГ находится в стадии активного развития».

Заключение

Надеюсь, что настоящая статья послужит дополнительным вкладом в познание механизма гармонии.

В данном случае одна из ее систем-ветвей в виде *s*-пропорций («металлических» или *T*-пропорций) обогащена новым *механизмом, порождающим s-пропорции с приемлемой точностью буквально за три-четыре шага-действия-процесса, в основе которого лежит число* 2 *или, что эквивалентно,* $\sqrt{2}$.

Недвусмысленно прослеживается доминирующая роль s_2-пропорции, базирующейся на $\sqrt{2}$, при чем даже, и это поразительно, и в самой системе *s*-пропорций.

Такую закономерность не грех отнести к разряду фундаментальных.

В найденном механизме-процессе порождения *s*-пропорций кроется новое прочтение сути *s*-пропорций и их роли в структурно-объектном формировании Мироздания.

Источники: печатные и электронные публикации

1. *Шенягин В.П.* Система обратных чисел с равными мантиссами и их представление степенями золотой пропорции и числом два / 55-я научно-техническая конференция МИРЭА. Сборник трудов. В 4-х частях. Ч. 2. Физико-математические науки / Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (технический университет)». – М.: МИРЭА, 2006. – 124 с., с. 18-24.

2. *Шенягин В.П., Кальмушевский И.И., Панфилов М.И.* Применение чисел Фибоначчи при формировании ЧМ сигналов // Программа конференции «Применение чисел Фибоначчи в системах обработки и отображения информации», г. Винница, 11–14 декабря 1990 г. – Винница: ГРАН, 1990. – 16 с., с. 5.

3. *Шенягин В.П.* Сигналы золотой пропорции / Труды Российского научно-технического общества радиотехники, электроники и связи имени А.С. Попова. Серия: Цифровая обработка сигналов и ее применение. Выпуск: VI-2. 6-я Международная конференция и выставка, 31 марта – 2 апреля 2004 г., Москва, Россия. – М.: 2004. – 274 с., с. 224-231.

4. *Стахов А.П.* Комментарий на статью С.Л. Василенко «Математика гармонии»: на распутье» // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.17157, 29.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322107.htm.

$$s_m = \lim_{n\to\infty}\sqrt{\cdots\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\left(\left(\left(\left(m^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-\ldots\right)^2-2}}}}}$$

$$s_m = \lim_{n\to\infty}\left(\left(\left(\left(\left(m^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-\ldots\right)^2-2\right)^{2^{-n}} = \frac{m+\sqrt{m^2+2^2}}{2}$$

$$s_0 = \lim_{n\to\infty}\left(\left(\left(\left(0^2+2\right)^2-2\right)^2-\ldots\right)^2-2\right)^{2^{-n}} = 1$$

$$\phi = s_1 = \lim_{n\to\infty}\left(\left(\left(\left(1^2+2\right)^2-2\right)^2-\ldots\right)^2-2\right)^{2^{-n}} = \frac{1+\sqrt{1^2+2^2}}{2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$s_2 = \lim_{n\to\infty}\left(\left(\left(\left(2^2+2\right)^2-2\right)^2-\ldots\right)^2-2\right)^{2^{-n}} = \frac{2+\sqrt{2^2+2^2}}{2} = 1+\sqrt{2}$$

$$s_m = \lim_{n\to\infty}\left(\left(\left(\left(\left(m^2+\sqrt{2}^2\right)^2-\sqrt{2}^2\right)^2-\sqrt{2}^2\right)^2-\ldots\right)^2-\sqrt{2}^2\right)^{2^{-n}}$$

Желаю всем коллегам-исследователям гармонии,
всем читателям и сотрудникам Академии
счастливого Нового года,
гармоничного во многих отношениях!